

文章编号: 2095-4980(2020)05-0786-07

基于网格部分细化的 DOA 估计方法

蒋留兵^a, 荣书伟^b, 车 俐^a

(桂林电子科技大学 a.计算机与信息安全学院; b.信息与通信学院, 广西 桂林 541004)

摘要: 计算复杂度和估计精确度一直是波达方向(DOA)估计研究的重点。现有基于压缩感知的 DOA 估计算法与传统算法相比具有一定优势,但这些稀疏信号重建模型都是将角度空间等间距划分,仍存在算法计算复杂度较高和估计精确度较低的问题。针对这些问题,提出一种对角度空间网格进行部分细化的 DOA 估计方法。该方法包括裂变过程和学习过程,裂变过程通过产生新网格点对角度空间进行细化,学习过程通过迭代不断逼近波达方向。仿真结果表明,提出的算法耗时较少,而且在非常稀疏的初始网格划分的条件下(初始间隔为 20°),仍可以获得较高的估计精确度。

关键词: 波达方向估计; 压缩感知; 离格模型; 稀疏贝叶斯学习; 网格部分细化

中图分类号: TN911.7

文献标志码: A

doi: 10.11805/TKYDA2019112

Partially refined grid for DOA estimation

JIANG Liubing^a, RONG Shuwei^b, CHE Li^a

(a.School of Computer and Information Security; b.School of Information and Communication, Guilin University of Electronic Technology, Guilin Guangxi 541004, China)

Abstract: Direction Of Arrival(DOA) study has always been focused on the accuracy and the computational complexity. While the existing algorithms, which are based on the compressive sensing theory, have advantages over the traditional, there are still problems with high computational complexity and low estimation accuracy because the signal model is on the equal spacing grid. To solve those problems, a partially refined grid method is proposed. The proposed method consists of fission process and learning process, the fission process is to refine angle space by inserting new grid points, the learning process is constantly approaching the direction of arrival. The proposed algorithm takes less time and has higher accuracy under sparse initial grid(the initial interval is 20°).

Keywords: direction of arrival estimation; compressive sensing; off-grid model; sparse Bayesian learning; partially refined grid

波达方向(DOA)估计是阵列信号处理的一个重要研究分支,在雷达、声纳、气象等众多领域都有广泛应用^[1-3]。传统的 DOA 估计算法中最众所周知的就是 MUSIC 和 ESPRIT 等算法^[4],但这些传统算法的性能受诸多因素的制约,如,高信噪比和大快拍数。

压缩感知理论^[5]的提出极大促进了 DOA 估计技术向前发展。近年来,基于压缩感知的 DOA 估计主要集中在基于网格(on-grid)^[6-8]模型和离格(off-grid)^[9-13]模型的方法。文献[6]提出的 l_1 -SVD 是基于网格模型下最具代表性的方法,该方法通过将角度空间等间距划分作为固定网格点,将接收信号表示成稀疏信号,然后通过二阶锥规划(Second-Order Cone, SOC)方法对 l_1 范数最小化求解,但 l_1 -SVD 方法需要知道信源数目。针对 off-grid 问题,文献[9]首次提出了离格模型,通过稀疏最小二乘(Sparse Total Least Squares, STLS)方法解决波达方向与网格点不匹配的问题。YANG 等^[10]提出的(Off-Grid Direction of Arrival Estimation Using Sparse Bayesian Inference, OGSBI)算法,从概率的角度考虑,假定偏移量在网格点附近服从均匀分布,利用稀疏贝叶斯学习(Sparse Bayesian

收稿日期: 2019-04-19; 修回日期: 2019-05-26

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61561010); 广西自然科学基金资助项目(2017GXNSFAA198089); 广西重点研发计划基金资助项目(桂科 AB18126003; AB18221016)

作者简介: 蒋留兵(1973-),男,硕士,研究员,主要研究方向为宽带信号与信息处理、智能信息处理和人工智能在雷达系统中的应用。email:jlbnj@163.com

Learning, SBL)方法^[14-15]进行 DOA 估计。ZHANG^[11]通过块稀疏贝叶斯算法减小噪声的影响, 改进了 OGSBI 算法。DAI 等^[12]提出了(Root Sparse Bayesian Learning for Off-Grid DOA Estimation, OGRSBL)算法, 该算法将网格点看作可以调节的参数, 可以在比较粗糙的网格划分条件下得到高精度 DOA 估计。WANG 等^[13]提出的 GEDOA(Grid Evolution Method for DOA Estimation)方法, 解决了某个格点间隔内含有 2 个及以上的波达方向的问题。但上述方法, 或者算法计算复杂度比较高, 或者不能保证估计精确度。

本文提出一种对角度空间选择性细化的方法, 称为网格部分细化的 DOA(Partially Refined Grid DOA Estimation, PRGDOA)估计方法。即对波达方向附近的区域进行密集划分, 对远离波达方向的区域粗糙划分。该方法包括学习过程和裂变过程, 通过 OGRSBL 算法完成学习过程, 使网格点不断逼近波达方向, 通过一种新颖的裂变方式新增网格点对角度空间进行细化。通过上述过程, 以尽可能稀疏的网格划分方式保证算法耗时较少, 同时又保证了算法的估计精确度。

1 DOA 估计信号模型

假设空间有 K 个远场窄带信号入射到天线阵列上, 其中天线阵列是由 M 个阵元组成的均匀线阵, 信号的入射方向为 $\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_K\}$ 。则 $M \times 1$ 维的阵列接收数据矩阵为:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{s}(t) + \mathbf{e}(t), \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (1)$$

式中: $\mathbf{y}(t)$ 为阵列的输出矩阵, $\mathbf{y}(t) = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_M(t)]^T$; $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_K]^T$; $\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}) = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_K)]$ 为阵列的导向矢量, $\mathbf{a}(\theta_k) = [1, e^{-j2\pi d/\lambda \sin(\theta_k)}, \dots, e^{-j2\pi d(M-1)/\lambda \sin(\theta_k)}]^T$, $k = 1, 2, \dots, K$, d 为阵列中相邻阵元的间隔, λ 为波长; $\mathbf{s}(t)$ 为信号向量, $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)]^T$; $\mathbf{e}(t)$ 为噪声向量, $\mathbf{e}(t) = [e_1(t), e_2(t), \dots, e_M(t)]^T$ 。本文假设目标的数目 K 未知, DOA 估计的目的就是根据阵列的接收数据 $\mathbf{y}(t)$ 求解 $\theta_k \big|_{k=1}^K$ 。

为将 DOA 估计问题转化为稀疏重建问题, 一般令 $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \{\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_N\}$ 为在角度空间 $[-90^\circ, 90^\circ]$ 上的固定网格点, 其中 $N \gg M > K$ 表示网格点的数目, 相邻格点的间隔为:

$$r = \{\hat{\theta}_2 - \hat{\theta}_1, \hat{\theta}_3 - \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_N - \hat{\theta}_{N-1}\} \quad (2)$$

若某些 $\theta_k \notin \{\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_N\}$, $k \in \{1, 2, \dots, K\}$, 则可以根据文献[8], 利用泰勒展开式方法计算, 即

$$\mathbf{a}(\theta_k) \approx \mathbf{a}(\hat{\theta}_{nk}) + b(\hat{\theta}_{nk})(\theta_k - \hat{\theta}_{nk}) \quad (3)$$

式中: $\hat{\theta}_{nk}, nk \in \{1, 2, \dots, N\}$ 表示离 θ_k 最近的网格点, $b(\hat{\theta}_{nk}) = \mathbf{a}'(\hat{\theta}_{nk})$ 。令 $\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}) = [\mathbf{a}(\hat{\theta}_1), \mathbf{a}(\hat{\theta}_2), \dots, \mathbf{a}(\hat{\theta}_N)]$, $\mathbf{B}(\boldsymbol{\theta}) = [\mathbf{b}(\hat{\theta}_1), \mathbf{b}(\hat{\theta}_2), \dots, \mathbf{b}(\hat{\theta}_N)]$, $\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{\beta}) = \mathbf{A} + \mathbf{B} \text{diag}(\boldsymbol{\beta})$, $\boldsymbol{\beta}$ 是除了第 nk 个元素为 $\beta_{nk} = \theta_k - \hat{\theta}_{nk}$, $k = 1, 2, \dots, K$, 其余元素都为 0 的 N 维向量。则观测数据模型(1)可以被重新写成:

$$\mathbf{y}(t) = \boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{\beta})\mathbf{x}(t) + \mathbf{e}(t), \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (4)$$

将式(4)整理为矩阵的形式, 故 DOA 估计的离格模型为:

$$\mathbf{Y} = \boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{\beta})\mathbf{X} + \mathbf{E} \quad (5)$$

式中: $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}(1), \mathbf{y}(2), \dots, \mathbf{y}(T)]$; $\mathbf{X} = [\mathbf{x}(1), \mathbf{x}(2), \dots, \mathbf{x}(T)]$; $\mathbf{E} = [\mathbf{e}(1), \mathbf{e}(2), \dots, \mathbf{e}(T)]$ 。

上述离格模型可以在一定程度上消除 DOA 估计误差, 但算法复杂度和估计精确度是一对矛盾的关系, 即相邻网格间隔越小, 估计精确度越高, 但同时算法复杂度也变大; 相反, 网格间隔越大, 算法耗时短, 但估计精确度下降。

2 基于网格部分细化的 DOA 估计方法

为兼顾较低计算复杂度和较高估计精确度, 提出一种在角度空间网格部分细化的 DOA 估计方法。该方法借鉴了文献[10]的离格贝叶斯学习方法和文献[6,13]中的网格点裂变方式, 包含学习和裂变 2 个过程, 通过格点裂变在波达方向附近角度区域将网格进行不断细化, 而学习过程不断逼近真实波达方向。

2.1 学习过程

2.1.1 稀疏贝叶斯模型

本文采用常用的稀疏贝叶斯模型^[14], 假定噪声向量服从高斯分布, 则:

$$p(\mathbf{E} | \alpha_0) = \prod_{t=1}^T \mathcal{CN}(\mathbf{e}(t) | 0, \alpha_0^{-1} \mathbf{I}) \tag{6}$$

式中 $\alpha_0 = \sigma^{-2}$, σ^2 表示噪声方差。

由式(5)可知, 阵列接收数据矩阵的后验概率分布为:

$$p(\mathbf{Y} | \mathbf{X}, \alpha_0, \boldsymbol{\beta}) = \prod_{t=1}^T \mathcal{CN}(\mathbf{y}(t) | \boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{\beta}) \mathbf{x}, \alpha_0^{-1} \mathbf{I}) \tag{7}$$

假设噪声方差 σ^2 未知, 由于 Gamma 先验是高斯分布的共轭先验, 故假定 α_0 服从 Gamma 先验分布, 即

$$p(\alpha_0, c, d) = \Gamma(\alpha_0 | c, d) \tag{8}$$

式中: Gamma 分布满足: $\Gamma(\alpha_0 | c, d) = [\Gamma(c)]^{-1} d^c \alpha_0^{c-1} \exp\{-d\alpha_0\}$; c 为形状参数; d 为逆尺度参数。

传统的稀疏贝叶斯模型假定信号矢量 \mathbf{X} 的第 i 行服从方差为 α_i 的高斯分布, 令 $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N]^T$, $\boldsymbol{\Delta} = \text{diag}(\boldsymbol{\alpha})$, 则有

$$p(\mathbf{X} | \boldsymbol{\alpha}) = \prod_{t=1}^T \mathcal{CN}(\mathbf{x}(t) | 0, \boldsymbol{\Delta}) \tag{9}$$

为了实现分层先验模型, 需要定义超参数 $\boldsymbol{\alpha}$, 同样, $\boldsymbol{\alpha}$ 的分布选择 Gamma 分布:

$$p(\boldsymbol{\alpha}) = \prod_{i=1}^N \Gamma(\alpha_i | 1, \rho) \tag{10}$$

式中 ρ 一般为非常小的正常数。

假定 $\boldsymbol{\beta}$ 服从均匀分布, 即

$$\boldsymbol{\beta} \sim U\left(\left[-\frac{1}{2}r, \frac{1}{2}r\right]^N\right) \tag{11}$$

联合概率分布为:

$$p(\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \boldsymbol{\alpha}, \alpha_0, \boldsymbol{\beta}) = p(\mathbf{Y} | \mathbf{X}, \alpha_0, \boldsymbol{\beta}) p(\mathbf{X} | \boldsymbol{\alpha}) p(\boldsymbol{\alpha}) p(\alpha_0) p(\boldsymbol{\beta}) \tag{12}$$

2.1.2 贝叶斯推理

根据文献[14-15], 参数的后验分布 $p(\mathbf{X}, \boldsymbol{\alpha}, \alpha_0, \boldsymbol{\beta} | \mathbf{Y})$ 不能被直接求解出来, 采用期望最大化算法(Expectation Maximization, EM)算法可以实现贝叶斯推理。首先, 很容易得到 \mathbf{X} 的后验分布:

$$p(\mathbf{X} | \mathbf{Y}, \boldsymbol{\alpha}, \alpha_0, \boldsymbol{\beta}) = \prod_{t=1}^T \mathcal{CN}(\mathbf{x}(t) | \boldsymbol{\mu}(t), \boldsymbol{\Sigma}) \tag{13}$$

均值 $\boldsymbol{\mu}(t)$ 和方差 $\boldsymbol{\Sigma}$ 分别为:

$$\boldsymbol{\mu}(t) = \alpha_0 \boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{\Phi}^H \mathbf{y}(t), \quad t=1, 2, \dots, T \tag{14}$$

$$\boldsymbol{\Sigma} = (\alpha_0 \boldsymbol{\Phi}^H \boldsymbol{\Phi} + \boldsymbol{\Delta}^{-1})^{-1} \tag{15}$$

由式(12)和式(13)知, 计算 $\boldsymbol{\mu}(t)$ 和 $\boldsymbol{\Sigma}$ 需要知道 α_0 , $\boldsymbol{\alpha}$ 和 $\boldsymbol{\beta}$ 的值。根据文献[15], 参数 $\boldsymbol{\alpha}$ 和 α_0 的更新为:

$$\alpha_i^{\text{new}} = \frac{-T + \sqrt{T^2 + 4\rho \sum_{t=1}^T [\boldsymbol{\mathcal{E}}_t]_{ii}}}{2\rho} \tag{16}$$

$$\alpha_0^{\text{new}} = \frac{TM + (a-1)}{b + \sum_{t=1}^T \|\mathbf{y}(t) - \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\mu}(t)\|_2^2 + T \text{tr}(\boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{\Phi}^H)} \tag{17}$$

式中: $\boldsymbol{\mathcal{E}}_t = \boldsymbol{\mu}(t)(\boldsymbol{\mu}(t))^H + \boldsymbol{\Sigma}$; $\text{tr}(\cdot)$ 表示矩阵的迹。

因为 $\boldsymbol{\beta}$ 是除了第 nk 个元素为 $\beta_{nk} = \theta_k - \hat{\theta}_{nk}$, $k=1, 2, \dots, K$, 其余元素都为 0 的 N 维向量, θ_k 已知, $\boldsymbol{\beta}$ 的求解就变成求解 θ 。对式(12)取对数, 求关于 $v(\hat{\theta}_i) = e^{-j2\pi d / \lambda \sin(\hat{\theta}_i)}$ 的导数, 并令其导数为零, 采用文献[9]中多项式求根的方法得

$$\hat{\theta}_i^{\text{new}} = \arcsin\left(-\frac{\lambda}{2\pi d} \text{angle}(z_i)\right) \tag{18}$$

式中 z_i 为多项式所求根中最接近单位圆的点。

文献[12]中所述, 假设 \mathbf{X} 第 i 行 x_i 能量比较小, 则其对应的 $\hat{\theta}_i$ 保持不变, 因此在每次迭代中不必利用上述过程更新每一个网格点, 而由 M 个阵元组成的阵列可以分辨的最大目标数为 $M-1$, 因此选择前 $M-1$ 个能量最大的 x_i 对应的格点作为需要更新的格点, x_i 的平均功率为:

$$P(i) = \sqrt{\sum_{t=1}^T |\mu_{ti}|^2}, \quad i=1,2,\dots,N \quad (19)$$

式中 μ_{ti} 可以由式(14)求得。

学习过程则是根据上述过程, 不断更新 $\hat{\theta}_i^{\text{new}}$, 从而更新空间角度网格, 使新的格点更加逼近真实的波达方向。根据文献[8], 学习过程的迭代停止条件为: $\frac{\|\alpha^{i+1} - \alpha^i\|_2}{\|\alpha^i\|_2} < \tau$, 或迭代次数达到最大值, 其中 τ 是用户自定义参数。

2.2 裂变过程

当某个相邻格点间隔内包含 2 个及以上的真实波达方向时, 之前的 DOA 估计算法将不再适用。GEDOA 算法通过裂变使每个格点间隔内只包含一个波达方向, 但如果任意格点间隔内最多仅包含一个波达方向, 则 GEDOA 算法经过一次迭代之后, 网格点数目达到阈值 $N(M)=2M-2$, 或多次迭代后, 网格点数目达到 $N(M)=2M-2$ 时, 并不能保证在波达方向附近的网格划分足够密集, 这就降低了算法的估计精确度。文献[6]首先通过 l_1 -SVD 算法得出 DOA 的粗略估计值, 然后对该估计值附近区间进行均匀细化, 但该算法需要将信号源数目作为先验, 运用凸优化方法进行计算, 算法的耗时较长, 且 l_1 -SVD 算法中惩罚因子的选择也是比较繁琐的过程。本文提出一种新的裂变方式, 该方法用户可以自定义波达方向附近的网格划分的精确度, 裂变方式简单, 且不需要将信号源数作为先验。裂变过程包含 4 个步骤:

1) 根据式(19)求解得到的平均功率来选择需要裂变的网格点。平均功率 $P(i)$ 越大, 说明第 i 个位置存在真实波达方向的可能性越大。而由 M 个阵元组成的阵列可以分辨的最大的目标数为 $M-1$, 故选择前 $M-1$ 个最大平均功率 P 对应的角度 θ 作为需要裂变的网格点。但当某一信号源能量较大时, 其旁瓣能量可能会大于其他信源主瓣的能量, 如图 1 所示, 信号源功率谱中, i_1 位置信源的旁瓣能量大于 i_2 位置信源的主瓣能量, 这样在选择裂变网格点时, 可能会丢失第 i_2 个网格点。所以正确的选择方式为: 在前 $M-1$ 个最大平均功率 P 中选择局部最大值对应的角度位置作为裂变的网格点。

2) 在选择了需要裂变的格点之后, 需确定裂变产生的新网格点的位置。如选定裂变格点为第 i 个网格点, 则裂变后新增的网格点的位置为第 i 个格点左右间隔 $(r(i-1)$ 和 $r(i)$) 的中点。具体裂变新增网格点的位置如图 2 所示, 用其中一个裂变格点作为示例说明: 第一次裂变, 假定选择 A 点作为裂变格点, A 点将分裂成 A_1 和 A_2 ; 第二次裂变时, A_1 点对应的平均功率比较大, 故其产生分裂, 分裂成 A_{11} 和 A_{12} , 其中 A_1, A_2, A_{11} 和 A_{12} 均为其相邻两个格点的中点。同时分裂格点 A 和 A_1 通过学习过程不断向 θ_1 逼近。通过不断地学习和裂变, 网格点会逐渐向真实波达方向 θ_1 逼近。

3) 根据式(18)和裂变过程产生新的网格点不断更新 $\hat{\theta}$, 直到达到裂变终止的条件。根据式(9), \mathbf{X} 的先验分布是 α 的函数, 所以更新 \mathbf{X} 就是更新 α 。由图 2 可知, 一个网格点分裂后总共产生了 3 个网格点, 如 B 点分裂后产生 B_1, B_2, C 3 个点, 根据式(10), 分裂前后的分布分别为:

$$P(\alpha) = \Gamma(\alpha_B | 1, \rho) = e^{-\rho\alpha_B} \quad (20)$$

$$P(\alpha) = \Gamma(\alpha_{B_1} | 1, \rho) \Gamma(\alpha_{B_2} | 1, \rho) \Gamma(\alpha_C | 1, \rho) = e^{-\rho(\alpha_{B_1} + \alpha_{B_2} + \alpha_C)} \quad (21)$$

为保证分裂前后 \mathbf{X} 的分布保持不变, 令 $e^{-\rho\alpha_B} = e^{-\rho(\alpha_{B_1} + \alpha_{B_2} + \alpha_C)}$, 即 $\alpha_B = \alpha_{B_1} + \alpha_{B_2} + \alpha_C$, 取 $\alpha_{B_1} = \alpha_{B_2} = \alpha_C = \frac{1}{3}\alpha_B$ 。

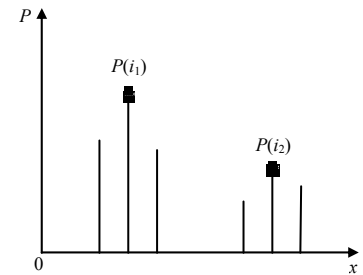


Fig.1 Schematic diagram of the power spectrum of the signal source
图 1 信号源的功率谱示意图

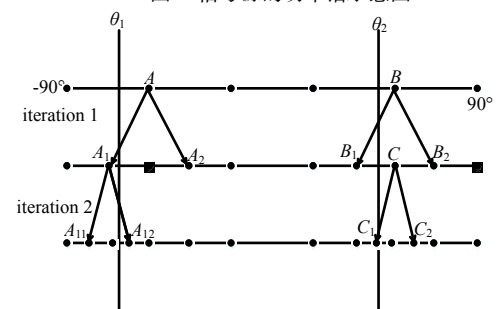


Fig.2 Schematic diagram of the fission process
图 2 裂变过程示意图

4) 裂变停止的条件: 随着裂变过程的进行, 网格点数目不断增加, 计算复杂度也随之增大, 如果不设置裂变停止的条件, 则提出的网格部分细化的方法将不再有意义。考虑当某个裂变产生的网格点 i 的左右间隔小于某个值时, 也即 $r(i-1) < \theta_0$ 或 $r(i) < \theta_0$ 时, 该网格点停止裂变, 其中 θ_0 为用户自定义的值, 与 DOA 的估计精确度有关。

通过上述的学习和裂变过程, 结果正如图 2 所示, 在真实的波达方向附近网格被密集划分, 而在远离波达方向的网格区域被稀疏划分, 实现了网格的部分细化, 不但保证了估计精确度, 而且与现有的离格 DOA 估计算法相比, 网格点数会大大减少, 计算量随之减小。

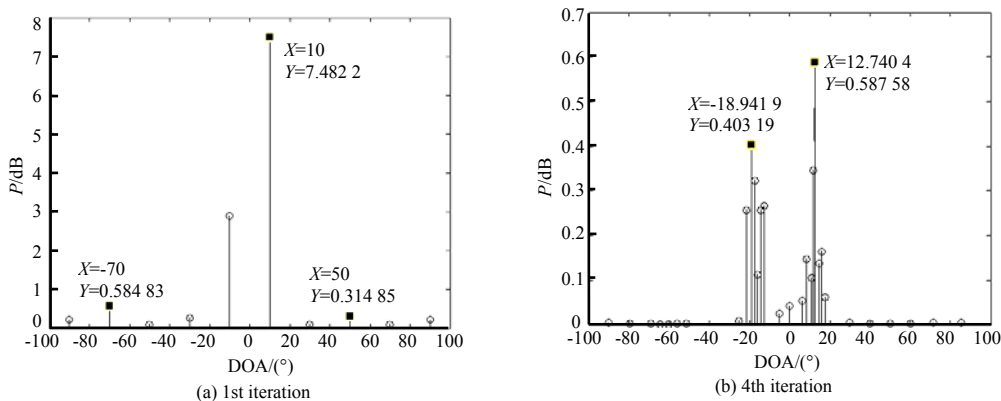
表 1 PRGDOA 算法
Table1 PRGDOA algorithm

PRGDOA algorithm
1) initializing a series of parameters $\hat{\theta}, \alpha, \alpha_0, \tau, \theta_0, \rho, c, d, r_0$, where r_0 is initial interval of Meshin;
2) iteration and updating of $\mu(t), \Sigma, \alpha, \alpha_0$ and $\hat{\theta}$ by using learning process;
3) determine whether the fission conditions are met, if satisfied, then continue to step 4, otherwise, jump to step 5;
4) new mesh points are generated through the fission process to update $\hat{\theta}, \alpha$;
5) determine whether the iteration stop condition $\frac{\ \alpha^{i+1} - \alpha^i\ _2}{\ \alpha^i\ _2} < \tau$ is met or the number of iterations reaches the maximum, if satisfied, the algorithm proceeds, otherwise, jump back to step 2;
6) algorithm stops.

3 仿真结果

为说明 PRGDOA 算法(见表 1)的优势所在, 对该算法进行仿真, 并与现有算法进行对比实验。首先估计 PRGDOA 算法的空间谱, 并与 l_1 -SVD, OGRSBL 和 GEDOA 算法做对比; 然后仿真 PRGDOA 算法和现有算法在不同信噪比下的均方根误差; 最后将本文算法耗时与现有算法耗时进行对比。假设均匀线阵由 $M=10$ 个阵元组成, 阵元间隔为 $d = \lambda/2$, 快拍数 $T=30$, 根据文献[8], 设置 $\rho=0.01$, $c=d=1 \times 10^{-4}$ 。令 $\alpha_0=1$, α 中所有元素均为 1, 学习过程的迭代停止条件中的自定义参数 $\tau=1 \times 10^{-4}$, 最大迭代次数为 500。PRGDOA 算法的初始网格点间隔为 $r_0=180^\circ/(M-1)=20^\circ$, 裂变终止条件中的最小网格点间隔为 2° 。所有仿真实验均在 Matlab 8.3.0.532 上执行, PC 机配置为: Intel(R) Core(TM) i7-4700MQ CPU 2.4 GHz, 4 G RAM。

图 3 为 PRGDOA 算法网格点分布及空间谱随迭代次数的变化情况。考虑 2 个窄带远场信号源分别以 -17.4° 和 12.7° 的来波方向入射到均匀线阵(Uniform Linear Array, ULA)上, 信噪比 $R_{SN}=10$ dB, 初始间隔 $r_0=20^\circ$ 时, 初始网格点的个数为 10。如图 3(a)所示, 第 1 次迭代时, 在角度为 $-70^\circ, 10^\circ$ 和 50° 的网格点位置满足裂变条件, 将在 $-80^\circ, -60^\circ, 0^\circ, 20^\circ, 40^\circ$ 和 60° 的位置新增网格点。然后对新增网格点的先验参数进行更新, 为下一次学习过程做准备。基于更新后的网格模型, 通过学习过程对网格点更新, 使网格点更加靠近波达方向。如图 3(b)所示, 通过裂变过程和学习过程的交替迭代, 直到第 4 次迭代后角度空间被 30 个网格点划分, 而且这时所有的网格点都不再满足裂变条件, 裂变过程停止, 不再增加新的网格点。如图 3(c)所示, 虽然没有通过裂变过程新增网格点, 但是学习过程仍需要持续进行, 很明显可以看出, 图 3(c)中的 -18.8271° 和 -12.7332° 比图 3(b)中的 -18.9419° 和 -12.7404° 更加靠近真实的波达方向角 -17.4° 和 12.7° , 网格离散误差越来越小, DOA 估计越来越精确。最终, 如图 3(d)所示, 通过不断的学习过程, 经过 50 次迭代后, 满足迭代停止条件, 算法停止, 输出需要求解的 DOA 估计值。



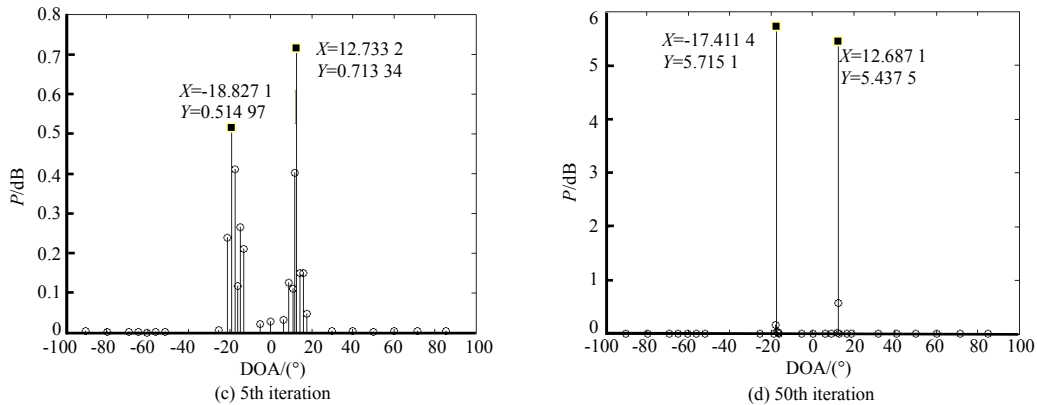


Fig.3 Spatial spectrum of algorithm vs. number of iterations

图 3 不同迭代次数对应的算法空间谱图

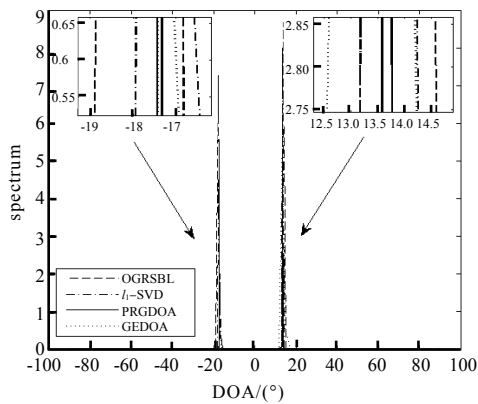


Fig.4 Space spectrum of algorithm

图 4 算法空间谱图

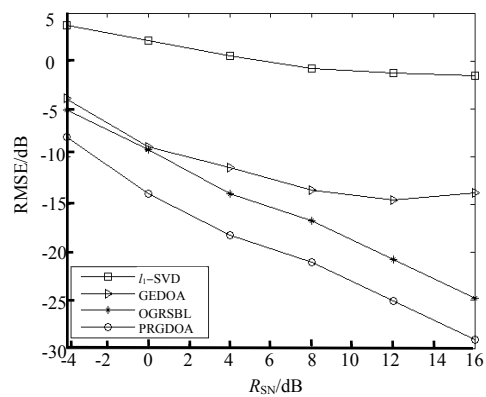


Fig.5 Root mean square error of algorithms under different R_{SN}

图 5 不同信噪比下算法的均方根误差

图 4 为 PRGDOA 算法与 OGRSBL,GEDOA 和 l_1 -SVD 算法的空间谱图。2 个窄带远场信号源的来波方向分别为 -17.4° 和 12.7° ，信噪比 $R_{SN}=10$ dB，算法 l_1 -SVD 的惩罚因子的选择比较复杂，本文选择惩罚因子为 2， l_1 -SVD,OGRSBL 和 GEDOA 算法的初始网格点间隔分别为 $2^\circ, 6^\circ$ 和 20° 。从图 4 可以看出，相比其他算法，实线所代表的 PRGDOA 算法空间谱更窄，而且更加接近来波方向，说明本文所提算法的角度分辨力更高。

图 5 为 PRGDOA 算法和现有几种具有代表性的算法的均方根误差随信噪比 R_{SN} 变化的情形。考虑 $K=2$ 个信号源 θ_1 和 θ_2 分别来自间隔 $[-10^\circ, 0^\circ]$ 和 $[20^\circ, 30^\circ]$ ，对于每一个 SNR 都进行 $R=500$ 次蒙特卡罗实验，均方根误差定

义为： $RMSE = \sqrt{\frac{1}{RK} \sum_{i=1}^R \sum_{k=1}^K (\theta_k^i - \tilde{\theta}_k^i)^2}$ ，其中 $\tilde{\theta}_k^i$ 为第 k 个信号源 θ_k^i 的估计值。均方根误差的数值对应算法的优劣，

从图 5 可以看出，本文算法比 l_1 -SVD,OGRSBL 和 GEDOA 算法的均方根误差都要小，说明本文算法的 DOA 估计精确度更高。因为根据裂变停止条件，网格间隔小于 θ_0 时停止裂变，保证裂变过程结束后，距离波达方向最近的网格点与波达方向的最大间隔不超过 θ_0 ，更加有利于通过学习过程逼近 θ_1 和 θ_2 ，估计精确度更高。

表 2 为各种算法在 $R_{SN}=10$ dB 时不同格点间隔下的 CPU 平均耗时。 l_1 -SVD 和 OGRSBL 算法的初始格点间隔依次取 $r_0 = [1^\circ, 2^\circ, 4^\circ, 6^\circ, 8^\circ]$ ，GEDOA 的初始格点间隔为 20° ，表 2 中“null”表示算法在对应初始网格初始间隔下不进行仿真。与 l_1 -SVD 和 OGRSBL 算法相比，由于 PRGDOA 的网格划分比较粗糙，CPU 耗时相对较少。PRGDOA 与 GEDOA 的 CPU 耗时几乎一样，但同样 CPU 耗时情况下，PRGDOA 的估计精确度更高。

表 2 不同网格点间隔条件下算法耗时(单位: s)

Table2 Time-consuming of algorithms under different grid interval conditions(unit:s)

	l_1 -SVD	OGRSBL	PRGDOA	GEDOA
$r_0=1^\circ$	17.90	6.22	null	null
$r_0=2^\circ$	13.45	3.27	null	null
$r_0=4^\circ$	7.52	1.68	null	null
$r_0=6^\circ$	6.88	1.36	null	null
$r_0=8^\circ$	5.76	1.04	null	null
$r_0=20^\circ$	null	null	0.94	0.95

4 结论

本文在研究了传统的基于网格模型和离格模型 DOA 估计算法的基础上,针对网格等间距划分时计算量较大和估计精确度低的问题,提出一种基于网格部分细化的方法。该方法采用不同于文献[5]和文献[11]的角度空间网格点细化方式,降低算法复杂度的同时,保证了 DOA 估计精确度。仿真结果证明,信噪比较高时,在相同实验条件下,本文算法优于现有的基于网格模型和基于离格模型的 DOA 估计算法。但在低信噪比的条件下,提高算法的估计精确度仍是需要解决的问题。

参考文献:

- [1] QIAN C, SHI Y, HUANG L, et al. Robust harmonic retrieval via block successive upper-bound minimization[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2018(99):1-1. DOI:10.1109/TSP.2018.2875394.
- [2] SAUCAN A A, CHONAVEL T, SINTES C, et al. CPHD-DOA tracking of multiple extended sonar targets in impulsive environments[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, 64(5):1147-1160. DOI:10.1109/TSP.2015.2504349.
- [3] 张宏杰, 韦欣荣, 曹锦, 等. 导航星座对高轨特定目标导航方法[J]. *太赫兹科学与电子信息学报*, 2018, 16(2):227-232. (ZHANG Hongjie, WEI Xinrong, CAO Jin, et al. Navigation constellation for high-travel specific target navigation method[J]. *Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology*, 2018, 16(2):227-232.)
- [4] 王永良, 陈辉, 彭应宁, 等. 空间谱估计理论与算法[M]. 北京:清华大学出版社, 2004. (WANG Yongliang, CHEN Hui, PENG Yingning, et al. *Spatial spectral estimation theory and algorithm*[M]. Beijing:Tsinghua University Press, 2004.)
- [5] DONOHO D L. Compressed sensing[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(4):1289-1306. DOI:10.1109/TIT.2006.871582.
- [6] MALIOUTOV D, CETIN M, WILLSKY A. A sparse signal reconstruction perspective for source localization with sensor arrays[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2005, 53(8):3010-3022. DOI:10.1109/TSP.2005.850882.
- [7] KIM M, LEE K, YE C. Compressive MUSIC:revisiting the link between compressive sensing and array signal processing[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2012, 58(1):278-301. DOI:10.1109/TIT.2013.2262311.
- [8] JHANG J W, HUANG Y H. A high-SNR projection-based atom selection OMP processor for compressive sensing[J]. *IEEE Transactions on Very Large Scale Integration(VLSI) Systems*, 2016:1-12. DOI:10.1109/TVLSI.2016.2554401.
- [9] ZHU H, LEUS G, GIANNAKIS G B. Sparsity-cognizant total least-squares for perturbed compressive sampling[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(5):2002-2016. DOI:10.1109/tsp.2011.2109956.
- [10] YANG Z, XIE L, ZHANG C. Off-grid direction of arrival estimation using sparse Bayesian inference[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, 61(1):38-43. DOI:10.1109/tsp.2012.2222378.
- [11] ZHANG Y, YE Z, XU X, et al. Off-grid DOA estimation using array covariance matrix and block-sparse Bayesian learning[J]. *Signal Processing*, 2014(98):197-201. DOI:10.1016/j.sigpro.2013.11.022.
- [12] DAI J, BAO X, XU W, et al. Root sparse Bayesian learning for Off-grid DOA estimation[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2017, 24(1):46-50. DOI:10.1109/lsp.2016.2636319.
- [13] WANG Q, ZHAO Z, CHEN Z, et al. Grid evolution method for DOA estimation[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2018, 66(9):2374-2383. DOI:10.1109/TSP.2018.2814998.
- [14] JI S, XUE Y, CARIN L. Bayesian compressive sensing[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(6):2346-2356. DOI:10.1109/tsp.2007.914345.
- [15] TIPPING M E. Sparse bayesian learning and the relevance vector machine[J]. *Journal of Machine Learning Research*, 2001, 1(3):211-244. DOI:10.1162/15324430152748236.