2020年10月 Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology

#### 文章编号: 2095-4980(2020)05-0797-05

# 欠采样条件下基于 DCS 的 LFM 信号带宽估计方法

陈梁栋<sup>1</sup>,李梦瑶<sup>1</sup>,刘昕卓<sup>2</sup>

(1.95438部队,四川 彭山 620860; 2.78110部队,四川 成都 610000)

摘 要: 针对传统方法不适用于欠采样条件下线性调频(LFM)信号在低信噪比(SNR)条件下带 宽估计问题,提出一种基于分布式压缩感知(DCS)的带宽估计方法,利用同一信源多个脉冲的联合 稀疏特性进行 LFM 信号带宽估计。首先构建 LFM 欠采样信号模型,其次利用 DCS 算法对 LFM 带 宽进行联合稀疏重构,然后分析了所提 LFM 信号带宽估计方法性能,最后利用仿真验证了方法的 可行性和有效性。

关键词:欠采样;线性调频信号;分布式压缩感知;带宽估计 中图分类号:TN958.97 文献标志码:A doi: 10.11805/TKYDA2019090

## Bandwidth estimation method of LFM signal based on DCS under unsampled conditions

CHEN Liangdong<sup>1</sup>, LI Mengyao<sup>1</sup>, LIU Xinzhuo<sup>2</sup>

(1.Unit 95438 of the PLA, Pengshan Sichuan 620860, China; 2.Unit 78110 of the PLA, Chengdu Sichuan 610000, China)

**Abstract:** Aiming at the problem that traditional methods cannot estimate the bandwidth of undersampled Linear Frequency Modulation(LFM) signals under low Signal Noise Ratio(SNR), a bandwidth estimation method based on Distributed Compressive Sensing(DCS) is proposed, which uses the joint sparse characteristics of multiple LFM signals with the same modulation type from the same source to estimate the bandwidth of LFM signal. Firstly, the under-sampled LFM signal model is constructed. Secondly, the LFM bandwidth is reconstructed by DCS algorithm. Then the parameter estimation ability of the proposed method under low SNR conditions is analyzed. Finally, the feasibility and validity of the proposed method are verified by simulation.

**Keywords :** under-sampling ; Linear Frequency Modulation signal ; Distributed Compressive Sensing; bandwidth estimation

随着所担负任务的多样化和复杂化,雷达逐步向着高精确度、高分辨力方向快速发展,使得载频、带宽等参数相较过去有较大提升。与此同时,对于未知信号的判别和参数估计也面临着更为严峻的挑战,接收机的采样频率需要不断提升以满足对大带宽雷达信号的采样条件。但是采样频率的上升会增加器件成本和存储消耗,这对于只需要识别脉内调制样式、提取带宽等参数的要求来说显然是不必要的。因此可以考虑在欠采样条件下对调制参数进行估计,对脉内的调制方式进行识别。对于线性调频(LFM)信号,目前常见的估计方法有:时频分析法<sup>[1]</sup>、分数阶傅里叶变换(FRactional Fourier Transform, FRFT)法<sup>[2-3]</sup>、基于正交匹配追踪(Orthogonal Matching Pursuit, OMP)<sup>[4-5]</sup>的信号估计方法等。其中,时频分析法在欠采样条件下无法正常使用,时频结果会出现折叠的情况<sup>[6]</sup>,这些因素对于参数提取都将造成较大影响。FRFT 算法在满采样条件下可以取得较好的估计效果,并且由于使用了最佳匹配滤波器,在欠采样条件下也可以使用,但是由于欠采样条件下信号不能完全积累,使得在低信噪比条件下估计效果不佳。文献[4–5]中提出的基于 OMP 的方法具有较好的效果,具备在低信噪比、欠采样条件下的参数估计能力。但是该方法通常使用一个脉冲进行估计,没有利用接收机按收到的所有回波信息,因此在信号估计上存在着脉内信息的浪费。本文针对上述问题,提出了一种基于分布式压缩感知(DCS)的参数估计方法,利用来自同一信源的多个脉冲的联合稀疏特性进行信号的参数提取。

#### 1 LFM 雷达信号模型

假设采集到 LFM 调制的雷达信号已完成下变频处理和中频数字化采样,不考虑信号幅度,接收到的信号  $S_r(\hat{t},m)$  可表示为:

$$S_{r}(\hat{t},m) = \exp\left[j\pi k(\hat{t}-\tau)^{2} + j\Psi_{m}\right]$$
(1)

式中:  $\tau$ 为雷达发射信号到接收机接收到信号的时间,  $-T_p/2 \le \tau \le T_p/2$ ,  $T_p$ 为脉冲宽度; m表示脉冲序号(共 M 个脉冲);  $\Psi_m$ 为第 m个脉冲的残余相位(由于无法进行相参处理, 每个脉冲的残余相位是未知的); k是 LFM 信号调频斜率(则雷达脉冲信号带宽应满足关系式  $B = kT_p$ )。对信号进行离散化处理, 可表示为:

$$S_{\rm r}(n,m) = A_m \exp\left[j\pi k \left(\frac{n-N/2}{f_{\rm s}} - \tau\right)^2\right]$$
(2)

式中:  $A_m$ 为 exp(j  $\Psi_m$ );  $f_s$ 为采样频率; N 为一个脉冲内的采样点数。

## 2 基于 DCS 的 LFM 信号带宽估计方法

DCS<sup>[7]</sup>是为了解决多信号的压缩感知问题,利用多个信号之间的相关性对原始信号进行重构。一般的雷达 信号参数估计方法大都使用单个脉冲进行参数估计,没有利用信号的联合稀疏特性。而接收雷达信号时,往往 可以接收到同一调制的多个信号,因此可以使用它们的联合稀疏特性对信号参数进行估计,此时在信噪比和稳 健程度上相比于只使用一个脉冲的参数估计方法更好。本节首先对欠采样条件下 LFM 信号联合稀疏特性进行分 析,其次构建 LFM 信号联合稀疏表示模型,最后利用分布式压缩感知-同步正交匹配追踪(DCS Simultaneous Orthogonal Matching Pursuit, DCS-SOMP)方法对 LFM 带宽进行估计。

#### 2.1 联合稀疏性分析

式(2)中,多个相同调制的 LFM 雷达的中频信号可改 写为:





从式(3)可以看出,接收机中共采集到 M 个相同调制类型的雷达脉冲。由于接收机采样频率较低,每一个脉 冲都存在着欠采样,但它们具备相同的稀疏特性,所有脉冲中都包含着相同的 LFM 信号带宽。

DCS 就是利用信号的联合稀疏这一特性,提升了信号带宽信息重构的概率,使得在低信噪比和欠采样条件 下也具备较好的参数估计效果。如图 1 所示,横轴对应脉内采样时间,纵轴对应脉冲个数。可以看出每个脉冲 中都包含了相同的带宽信息,虽然重构结果的幅度信息不同,但是它们的带宽信息是相同的。即重构后,信号 带宽信息是一致的,因此可以利用这个特点对信号进行重构,从而对信号带宽进行估计。

#### 2.2 LFM 信号联合稀疏表示模型

在模型构建上,首先将信号划分为 N×L的网格,其中脉内对应 N 个单元,参数域对应 L 个单元。那么对于 第 m 个脉冲而言,其回波的稀疏表示结果为<sup>[7]</sup>:

$$S_m(n) = \Psi_m(n,l)X + e \tag{4}$$

式中: $\Psi_m(n,l)$ 是第*m*个脉冲对应的稀疏基;*X*为调制参数稀疏域;*e*为噪声。 $\Psi_m(n,l)$ 的矩阵维度为*N*×*L*,*X* 维度为*N*<sub>b</sub>×1。 $\Psi_m(n,l)$ 可构建为:

第5期

 $\Psi_{m}(n,l) = \exp\left[j\pi l\Delta k \left(\frac{n-N/2}{f_{s}}\right)^{2}\right]$ (5)

式中Δk为调频系数步进量。

通过上述分析,LFM 雷达信号带宽估计问题可以转化为联合稀疏的优化问题<sup>[7]</sup>:

$$\begin{cases} \hat{X} = \arg\min \|X\|_{2,0} \\ \text{s.t.} \quad S_m(n) = \Psi_m(n,l)X + e \end{cases}$$
(6)

式中: X为待重构的调频系数位置; ||X||,。表示非零行的个数。则 LFM 信号带宽可表示为:

$$\hat{B} = pos\{\max(\hat{X})\} \times \Delta k \times T_{p}$$
<sup>(7)</sup>

式中:  $pos\{max(\hat{X})\}$ 表示取 $\hat{X}$ 最大值位置;  $T_p$ 为脉冲宽度(在接收机中这一参数通常可以测出)。由式(6)的构建 过程可知,该过程与 DCS 理论相吻合<sup>[8]</sup>,因此式(6)可视为一个 DCS 数学表示模型。典型的 DCS 重构算法有 DCS-SOMP<sup>[9]</sup>和分布式子空间追踪(Distributed Subspace Pursuit, DSP)<sup>[10]</sup>等,本文采用 DCS-SOMP 算法进行散 射点重构。

#### 3 估计性能分析

3.1 抗噪性分析

在抗噪性能方面,接收机距离雷达越远,雷达信号的幅度越低,远距离条件下引起的信号幅度衰减可以等效为接收机内信噪比降低。在低信噪比条件下,利用 DCS 算法比 CS 算法拥有更好的参数估计能力。其主要原因是 CS 算法是只利用了一个脉冲的脉内调制信息,而 DCS 方法利用了同一信源的多个相同调制脉冲,利用同一信源多个脉冲之间相同的联合稀疏特性进行带宽估计。低信噪比条件下,利用传统 OMP 算法估计 LFM 信号带宽会受到噪声影响,使得参数估计不准。OMP 算法中,假设经过第 k 次迭代的残差信号为  $r^{(k)}$ ,此时由于噪声的存在,残差信号不仅含有原始信号部分,而且包含噪声信号。将  $r^{(k)}$ 分解为信号部分和噪声部分,即  $r^{(k)} = x^{(k)} + v^{(k)}$ ,其中, $x^{(k)}$ 为信号部分, $v^{(k)}$ 为噪声部分,则内积为:

$$l_{k} = \max \sum \left| \left\langle \boldsymbol{r}^{(k)}, \boldsymbol{\Psi} \right\rangle \right| = \max \left( \sum \left| \boldsymbol{\Psi}^{\mathsf{T}} \boldsymbol{\chi}^{(k)} \right| + \sum \left| \boldsymbol{\Psi}^{\mathsf{T}} \boldsymbol{\nu}^{(k)} \right| \right) = \max(l_{\boldsymbol{\chi}}, l_{\boldsymbol{\nu}})$$
(8)

式中 *l<sub>x</sub>*和 *l<sub>x</sub>*分别代表信号和噪声的内积和,当 *l<sub>x</sub>*>*l<sub>x</sub>*时 *l<sub>k</sub>*即为估计的 LFM 信号带宽。可以看出,由于利用了接 收到的同一信源的多个脉冲相同的稀疏特性,因此在信噪比上相比于 OMP 具有更明显的优势。

#### 3.2 计算量分析

在计算量方面,由于本文 DCS 方法是利用同一信源的多个相同调制信号进行带宽估计,因此在计算量方面 会大于 OMP 方法。OMP 的计算量为: O(KMP)。根据文献[8]的分析可知 DCS 类算法的运算量约为 N<sub>a</sub>O(KMP),其中 N<sub>a</sub>为信号个数, K 为稀疏度,由于本文仅对 LFM 信号带宽进行估计,因此 K 取 1, M×P 为 感知矩阵维度。本文方法是在牺牲一部分运算时间的前提下,进行的 LFM 信号带宽估计,以换取在更低信噪比 和更恶劣欠采样条件下的估计能力。

### 3.3 无偏性、均方差分析

由于 DCS 类方法的估计精确度与划分网格密度是相关的,在本文估计方法中,估计值将出现在与真实值最为接近的网格中。设划分的网格步进量为  $\Delta f$ ,起始及终止值分别为  $B_{min}$ 和  $B_{max}$ ,信号带宽 B存在关系  $B \in [B_{min}, B_{max}],则$ 

$$B = B_{\min} + K\Delta f + \delta f \tag{9}$$

式中 $\delta f$ 为估计偏差, $\delta f < \Delta f$ 。若 $\delta f \leq \Delta f/2$ ,则 $\hat{B} = B_{\min} + K\Delta f$ ,此时 $E(\hat{B} - B) = \delta f$ , $D(\hat{B}) = \delta f^2$ ;若

$$\Delta f/2 < \delta f < \Delta f , \quad \text{M} \ \hat{B} = B_{\min} + (K+1)\Delta f , \quad \text{M} \ \text{H} \ E(\hat{B} - B) = \Delta f - \delta f , \\ E(\hat{B} - B) = \Delta f - \delta f , \\ D(\hat{B}) = (\Delta f - \delta f)^2 \circ \text{M} \text{H}$$

$$E(\hat{B}-B) = \begin{cases} \delta f, & \delta f \leq \Delta f/2\\ \Delta f - \delta f, & \Delta f/2 < \delta f < \Delta f \end{cases}$$
(10)

799

$$D(\hat{B}) = \begin{cases} \delta f^2, \ \delta f \leq \Delta f/2\\ \left(\Delta f - \delta f\right)^2, \ \Delta f/2 < \delta f < \Delta f \end{cases}$$
(11)

#### 4 仿真与分析

本文所有实验都是在操作系统为 Windows7 的 PC 机上实 现的, 仿真平台为 Matlab R2008b。已经完成下变频处理的 LFM 信号参数设定为:脉冲信号带宽 200 MHz,脉冲宽度为 10 µs,添加的噪声为高斯白噪声,接收到 5 个来自同一信源的 相同调制脉冲。

图 2 为 FRFT,CS,DSC 三种算法在满采样条件、不同信噪 比下的估计均方误差对比曲线。可以看出,在满采样条件下, 当信噪比较高时,FRFT 算法、CS 算法和 DCS 算法都有较好 的估计效果,但是当信噪比降低时,CS 算法、FRFT 算法估计 效果恶化严重。当 *R*<sub>SN</sub>=-15 dB 时,前两种方法已经失效,而 DCS 算法仍然可以进行准确估计。因此 DCS 方法在欠采样条



图 2 满采样、不同信噪比下 3 种算法估计效果对比

件下具有更好的估计效果。其主要原因在于: FRFT 方法的主要思路是补偿掉 LFM 信号中的二次项,从而使得 信号进行相参积累,这种方法在理论上输出的信噪比最高,是最优的方法。但是在欠采样条件下,信号本身信 息发生缺失,FRFT 后峰值幅度大幅下降,此时便不具备在低信噪条件下的参数估计能力。而在第 3 节中,对 CS 和 DCS 方法的抗噪性能进行了分析,CS 方法由于只利用了一个信号的稀疏特性,而 DCS 算法利用了多个 信号的联合稀疏特性,因此具备更好的低信噪比条件下的估计能力。

图 3 为 3 种算法在 R<sub>SN</sub>=-10 dB,不同欠采样条件下的估计均方误差曲线。可以看出,随着信噪比降低, FRFT,CS,DCS 算法的估计效果也都降低了,但是 DCS 在低信噪比条件下具有比 CS 和 FRFT 算法更好的估计效 果。当达到 5 倍欠采样时,CS,FRFT 算法对 LFM 信号带宽估计误差已较大,而 DCS 算法仍具有较好的估计精 确度。其主要原因在于 DCS 方法利用了多个脉冲进行信号估计,因此降低了噪声对估计效果的影响。



图 3 三种算法在  $R_{SN}$ =-10 dB、不同欠采样条件下估计效果对比

#### 5 结论

本文主要研究了低信噪比欠采样条件下 LFM 信号带宽估计方法,利用雷达发射的多个相同样式的信号,引 入 DCS 思想利用多个脉冲进行信号带宽估计,解决了传统方法在低信噪比条件下无法对欠采样的 LFM 信号进 行参数估计的问题。本文首先建立了 LFM 信号欠采样模型;而后根据模型提出了基于 DCS 的 LFM 参数估计方 法;其次在理论上分析了 DCS 方法相比于 CS 方法具有更强抗噪性能的原因;最后通过仿真试验验证了方法的 可行性和有效性,并通过对比实验证明了本文方法在低信噪比条件下具有更好的估计效果。

本文方法在不同网格失配下会存在估计不准的问题,这也是利用压缩感知进行参数估计一类问题中的共性问题,解决基于 DCS 算法的 LFM 信号带宽估计中的网格失配问题是本文下一步研究的重点。

#### 参考文献:

- [1] 马宁. 线性调频信号参数估计方法研究[D]. 南京:南京理工大学, 2014. (MA Ning. Parameter estimation for linear frequency modulation signal[D]. Nanjing, Jiangsu, China: Nanjing University of Science & Technology, 2014.)
- [2] 江莉. 线性调频类 LPI 雷达信号参数估计算法研究[D]. 西安:西安电子科技大学, 2016. (JIANG Li. Study on parameter estimation of LPI radar signal of LFM class[D]. Xi'an, Shaanxi, China: Xidian University, 2016.)
- [3] 黄响,唐世阳,张林让,等. 一种基于高效 FrFT 的 LFM 信号检测与参数估计快速算法[J]. 电子与信息学报, 2017, 39(12):2905-2911. (HUANG Xiang, TANG Shiyang, ZHANG Linrang, et al. A fast algorithm of LFM signal detection and parameter estimation based on efficient FrFT[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2017, 39(12):2905-2911.)
- [4] 闫浩,董春曦,赵国庆. 基于压缩感知的线性调频信号参数估计[J]. 电波科学学报, 2015,30(3):449-456. (YAN Hao,DONG Chunxi,ZHAO Guoqing. Parameter estimation of LFM signal based on compressed sensing[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2015,30(3):449-456.)
- [5] 马宁,王建新,董宁斐. 基于正交匹配追踪的欠采样 LFM 信号参数估计[J]. 电子与信息学报, 2013,35(8):1888-1893.
   (MA Ning,WANG Jianxin,DONG Ningfei. Parameter estimation of sub-sampling LFM signal based on orthogonal matching pursuit[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2013,35(8):1888-1893.)
- [6] 宋鑫华,叶春茂,杨健. 一种基于雷达窄带回波的转动参数估计方法[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2018,16(6): 1087-1091. (SONG Xinhua,YE Chunmao,YANG Jian. A method for rotating parameters estimation based on narrowband radar echoes[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2018,16(6):1087-1091.)
- [7] 洪灵. 基于稀疏重构的空间目标感知方法研究[D]. 西安:西安电子科技大学, 2015. (HONG Ling. Sparsity-aware sensing for space targets[D]. Xi'an, Shaanxi, China: Xidian University, 2015.)
- [8] DUARTE M F,SARVOTHAM S,BARON D,et al. Distributed compressed sensing of jointly sparse signals[C]// Signals, Systems & Computers. Asilomar,CA,USA:[s.n.], 2005:1537-1541.
- [9] 吕明久,李少东,杨军,等. 基于随机调频步进信号的高分辨 ISAR 成像方法[J]. 电子与信息学报, 2016,38(12):2986-2993. (LYU Mingjiu,LI Shaodong,YANG Jun, et al. High resolution ISAR imaging method based on random chirp frequency-stepped signal[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2016,38(12):2986-2993.)
- [10] SUNDMAN D,CHATTERJEE S,SKOGLUND M. Distributed greedy pursuit algorithms[J]. Signal Processing, 2014(105): 298-315.

------

(上接第 796 页)

- [11] 王海涛. 外辐射源雷达信号处理若干问题研究[D]. 西安:西安电子科技大学, 2013. (WANG Haitao. Study on some issues of signal processing for passive bistatic radar[D]. Xi'an, China: Xidian University, 2013.)
- [12] 吴海洲,陶然,单涛. 基于 DTTB 照射源的无源雷达直达波干扰抑制[J]. 电子与信息学报, 2009,31(9):2033-2038.
   (WU Haizhou,TAO Ran,SHAN Tao. Direct-path Interference suppression for passive radar based on DTTB illuminator[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2009,31(9):2033-2038.)
- [13] SCHWIND Andreas, ANDRICH Carsten, WENDLAND Philip. Bi-static delay-Doppler emulation of cooperative passive vehicleto-X radar[C]// European Conference on Antennas and Propagation(EuCAP). Krakow, Poland:[s.n.], 2019.
- [14] SCHROEDER A, EDRICH M. Passive radar sensor cluster operation[C]// 2014 International Radar Symposium(IRS), Gdansk, Poland: IEEE, 2014:1-4.
- [15] LEE Impyeong, YUNSOO C, HYOUN K J. An introduction to Total Least Squares(TLS) through the comparison with Least Squares(LS) and General Least Squares(GLS)[J]. Journal of the Korean Society of Civil Engineers, 2004, 24(3D): 479-485.