

文章编号: 2095-4980(2020)03-0504-05

## 基于改进粒子群算法的传感器测量土壤水分

张凤莉<sup>1</sup>, 杨花雨<sup>2</sup>

(1.商丘职业技术学院 机电工程系, 河南 商丘 476000; 2.商丘工学院 信息与电子工程学院, 河南 商丘 476000)

**摘要:** 为了提高传感器测量土壤水分的精确度, 提出改进粒子群算法(IPSO)。首先粒子个体最优值利用高斯变换, 提高了算法的局部搜索能力, 粒子全局最优值采用柯西变换, 吸引其他粒子到更好的搜索空间区域, 提高了算法的全局搜索能力; 接着混沌函数动态调节惯性权重, 在迭代初期具有较大的值便于快速寻优, 而在算法后期有较小的值, 放慢搜索速度, 以便进行精确寻优。实验仿真显示本文算法对测量砾石脱湿、吸湿数据的均方误差(MSE)以及 Pearson 相关系数相比其他算法都较好, 其中脱湿实测数据在基质势为 1 000 cm 时, IPSO 算法 MSE 均值为  $16.62 \times 10^{-6}$ , 相比 LSM,FOA,HSA,PSO,SAA 分别减少 75.59%,66.67%,63.53%,53.73%,57.53%; 吸湿实测数据在基质势为 1 000 cm 时, IPSO 算法 MSE 均值为  $10.21 \times 10^{-6}$ , 相比 LSM,FOA,HSA,PSO, SAA 分别减少 81.42%,75.29%,72.00%,65.57%,67.69%。

**关键词:** 高斯柯西变换; 粒子群; 传感器; 土壤水分

**中图分类号:** TN06; S237

**文献标志码:** A

**doi:** 10.11805/TKYDA2019281

## Sensor measuring soil moisture based on improved PSO algorithm

ZHANG Fengli<sup>1</sup>, YANG Huayu<sup>2</sup>

(1.Department of Mechanical and Electrical Engineering, Shangqiu Polytechnic, Shangqiu Henan 476000, China;

2.School of Information and Electronic Engineering, Shangqiu Institute of Technology, Shangqiu Henan 476000, China)

**Abstract:** In order to improve the accuracy of sensor measuring soil moisture, Improved Particle Swarm Optimization(IPSO) algorithm is proposed. Firstly, Gauss transform is utilized to improve the local search ability, and Cauchy transform is adopted to attract other particles to better search space area, which improves the global search ability. Secondly, Chaotic function is adjusted the inertia weight dynamically, it has larger value in the initial iteration stage and smaller value in the later iteration stage, and the searching speed is slowed down in the later iteration. The simulation results show that the Mean Square Error(MSE) and Pearson correlation coefficients of IPSO algorithm are better than that of other algorithms for measuring gravel dehumidification and moisture absorption data, the MSE of the measured data of dehumidification for IPSO at the substrate potential of 1 000 cm is  $16.62 \times 10^{-6}$ , which is 75.59%, 66.67%, 63.53%, 53.73% and 57.53% lower than that for LSM, FOA, HSA, PSO and SAA respectively. For the measured data of moisture absorption at the substrate potential of 1 000 cm, MSE of IPSO is  $10.21 \times 10^{-6}$ , which is 81.42%, 75.29%, 72.00%, 65.57% and 67.69% lower than that of LSM, FOA, HSA, PSO and SAA respectively.

**Keywords:** Gauss and Cauchy transformation; particle swarm optimization; sensor; soil moisture

传感器测量土壤水分是农业信息化发展中一项十分重要的内容<sup>[1]</sup>, 通过测试数据, 可获得确切的旱涝灾情, 合理安排调控, 但是人工采用烘干方法测试, 费时费力, 精确度较低<sup>[2]</sup>, 因此, 描述土壤水分特征曲线, 对于更合理使用农业资源十分重要。土壤水分曲线是非线性多维函数, 描述模型主要有 Mckee Bumb,Gardner, Brooks Corey,Gardner Russo, Van Genuchten 等<sup>[3-4]</sup>, 其中 Van Genuchten 模型与实际测试数据之间拟合最好, 参数的物理意义明确, 若使用线性方法和线性拟合会出现较大误差。目前的解决方法有最小二乘法(Least Square Method, LSM)拟合<sup>[5]</sup>, 过程简单, 但是对于相同数据得出的拟合参数也存在不确定性; 萤火虫优化算法

收稿日期: 2019-08-06; 修回日期: 2019-10-30

基金项目: 河南省科技攻关计划资助项目(172102210440; 182102210481)

作者简介: 张凤莉(1985-), 女, 硕士, 讲师, 主要研究方向为电子信息工程。email:flzh2007@qq.com

(Firefly Optimization Algorithm, FOA)<sup>[6]</sup>和声搜索算法(Harmony Search Algorithm, HSA)<sup>[7]</sup>, 能够获得参数的解, 但易陷入局部最优解; 粒子群算法(Particle Swarm Optimization, PSO), 控制参数少, 具有并行计算的优势<sup>[8]</sup>, 但算法后期容易出现早熟现象, 无法获得全局最优解; 模拟退火算法(Simulated Annealing Algorithm, SAA)<sup>[9]</sup>, 全局搜索能力差, 容易受参数影响。

## 1 改进 PSO 算法

### 1.1 基本 PSO 算法

基本粒子群算法(PSO)更新速度  $v_{q,h}$  和位置  $x_{q,h}$  为<sup>[10]</sup>:

$$\begin{cases} v_{q,h}(t+1) = \omega v_{q,h}(t) + c_1 r_1 [p_{q,h} - x_{q,h}(t)] + c_2 r_2 [p_{g,h} - x_{q,h}(t)] \\ x_{q,h}(t+1) = x_{q,h}(t) + v_{q,h}(t+1) \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $q=1,2,\dots, h=1,2,\dots$ ;  $t$  为迭代次数;  $x_{q,h}(t)$  为第  $q$  个粒子在第  $t$  次迭代时第  $h$  维的位置;  $v_{q,h}(t)$  为第  $q$  个粒子在第  $t$  次迭代时第  $h$  维的速度;  $p_{g,h}$  为全局最优值;  $p_{q,h}$  为个体最优值;  $r_1 \in (0,1), r_2 \in (0,1)$  为相互独立的随机函数;  $c_1, c_2$  为学习因子;  $\omega$  为惯性权重。

### 1.2 基于高斯柯西变换的 PSO 算法

高斯柯西变换粒子群优化是为了改进群领导者的变化并消除基本粒子群算法过早收敛问题<sup>[11-12]</sup>。在高斯柯西变换的 PSO 算法中, 个体最优值采用高斯变换, 全局最优值采用柯西变换。在应用每个策略后, 如果变化的全局最优值  $p_{g,h}'$  适合性优于当前  $p_{g,h}$ , 当前的  $p_{g,h}$  由  $p_{g,h}'$  更新; 若变化的个体最优值  $p_{q,h}'$  适合性优于当前  $p_{q,h}$ , 当前的  $p_{q,h}$  由  $p_{q,h}'$  更新。高斯变换策略应用于  $p_{q,h}$  如下:

$$p_{q,h}' = p_{q,h} + (x_{\max} - x_{\min}) \times \text{Gaussian}(0, k) \quad (2)$$

式中:  $x_{\max}, x_{\min}$  为粒子位置向量值的上、下限;  $k$  为高斯分布的标准差。  $k$  依据  $t$  迭代次数非线性变化为:

$$k^{t+1} = k^t \times \left( \frac{t}{t_{\max}} \right)^2 \quad (3)$$

通过高斯变换, 提高了算法的局部搜索能力。柯西变换策略应用于  $p_{g,h}$  如下:

$$p_{g,h}' = p_{g,h} + (x_{\max} - x_{\min}) \times \text{Cauchy}(0, s) \quad (4)$$

式中  $s$  为柯西变换的尺度参数。  $s$  依据  $t$  迭代次数非线性变化为:

$$s^{t+1} = s^t \times \left( \frac{t}{t_{\max}} \right) \quad (5)$$

通过柯西变换, 提高了算法的全局搜索能力。

### 1.3 混沌函数动态调节惯性权重

惯性权重  $\omega$  不能适应比较复杂的非线性问题, 从而降低了 PSO 算法的收敛速度和精确度。混沌是自然界中普遍存在的一种非线性现象, 利用混沌的遍历性、随机性特点, 提高随机优化算法的效率<sup>[13]</sup>, 本文采用混沌函数动态调节惯性权重的粒子群算法。在迭代初期, 惯性权重的值比较大, 主要进行全局搜索, 随着迭代次数增加, 惯性权重的值逐渐减小, 主要进行局部搜索。采用混沌函数 Logistic 映射产生混沌序列:

$$z_{t+1} = Az_t(1 - z_t) \quad (6)$$

式中:  $A = 4.0, z_1 = 0.8$ ;  $t$  为迭代次数。

$$\omega(t) = \omega_{\min} + (\omega_{\max} - \omega_{\min})z_t \quad (7)$$

这样, 惯性权重参数值成为一个混沌变量。粒子位置调节过程为:

$$x_{q,h}(t+1) = \omega x_{q,h}(t) + \omega' v_{q,h}(t) + \rho \psi p_{g,h} \quad (8)$$

式中:  $\omega'$  为  $\omega$  的动态权重, 控制解决  $x_{q,h}(t)$  和  $v_{q,h}(t)$  对优化结果的影响;  $\psi$  为加速系数, 影响最大迭代次数  $T$ ;

$\rho$  为随机数,  $\rho \in (0,1)$ ;  $\omega' = \frac{\exp(f(j)/u)}{(1 + \exp(-f(j)/u))^t}$ ,  $u$  是第一次迭代的平均适应值,  $f(j)$  是第  $j$  个粒子在第  $t$  次迭代的适应值。

为了使得  $\psi$  在迭代初期具有较大的值, 这样在算法初期便于快速寻优, 而在算法后期要求有较小的值, 因为此时寻优数值已经比较靠近最优结果, 需要放慢速度, 以便进行精确寻优, 加速系数  $\psi$  设置为:

$$\psi = \omega_{\max} - (\omega_{\max} - \omega_{\min}) \sqrt{\frac{t}{T}} \quad (9)$$

## 2 传感器测量土壤水分模型

Van Genuchten 模型是拟合水土特征曲线应用最广泛的数学模型<sup>[14-15]</sup>, 能够对不同类型的土壤情况有比较好的拟合结果, 表达式为:

$$\theta(h) = \tau + \frac{\zeta - \tau}{\left[1 + |ah|^n\right]^m} \quad (10)$$

式中:  $\theta$  是土壤体积含水率 ( $\text{cm}^3 \cdot \text{cm}^{-3}$ );  $h$  是土壤基质势 ( $\text{cm}$ );  $\tau$  和  $\zeta$  分别代表土壤的剩余体积含水率与饱和体积含水率 ( $\text{cm}^3 \cdot \text{cm}^{-3}$ );  $n, a$  和  $m$  是土壤水分曲线拟合参数,  $n > 1$ ,  $m = 1 - \frac{1}{n}$ ,  $0 < m < 1$ 。

建立最优化准则函数  $f$ :

$$f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \hat{\theta}_i(h) - \theta_i(h, X) \right)^2 \quad (11)$$

式中:  $\hat{\theta}_i (i=1, 2, \dots, n)$  是实际测量的土壤含水量;  $\theta_i$  是 Van Genuchten 的计算结果;  $N$  为实验次数;  $X = (\zeta, \tau, a, m)$  为粒子的位置, 这样把非线性优化转化为粒子寻优问题, 当  $f$  为最小值时则得最优参数估计。

评价模型拟合度指标采用均方误差 (Mean Square Error, MSE) 以及 Pearson 相关系数  $P$ :

$$\begin{cases} MSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (f(X_i) - \bar{f})^2}{N}} \\ \bar{f} = \frac{\sum_{i=1}^N f(X_i)}{N} \\ P = \sqrt{\frac{COV(f(X_i), \bar{f})}{\text{Var}(f(X_i)) \text{Var}(\bar{f})}} \end{cases} \quad (12)$$

式中  $\bar{f}$  为  $N$  次试验的平均值。  $P$  越接近于 1, 相关度越强; 相关系数越接近于 0, 相关度越弱。算法流程:

- 1) 粒子群初始化, 产生粒子个体;
- 2) 计算粒子的适应度;
- 3) 按照式(2)、式(4)进行高斯柯西变换;
- 4) 按照式(6)、式(7)、式(8)进行动态调节;
- 5) 若满足最大迭代次数或 Van Genuchten 曲线拟合度, 精确度控制在  $10^{-6}$ , 进行步骤 6); 否则进行步骤 3);
- 6) 输出  $\zeta, \tau, a, n$  参数值。

## 3 实验仿真

采用时域反射型土壤水分传感器, 进口 316 不锈钢探针, 长度为 7 cm, 探针共 3 根, 探针直径为 3 mm, 测量区域为以中央探针为中心的直径为 7 cm、高为 7 cm 圆柱体, 传感器探头完全垂直插入待测模拟土壤容器中部, 并且要求受力均匀, 避免倾斜, 当传感器示数稳定后, 开始记录数据, 若数据波动性比较大则有必要对测试点进行多次读取以提高测量的准确性。实验计算机为酷睿 I5, 主频为 3.0 GHz, 双通道内存为 8 GB, 集成显卡, Matlab2007 实现编程, 粒子群总数 600 个, 最大迭代次数为 400。

### 3.1 Van Genuchten 模型参数求解

在 Van Genuchten 模型参数求解过程中, 涉及到的算法有 LSM, FOA, HSA, PSO, SAA, IPSO, 实验各种算法进行 25 次蒙特卡罗仿真, 结果取平均值, 得到参数解如表 1 所示。

从表 1 可以看出，各种方法计算的方程参数中， $a$  值差别不大，但本文计算所得的  $\zeta, \tau, n$  值与其他方法计算结果差别较大，且最优化目标函数值  $f$  要远小于其他方法的结果，说明本文算法求解参数值具有优势，这是因为 IPSO 算法在迭代过程中，通过高斯柯西变换提高了粒子在全局、局部寻优上的搜索能力，使方程解达到最优；其他方法由于存在局域解的缺陷，导致参数解无法获得最优。

对砾石进行不同算法模拟数据与实测数据对比如表 2 所示。对粉壤土进行不同算法模拟数据与实测数据对比如表 3 所示。从表 2、表 3 可以看出，本文算法对不同的基质势，其模拟数据接近实测数据，随着基质势的增加，其模拟数据离实测数据波动小，测试比较稳定。

表 1 不同方法确定 Van Genuchten 模型参数

Table1 Parameters of Van Genuchten model determined by different methods

method	$\zeta /(\text{cm}^3 \cdot \text{cm}^{-3})$	$\tau /(\text{cm}^3 \cdot \text{cm}^{-3})$	$a / \text{cm}^{-1}$	$n$	$f$
LSM	0.363 1	0.054 35	0.013 4	4.145 0	0.140 891
FOA	0.363 8	0.056 21	0.012 8	4.037 4	0.074 210
HSA	0.363 4	0.053 90	0.012 9	4.187 9	0.084 176
PSO	0.363 8	0.054 33	0.013 0	3.959 5	0.070 579
SAA	0.363 0	0.056 54	0.013 1	3.982 5	0.085 011
IPSO	0.358 3	0.064 63	0.013 2	4.002 6	0.000 675

表 2 不同方法模拟砾石  $\theta-h$  数据与实测数据对比

Table2 Comparison between simulated  $\theta-h$  data and measured data by different methods for gravel

		$h/\text{cm}$								
		10	50	100	200	400	600	800	1 000	1 300
dry	real $\theta$	0.267 3	0.183 1	0.161 0	0.147 2	0.136 8	0.129 9	0.110 3	0.084 4	0.069 3
	LSM	0.242 9	0.189 7	0.181 6	0.158 5	0.148 9	0.119 7	0.103 6	0.061 5	0.090 8
	FOA	0.226 8	0.189 0	0.177 7	0.155 6	0.129 9	0.113 8	0.109 7	0.077 6	0.061 8
	HSA	0.259 4	0.187 7	0.183 2	0.157 3	0.121 8	0.119 7	0.109 0	0.074 1	0.065 8
	PSO	0.257 5	0.194 5	0.192 9	0.154 7	0.122 0	0.117 0	0.102 96	0.076 0	0.069 5
	SAA	0.259 9	0.177 3	0.189 8	0.155 5	0.144 5	0.110 5	0.120 3	0.077 3	0.076 0
	IPSO	0.268 2	0.185 5	0.174 3	0.146 2	0.132 6	0.126 8	0.114 3	0.089 9	0.069 2
wet	real $\theta$	0.263 0	0.180 2	0.158 4	0.144 8	0.134 6	0.127 8	0.108 5	0.083 0	0.068 2
	LSM	0.239 0	0.186 7	0.178 7	0.156 0	0.146 5	0.117 8	0.101 9	0.060 5	0.089 3
	FOA	0.223 2	0.186 0	0.174 9	0.153 1	0.127 8	0.112 0	0.107 9	0.076 4	0.060 8
	HSA	0.255 2	0.184 7	0.180 3	0.154 8	0.119 9	0.117 8	0.107 3	0.072 9	0.064 7
	PSO	0.253 4	0.191 4	0.189 8	0.152 2	0.120 0	0.115 1	0.101 3	0.074 8	0.068 4
	SAA	0.255 7	0.174 5	0.186 8	0.153 0	0.142 2	0.108 7	0.118 4	0.076 1	0.074 8
	IPSO	0.263 9	0.182 5	0.171 5	0.143 9	0.130 5	0.124 8	0.112 5	0.088 5	0.068 1

表 3 不同方法模拟粉壤土  $\theta-h$  数据与实测数据对比

Table3 Comparison between simulated  $\theta-h$  data and measured data by different methods for silty loam

		$h/\text{cm}$								
		5	30	70	100	200	300	500	1 000	1 300
dry	real $\theta$	0.344 9	0.329 7	0.265 1	0.156 8	0.090 3	0.077 0	0.065 6	0.056 1	0.051 3
	LSM	0.344 9	0.343 0	0.288 8	0.199 5	0.073 2	0.057 0	0.051 3	0.050 4	0.050 4
	PSO	0.341 1	0.336 3	0.255 6	0.168 2	0.078 9	0.067 5	0.063 7	0.062 7	0.062 7
	DEPSO	0.340 1	0.337 3	0.250 8	0.164 4	0.083 6	0.068 4	0.069 4	0.057 0	0.052 3
	SA	0.341 1	0.336 3	0.255 6	0.168 2	0.078 9	0.067 5	0.063 7	0.062 7	0.062 7
	GA	0.341 1	0.336 3	0.255 6	0.169 1	0.078 9	0.067 5	0.064 6	0.062 7	0.063 7
	PCPSO	0.344 9	0.330 6	0.266 0	0.153 0	0.086 5	0.080 8	0.068 4	0.055 1	0.052 3
wet	real $\theta$	0.343 9	0.323 0	0.255 6	0.134 0	0.059 9	0.065 6	0.058 0	0.053 2	0.050 4
	LSM	0.343 9	0.340 1	0.245 1	0.148 2	0.062 7	0.054 2	0.051 3	0.050 4	0.050 4
	PSO	0.334 4	0.333 5	0.252 7	0.137 8	0.063 7	0.059 9	0.059 9	0.059 9	0.059 9
	DEPSO	0.335 4	0.330 6	0.241 3	0.146 3	0.062 7	0.061 8	0.058 9	0.058 9	0.059 9
	SA	0.334 4	0.332 5	0.251 8	0.137 8	0.063 7	0.059 9	0.058 9	0.058 9	0.058 9
	GA	0.333 5	0.332 5	0.250 8	0.136 8	0.064 6	0.060 8	0.058 9	0.058 9	0.059 9
	PCPSO	0.344 9	0.322 1	0.256 5	0.134 0	0.061 8	0.064 6	0.057 0	0.054 2	0.047 5

### 3.2 定量评价指标

采用均方误差  $MSE$  以及  $P$  作为定量评价指标，模拟砾石  $\theta-h$  数据与实测数据的  $MSE$  及  $P$ ，如图 1 和图 2 所示。

从图 1、图 2 可以看出，各种算法  $MSE$  值在吸湿情况下比脱湿情况下较小， $P$  值在吸湿情况下比脱湿情况下较大，本文 IPSO 算法的  $MSE$  值、 $P$  值在吸湿、脱湿情况均比其他算法较好，吸湿  $\theta-h$  实测数据在基质势为 1 000 cm 时，IPSO 算法  $MSE$  均值为  $10.21 \times 10^{-6}$ ，脱湿  $\theta-h$  实测数据在基质势为 1 000 cm 时，IPSO 算法  $MSE$  均值为  $16.62 \times 10^{-6}$ ；吸湿  $\theta-h$  实测数据在基质势为 600 cm 时，IPSO 算法  $P$  均值为 0.87，脱湿  $\theta-h$  实测数据在基质势为 1 000 cm 时，IPSO 算法  $MSE$  均值为 0.89，这是因为 PCPSO 算法通过混沌函数动态调节惯性权重，防止搜索过程收敛于局部最优解，从而获得全局最优解。

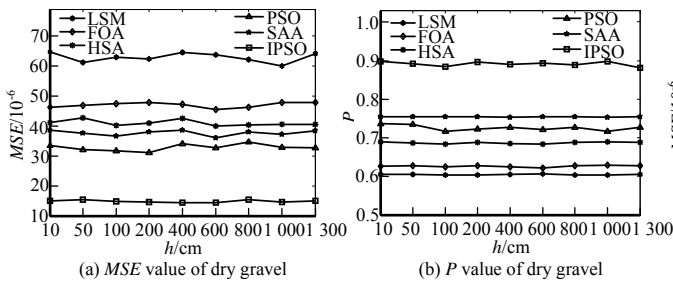


Fig.1 MSE,  $P$  values comparison results for dry gravel  
图 1 脱湿砾石 MSE,  $P$  值比较结果

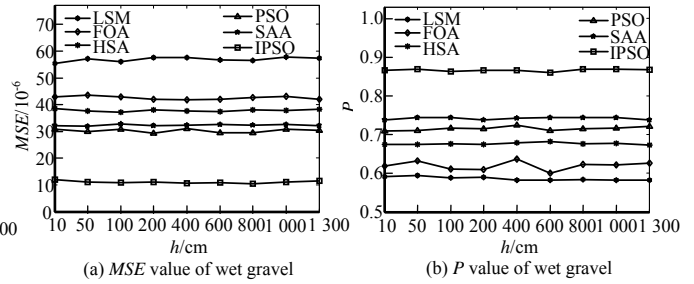


Fig.2 MSE,  $P$  values comparison results for wet gravel  
图 2 吸湿砾石 MSE,  $P$  值比较结果

#### 4 结论

本文提出改进 PSO 算法, 高斯柯西变换使得粒子便于进行全局、局部寻优, 混沌函数动态调节惯性权重, 迭代初期具有较大的值, 后期有较小的值。实验仿真显示本文算法 IPSO 最优化目标函数值小于 LSM, FOA, HSA, PSO, SAA 算法的测量结果; 脱湿、吸湿砾石的  $MSE, P$  值相比其他算法较好, 为测量土壤水分提供了新方法。

#### 参考文献:

- [1] 姜倩倩, 王磊, 甄贵平. 一种节能无线传感器网络[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2018, 16(2): 272–276. (JIANG Qianqian, WANG Lei, ZHEN Guiping. An energy-saving wireless sensor networks[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2018, 16(2): 272–276.)
- [2] 王磊, 杨松. 土壤吸力测试方法对土壤水分特征曲线的影响[J]. 节水灌溉, 2018(8): 5–8. (WANG Lei, YANG Song. Influence of soil suction test method on soil water characteristic curve[J]. Water Saving Irrigation, 2018(8): 5–8.)
- [3] 辛琳, 郝新生, 崔清亮. 土壤水分特征曲线的 4 种经验公式拟合研究[J]. 山西农业科学, 2018, 46(2): 256–259. (XIN Lin, HAO Xinsheng, CUI Qingliang. Fitting of four empirical formulas of soil water characteristic curve[J]. Shanxi Agricultural Science, 2018, 46(2): 256–259.)
- [4] 唐凯. 几种典型土壤水分特征曲线模型分析[J]. 农业与技术, 2017, 37(3): 34–35. (TANG Kai. Analysis of several typical soil water characteristic curve models[J]. Agriculture and Technology, 2017, 37(3): 34–35.)
- [5] OMAR A E, ELWAN A A, BORHAM TAHA I. Integrating WOFOST and Noah LSM for modeling maize production and soil moisture with sensitivity analysis, in the east of the Netherlands[J]. Field Crops Research, 2017, 210(15): 147–161.
- [6] 莫愿斌, 刘付永, 马彦追. 改进的萤火虫优化算法求解 Van Genuchten 方程参数[J]. 计算机科学, 2013, 40(11A): 131–135, 139. (MO Yuanbin, LIU Fuyong, MA Yanzhui. Parameters of Van Genuchten equation solved based on improved firefly optimization algorithm[J]. Computer Science, 2013, 40(11A): 131–135, 139.)
- [7] 邢长明, 代艳, 杨林. 利用改进的和声搜索算法求解 Van Genuchten 方程参数[J]. 计算机应用, 2012, 32(8): 2159–2164. (XING Changming, DAI Yan, YANG Lin. Solving parameters of Van Genuchten equation by using improved harmonic search algorithm [J]. Computer Application, 2012, 32(8): 2159–2164.)
- [8] 杜清福. 合作式粒子群优化算法[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2016, 14(2): 276–281. (DU Qingfu. Cooperative particle swarm optimization algorithm[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2016, 14(2): 276–281.)
- [9] TIAN Z C, KOOL D, REN T S, et al. Approaches for estimating unsaturated soil hydraulic conductivities at various bulk densities with the extended Mualem–Van Genuchten model[J]. Journal of Hydrology, 2019(572): 719–731.
- [10] CHAUDHURI A, FRANSEN H J H, SEKHAR M. Iterative filter based estimation of fully 3D heterogeneous fields of permeability and Mualem–Van Genuchten parameters[J]. Advances in Water Resources, 2018, 122(11): 340–354.
- [11] RAIMUNDAS V. Transformations of some Gauss hypergeometric functions[J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2005, 178(1): 473–487.
- [12] HUANG C S, LIU C Y, SU W C. Application of Cauchy wavelet transformation to identify time-variant modal parameters of structures[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2016, 80(1): 302–323.
- [13] CHEN K, ZHOU F Y, LIU A L. Chaotic dynamic weight particle swarm optimization for numerical function optimization[J]. Knowledge-Based Systems, 2018, 139(1): 23–40.
- [14] WALLOR E, ROSSKOPF N, ZEITZ J. Hydraulic properties of drained and cultivated fen soils part I – horizon-based evaluation of Van Genuchten parameters considering the state of moorsh-forming process[J]. Geoderma, 2018(313): 69–81.
- [15] ONOJA M U, SEYED M M A, ADRIAN M S W. Characterizing the role of parametric functions in the Van Genuchten empirical model on  $CO_2$  storage performance[J]. International Journal of Greenhouse Gas Control, 2019, 88(9): 233–250.