

文章编号: 2095-4980(2020)03-0449-07

## 含两个磁控忆阻器的五阶混沌电路设计

黄丽丽, 雷腾飞, 臧红岩, 黄 强

(齐鲁理工学院 机电工程学院, 山东 济南 250200)

**摘 要:** 基于经典蔡氏混沌振荡电路, 利用 2 个磁控光滑忆阻器以及电容、电感设计了一种新的五阶混沌振荡电路。讨论了平衡点稳定性, 分析了相图、Lyapunov 指数和分岔图。此双忆阻混沌电路具有复杂的动力学行为, 运动轨迹依赖于电路参数和电路初始状态; 从能量的角度探索了奇异吸引子, 结果表明系统存在不同吸引子共存的多稳态现象。用 PSpice 进行了电路设计, 验证了 Matlab 理论仿真正确性和电路设计的可实现性。

**关键词:** 混沌电路; 吸引子共存; 非线性动力学; 忆阻器

中图分类号: TN402

文献标志码: A

doi: 10.11805/TKYDA2019305

## Design of a five-order chaotic circuit with two flux-controlled memristors

HUANG Lili, LEI Tengfei, ZANG Hongyan, HUANG Qiang

(College of Mechanical and Electrical Engineering, Qilu Institute of Technology, Ji'nan Shandong 250200, China)

**Abstract:** A novel magnetron memristor model based on the cubic smooth memristor is proposed, a new chaotic oscillation circuit of five-order is designed by using two magnetically smooth memristors, common capacitors and inductors. It is found that the dual-memristor system has the equilibrium point set. The phase diagram, Lyapunov exponent and bifurcation diagram are analyzed by using the conventional dynamics method. The dual-memristor chaotic circuit has complex dynamic behaviors. The motion trajectory is not only dependent on the circuit parameters but also affected by the initial state of the circuit. Strange attractors are explored in terms of energy, resulting in the coexistence of different periodic motions and different chaotic attractors with different topologies. The correctness of Matlab simulation and the realization of the circuit design are verified by PSpice.

**Keywords:** chaotic circuits; coexisting attractors; nonlinear dynamics; memristor

忆阻器因具有非线性和记忆性, 在人工神经网络、保密通信、仿生学等领域具有广泛的应用前景。忆阻器作为非线性元件引入电路中, 电路设计产生的混沌现象越来越容易实现, 其动力学行为越来越复杂。

近年来, 忆阻器相关电路成为学术界研究的热点, 并取得很多研究成果<sup>[1-4]</sup>。文献[5]设计了一个具有隐藏与共存吸引子的忆感器混沌系统, 提出了隐藏吸引子产生的原因及共存吸引子产生的条件。文献[6]提出了忆阻器在压电能量收集系统储能单元中的应用, 对忆阻器与电感之间组成的非线性网络能量转换效率做了定性分析。文献[7-8]利用 2 个荷控忆阻器组成简单的五阶电路, 并采用常规方法分析了基本的动力学行为。文献[9]提出了具有共存吸引子的混沌系统及其分数阶系统的镇定。文献[10]提出了 Cascade 混沌电路负阻模型与电路设计, 通过理论分析给出了两级负阻提升的通用模型。文献[11]提出了忆阻器混沌电路的硬件实现, 通过改变系统参数, 观察该系统在不同参数下的系统状态。

本文在经典的 Chua 系统上进行改造, 利用 2 个三次光滑模型磁控忆阻器设计了一个不同于蔡氏电路的新的五阶系统, 结合磁控忆阻器与电容并联、与电感串联两种形式, 推出该系统的平衡点<sup>[12-16]</sup>, 并通过常规分析其混沌特性。不同于一般的忆阻混沌系统, 该系统的平衡点由 2 个磁控忆阻器的初值状态决定。重点分析了改变初始值系统的运动轨迹, 从而探索了 3 种吸引子共存的非线性物理现象, 并通过功率与电荷信号之间的特性探索了奇异吸引子的存在<sup>[17-20]</sup>。

收稿日期: 2019-08-21; 修回日期: 2019-09-30

基金项目: 山东省自然科学基金资助项目(ZR2017PA008)

作者简介: 黄丽丽(1984-), 女, 硕士, 主要研究方向为非线性系统分析与控制。email:376552718@qq.com

1 利用 2 个磁控忆阻设计的混沌电路

在经典 Chua 系统基础上构造 2 个磁控忆阻器分别代替 Chua 电路系统里的电阻和 Chua 氏二极管, 构造一个新型五阶系统, 如图 1 所示。选取三次非线性磁控忆阻模型, 作为一个二端口元件, 磁控忆阻模型为:  $q(\varphi)=e\varphi+n\varphi^3$ , 端口伏安特性即电压与电流的关系表达式为:  $U=i/W(\varphi)$ , 其中  $W(\varphi)$ 为忆导,  $\varphi$  为忆阻器内部状态变量。

$$W(\varphi) = \frac{dq(\varphi)}{d\varphi} = e + 3n\varphi^2 \quad (1)$$

式中  $e, n$  为常量,  $e=0.9, n=0.9$ 。

新的五阶电路由 5 个状态元件构成, 内部状态变量分别为  $U_1, U_2, i, \varphi_1, \varphi_2$ 。根据基尔霍夫电压和电流定律, 可以得到 5 个联立的一阶微分方程组:

$$\begin{cases} \frac{dU_1}{dt} = \frac{1}{C_1} [(U_2 - U_1)W(\varphi_2) - U_1W(\varphi_1)] \\ \frac{dU_2}{dt} = \frac{1}{C_2} [(U_1 - U_2)W(\varphi_2) - i] \\ \frac{di}{dt} = \frac{1}{L} U_2 \\ \frac{d\varphi_2}{dt} = U_2 - U_1; \\ \frac{d\varphi_1}{dt} = U_1 \end{cases} \quad (2)$$

为便于在 Matlab 中计算分析, 式(2)中的 5 个状态变量  $U_1, U_2, i, \varphi_2, \varphi_1$  分别表示为  $x, y, z, u, v$ ; 电容  $C_1$  的倒数和  $C_2$  的倒数、电感值  $L$  的倒数分别用  $a, b, m$  代替, 则式(2)可用以下归一化的方程组表示:

$$\begin{cases} \dot{x} = a[(y - x)W(u) - xW(v)] \\ \dot{y} = b[(x - y)W(u) - z] \\ \dot{z} = my \\ \dot{u} = y - x \\ \dot{v} = x \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $W(u)=e+3nu^2; W(v)=c+3dv^2, c, d$  为常量,  $c=-1.2, d=1$ 。

选取电路参数  $a=7, b=1, m=12$ , 初始值  $(0.01, 0, 0.01, 0, 0)$ , 系统产生的混沌吸引子如图 2 所示, 从不同平面的相轨图上可以看出复杂的拉伸和扭曲结构, 但整体上系统是稳定的。在此电路参数和初值下, 采用雅克比矩阵方法计算, 得到系统的 Lyapunov 指数为:  $LE_1=0.335\ 256, LE_2=0.015\ 350, LE_3=-0.008\ 209, LE_4=-0.009\ 644, LE_5=-4.820\ 101$ , 可见最大 Lyapunov 指数大于 0, 满足  $(+, 0, -, -, -)$ 。随时间  $t$  变化的系统 Lyapunov 指数谱如图 3 所示。新五维忆阻混沌系统的 Lyapunov 指数的维数  $D_L=4.069$ , 可见维数是分数。从五阶忆阻电路的相轨图、Lyapunov 指数、Lyapunov 维数可知, 该电路具有丰富的混沌动力学行为。

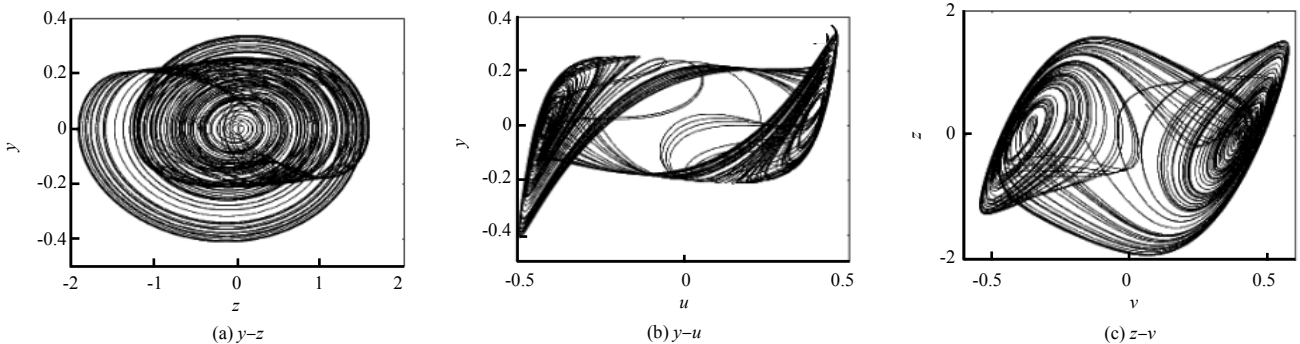


Fig.2 Phase diagram of different planes  
图 2 不同平面的相图

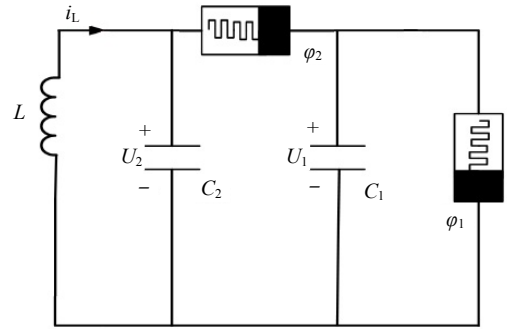


Fig.1 Chaotic circuit with two magnetically controlled memristors  
图 1 含 2 个磁控忆阻器的混沌电路

## 2 系统动力学分析

### 2.1 系统平衡点及稳定性分析

令式(3)的右边等于 0, 可得系统的平衡点集为:

$$s = \left\{ (x, y, z, u, v) \begin{cases} x = y = z = 0 \\ u = n_1, v = n_2 \end{cases} \right\} \quad (4)$$

即五维空间中的  $v-u$  子空间的任一点都是该系统的平衡点,  $n_1, n_2$  为实常数。取电路参数  $a=7, b=1, m=12$ , 忆阻器参数  $c=-1.2, d=1, e=0.9, n=0.9$ , 选择  $n_1, n_2$  作为可调参数, 为研究平衡点的稳定性, 在平衡点线性化式(3), 得到其 Jacobian 矩阵为:

$$J = \begin{bmatrix} -aW(v) - aW(u) & aW(u) & 0 & 0 & 0 \\ bW(u) & -bW(u) & -b & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

根据  $\det(J - \lambda I) = 0$  可得平衡点集  $s$  的特征根方程为:

$$\lambda^2(\lambda^3 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3) = 0 \quad (6)$$

式中:  $a_1 = 21.6u^2 + 21v^2 - 1.2, a_2 = 56.7u^2v^2 - 22.68u^2 + 18.9v^2 + 4.44, a_3 = 226.8u^2 + 252v^2 - 25.2$ 。

式(6)表明式(3)含有 5 个特征根: 3 个非零特征根和 2 个零特征根。式(6)括号中的三次多项式方程的系数均为非零实常数, 依据 Routh-Hurwitz 稳定条件, 该三次多项式方程的所有根具有负实部的充要条件是

$$H_k = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ 1 & a_2 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} > 0 \quad (7)$$

式中  $k=1, 2, 3$ , 即有:

$$H_1 = a_1 > 0, H_2 = a_1a_2 - a_3 > 0, H_3 = a_3(a_1a_2 - a_3) > 0。$$

令  $v=0$ , 则  $u$  即坐标轴上随之对应的稳定范围为:

$$0.2357 < |u| < 0.4425。$$

令  $u=0$ , 则  $v$  即坐标轴上随之对应的稳定范围为:

$$0.23904 < |v| < 0.4736 \text{ 或 } |v| > 0.5246。$$

选取初始状态值  $(0.01, 0, 0.1, 0, v)$  中的  $v$  为可变参数初值, 得到的 Lyapunov 指数谱如图 4(a)所示。同理选取初始状态值  $(0.01, 0, 0.1, u, 0)$  中的  $u$  为可变参数初值, 得到的 Lyapunov 指数谱如图 4(b)所示, 从图 4(a)的 Lyapunov 指数谱可以看出,  $v$  在  $[-0.1, 0.1]$  区间出现了大于 0 的 Lyapunov 指数; 图 4(b)中  $u$  在区间  $[-0.2, 0.2]$  内, 也有大于 0 的 Lyapunov 指数谱。不同于一般的忆阻系统, 式(3)的平衡点是由 2 个磁控忆阻器的初值状态决定, 可见式(3)的稳定性不能简单地由平衡点集的 3 个非零特征根确定。该系统的稳定性不仅受平衡点集的 3 个非零特征根影响, 另外 2 个零特征根在一定的电路参数下也会对系统的动力学产生不同的影响。图 4 数值仿真结果与上述理论分析结果在  $0.16 < u < 0.2$  区间和  $-0.2 < v < -0.23$  区间存在差异, 在此区间内式(3)是一个稳定的汇, 该差异主要由式(3)的平衡点集除了 3 个非零特征根外还有 2 个零特征根所导致。由图 4 可知, Lyapunov 指数谱取值随初始状态而改变, 出现了大于零、等于零和小于零的变化, 说明了忆阻电路在不同的初始状态作用下, 呈现出周期、弱混沌、混沌等多稳态共存。

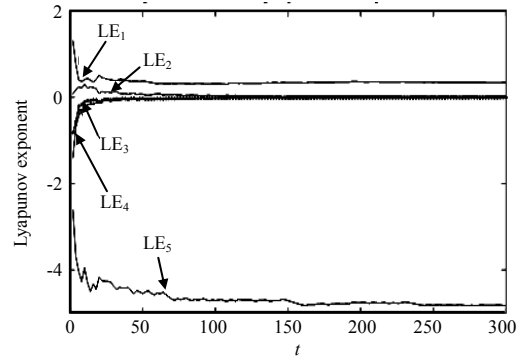
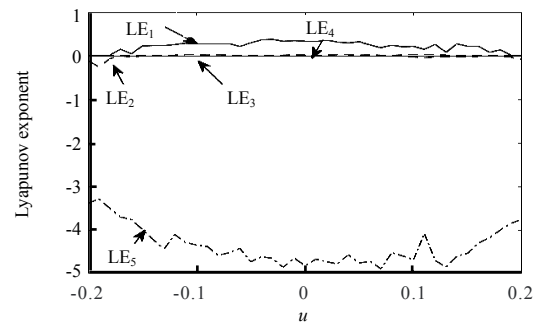
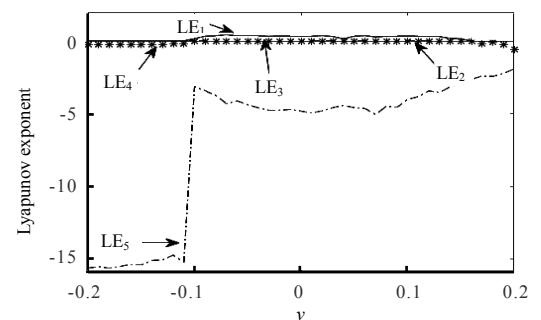


Fig.3 Lyapunov exponential spectrum  
图 3 系统的 Lyapunov 指数谱



(a) Lyapunov exponential spectrum with  $u$



(b) Lyapunov exponential spectrum with  $v$

Fig.4 Lyapunov exponential spectrum  
图 4 初始值随变量变化的 Lyapunov 指数谱

2.2 电路参数的影响

与一般混沌电路的动力学分析一样，借助 Lyapunov 指数和分岔图等常规的动力学分析工具，对图 1 所示的具有 2 个磁控忆阻器的混沌电路在参数改变时进行其动力学行为分析，观察系统运动状态的变化。

固定参数  $a=7, b=1$ ，改变参数  $m$ ， $m$  区间为  $[11, 19]$ ，式(3)关于  $X$  的分岔图及 Lyapunov 指数谱如图 5 所示。需要说明的是，在图 5(b)中有 2 条 Lyapunov 指数谱，分别为 LE2 和 LE3，其值相近，基本相切于零线，在图上区分不明显。随着参数  $m$  的变化，式(3)所产生的典型的周期轨道、混沌轨道在  $y-v$  平面上的投影如图 6(a)~(f) 所示。图 6 呈现了系统在不同的  $m$  参数下的混沌行为。

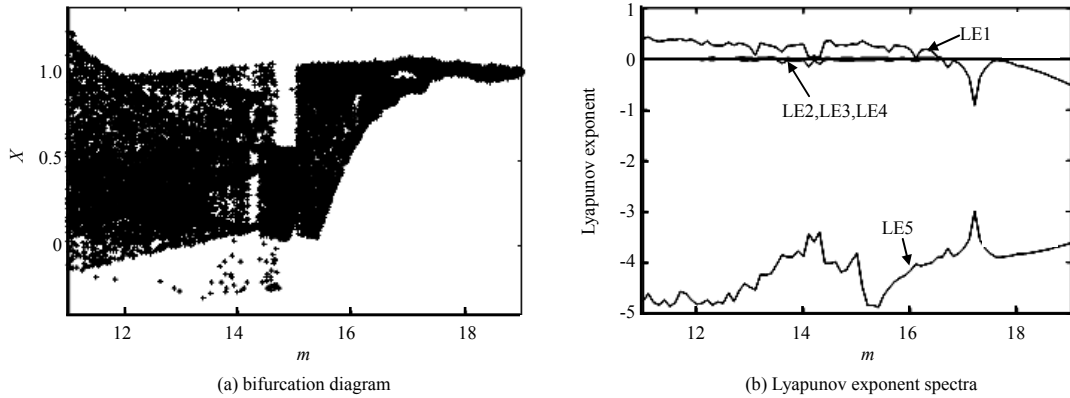


Fig.5 Bifurcation diagram and Lyapunov exponent spectra changing with  $m$  parameter

图 5  $m$  参数变化时的分岔图及 Lyapunov 指数谱

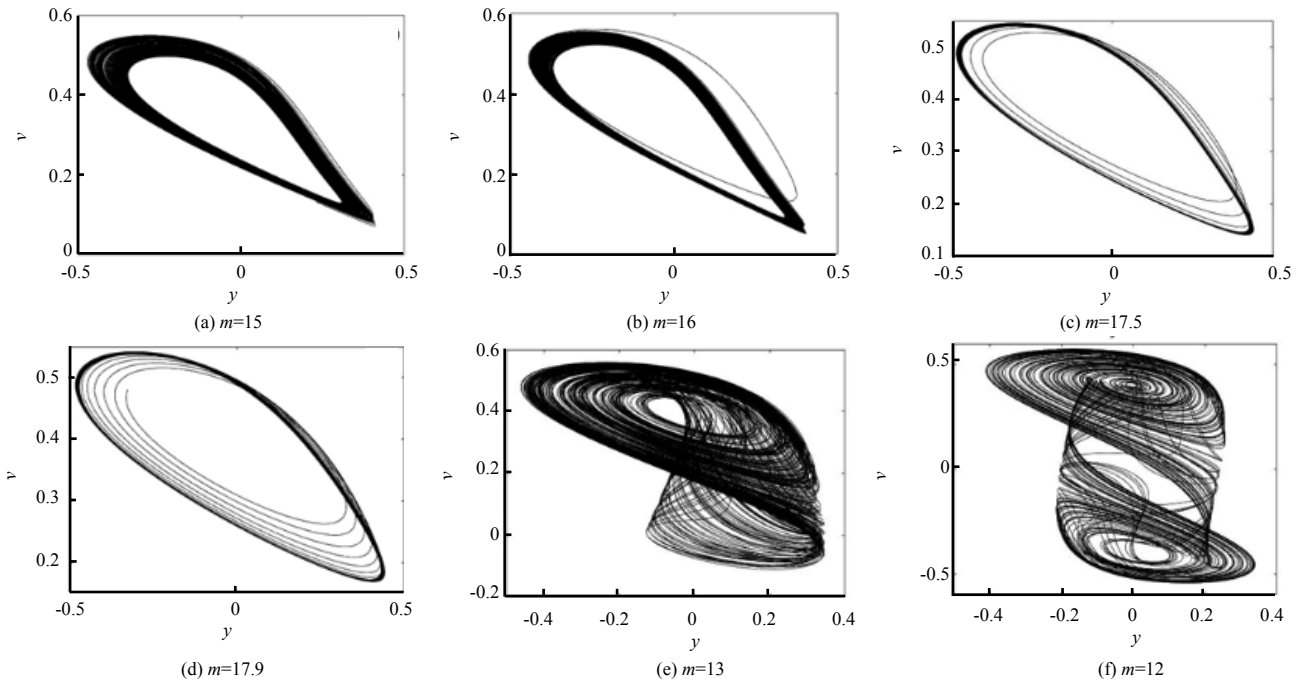


Fig.6 Phase diagram of the system in the  $v-y$  plane as  $m$  changes

图 6 系统随  $m$  变化时在  $v-y$  平面上的相图

3 探索吸引子

3.1 奇异吸引子

在电路参数确定的情况下，观察混沌吸引子时都是关注电容电压、电感电流及忆阻器磁通之间的特性。现将五阶系统推广到功率与能量信号上，将会产生什么吸引子呢？如图 7 所示。图 7(a)~(b)分别为忆阻器  $\varphi_1$  与电感的功率、忆阻器  $v-i$  的特性关系，可见图 7(a)的吸引子是奇异的；图 7(b)体现了忆阻器斜“8”字的记忆特性，产生该现象的原因与忆阻器本身的记忆特性有关。

3.2 共存吸引子

固定原系统参数  $a=7, b=1, m=12$ , 初始值为  $(x(0), 0, 0.1, 0, 0)$  时, 系统在  $x(0) \in [-1, 1]$  的分岔图和 Lyapunov 指数如图 8(a)~(b) 所示。  $x(0) \in [-0.5, 0.5]$ , 最大 Lyapunov 指数大于 0, 与初值变化的分岔图相吻合, 系统一直处于混沌状态。系统随初始值  $x(0)$  变化出现的共存吸引子如图 9 所示。图 9(a)~(b) 为  $x(0)=-0.1$  和  $x(0)=0.1$  时,  $y-u$  平面的吸引子。从图 9(a)~(b) 上可以看出 2 种吸引子具有对称结构。初始值分别取  $(1, 0, 0.1, 0, 0)$  和  $(-0.05, 0, 0.1, 0, 0)$  时, 共存吸引子如图 10(a)~(b) 所示。图 10(a) 中周期吸引子与混沌吸引子共存, 图 10(b) 表示混沌吸引子与混沌吸引子共存。因此基于初始值改变的存在, 充分说明了该混沌系统对初始值的敏感性。

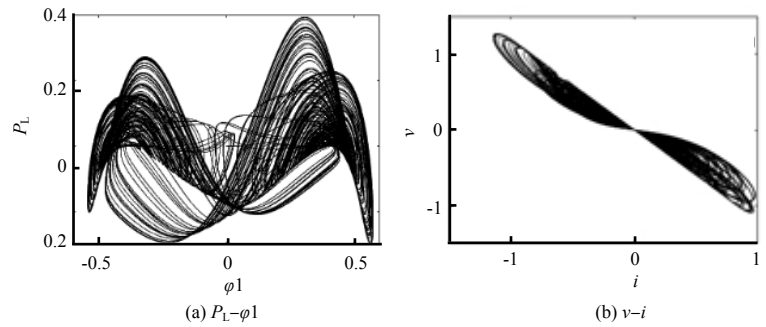


Fig.7 Signal transmission between energies  
图 7 各能量间的信号传递

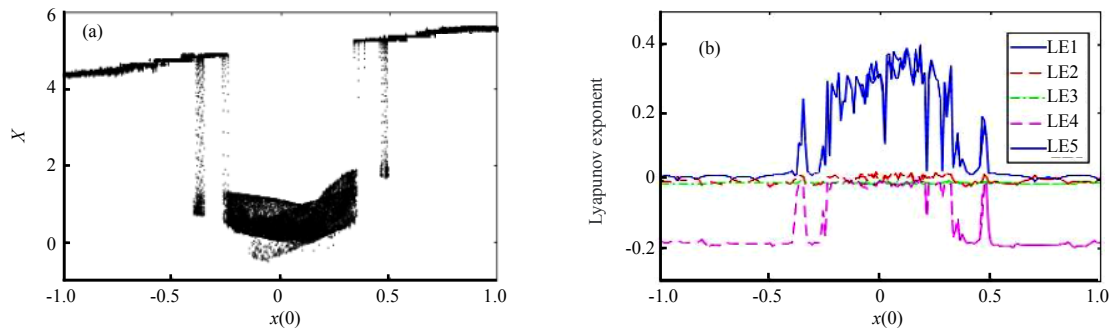


Fig.8 (a) Bifurcation diagram; (b) Lyapunov exponent spectra  
图 8 (a) 分岔图; (b) Lyapunov 指数谱

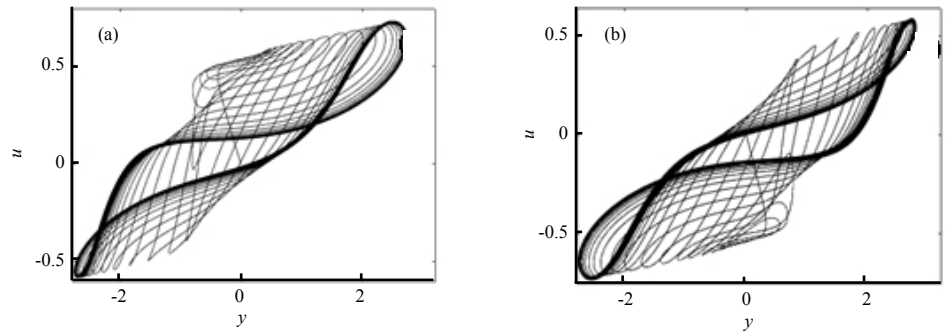


Fig.9 (a) Coexisting attractors in the  $y-u$  plane when  $x=-0.1$ ; (b) coexisting attractors in the  $y-u$  plane when  $x=0.1$   
图 9 (a)  $x=-0.1$ ,  $y-u$  平面吸引子; (b)  $x=0.1$ ,  $y-u$  平面吸引子

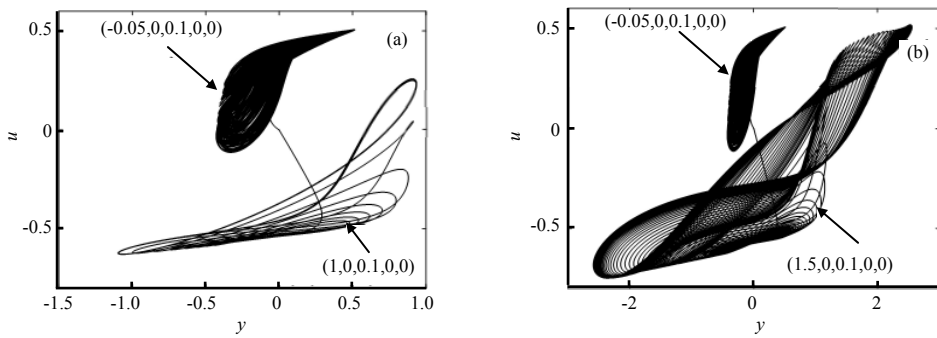


Fig.10 (a) coexisting attractors in the  $y-u$  plane when  $x=1$  and  $x=-0.05$ ; (b) coexisting attractors in the  $y-u$  plane when  $x=1.5$  and  $x=-0.05$   
图 10 (a)  $x=1$  和  $x=-0.05$ ,  $y-u$  平面吸引子; (b)  $x=1.5$  和  $x=-0.05$ ,  $y-u$  平面吸引子

#### 4 混沌系统的电路设计与实验

为验证式(3)的混沌特性,设计了一个模拟电路,该电路由三部分组成:反相器模块、反向积分模块、反向加法比例模块。分别实现式(3)的求导、加减、负号和乘积运算。运放采用 LF347,乘法器采用 AD633。

根据  $a=7, b=1, m=12$  求出各电阻的阻值,然后通过电压表分别测试部分变量点处的电压,观察混沌吸引子在部分相平面的投影,实验结果与计算机仿真结果一致。

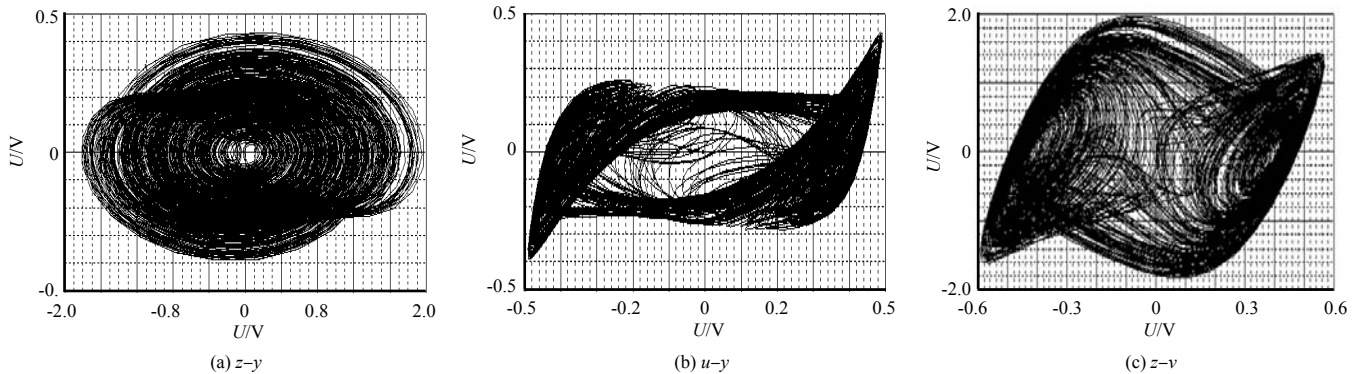


Fig.11 Projection of attractor  
图 11 平面相图

#### 5 结论

本文通过对经典的 Chua 系统进行改造,并对新系统的基本特性进行了理论分析和数值仿真。理论分析表明,基于忆阻元件的五阶混沌电路具有一个平衡点集,且平衡点集的稳定性取决于忆阻器的初始状态。利用分岔图和 Lyapunov 指数谱研究了忆阻电路系统的不同吸引子的共存等奇异的非线性物理现象,系统的运动不仅依赖于电路参数的变化,还极端依赖于系统的初始条件;发现了混沌吸引子对称共存、不同混沌吸引子的共存现象,为保密通信和信息加密方面提供了有力支持。

#### 参考文献:

- [1] WANG W,ZENG Y C,CHEN Z,et al. Coexisting attractors and Hopf bifurcation in floating memristor based chaotic circuit[J]. Chinese Journal of Computational Physics, 2017,34(6):747-756. DOI:10.19596/j.cnki.1001-246x.7563.
- [2] CHEN W L,HU S W,LIU X Z,et al. A non common-node chaotic Colpitts oscillator with negative resistance enhancement[J]. IEICE Electronics Express, 2014,11(22):1-6. DOI:10.1587/elex.11.20140902.
- [3] 李鑫,曾以成,王维,等. 新型多翼统一混沌系统[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2017,15(4):676-683. (LI Xin,ZENG Yicheng,WANG Wei,et al. New type of the multi-wing unified chaotic system[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2017,15(4):676-683.) DOI:10.11805/TKYDA201704.0676.
- [4] LINDBERG E,TAMASEVIČIUS A,MYKOLAITIS G,et al. Towards threshold frequency in chaotic Colpitts oscillator[J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2007,17(10):3449-3453.DOI: 10.1142/S0218127407019196.
- [5] 吴泽炎,顾梅园,李付鹏. 一个具有隐藏与共存吸引子的忆感器混沌系统[J]. 杭州电子科技大学学报(自然科学版), 2019,39(4):6-11,50. (WU Zeyan,GU Meiyuan,LI Fupeng. Short-range visible light communication system based on led and mobile device[J]. Journal of Hangzhou Dianzi University(Natural Science Edition), 2019,39(4):6-11,50.) DOI:10.13954/j.cnki.hdu.2019.04.0002.
- [6] 李春彪. 忆阻器在压电能量收集系统储能单元中的应用[C]// 中国力学大会-2017暨庆祝中国力学学会成立 60 周年大会论文集. 北京:中国力学学会, 2017:7. (LI Chunbiao. Application of memristor in energy storage unit of piezoelectric energy collection system[C]// Proceedings of the Chinese mechanics congress 2017 and the 60th anniversary of the establishment of the Chinese mechanics society. Beijing:Chinese Mechanics Society, 2017:7.)
- [7] 洪庆辉,曾以成,李志军. 含磁控和荷控两种忆阻器的混沌电路设计与仿真[J]. 物理学报, 2013,62(23):49-55. (HONG Qinghui,ZENGYicheng,LI Zhijun. Design and simulation of chaotic circuit for flux-controlled memristor and charge-controlled memristor[J]. Acta Physics Sinica, 2013,62(23):49-55.) DOI:10.7498/aps.62.230502.

- [8] 包伯成,史国栋,许建平,等. 含两个忆阻器混沌电路的动力学分析[J]. 中国科学:技术科学, 2011,41(8):1135-1142. (BAO Bocheng,SHI Guodong,XU Jianping,et al. Dynamics analysis of chaotic circuit with two memristors[J]. China Science: Technology Science, 2011,41(8):1135-1142.) DOI:10.1007/s11431-011-4400-6.
- [9] 鲜永菊,夏诚,钟德,等. 具有共存吸引子的混沌系统及其分数阶系统的镇定[J]. 控制理论与应用, 2019,36(2):262-270. (XIAN Yongju,XIA Cheng,ZHONG De,et al. Chaotic system with coexisting attractors and the stabilization of its fractional order system[J]. Control Theory & Applications, 2019,36(2):262-270.) DOI:10.7641/CTA.2018.70943.
- [10] 陈文兰,郑林华,杨星华. Cascode 混沌电路负阻模型与电路设计[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2019,17(3):531-535. (CHEN Wenlan,ZHENG Linhua,YANG Xinghua. Negative resistance model and circuit design of cascode chaotic oscillator[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2019,17(3):531-535.) DOI:10.11805/TKYDA2019030531.
- [11] 陈秋杰,李文. 忆阻器混沌电路的硬件实现[J]. 工业控制计算机, 2018,31(11):155-156. (CHEN Qiujie,LI Wen. Hardware implementation of memristor chaotic circuit[J]. Industrial Control Computer, 2018,31(11):155-156.
- [12] 吴淑花,容旭巍,刘振永. 含两个荷控忆阻器最简混沌电路的设计与研究[J]. 系统仿真学报, 2018,30(10):3985-3994, 4001. (WU Shuhua,RONG Xuwei,LIU Zhenyong. Study on how to design simplest chaotic circuit with two charge-controlled memristors[J]. Journal of System Simulation, 2018,30(10):3985-3994,4001.) DOI:10.16182/j.issn1004731x.joss.201810046.
- [13] 包伯成,刘中,许建平. 忆阻混沌振荡器的动力学分析[J]. 物理学报, 2010,59(6):3785-3793. (BAO Bocheng,LIU Zhong, XU Jianping. Dynamical analysis of memristor chaotic oscillator[J]. Acta Physica Sinica, 2010,59(6):3785-3793.)
- [14] 闵富红,王珠林,曹弋,等. 基于双曲函数的双忆阻器混沌电路多稳态特性分析[J]. 电子学报, 2018,46(2):486-494. (MIN Fuhong,WANG Zhulin,CAO Yi,et al. Multistability analysis of a dual-memristor circuit based on hyperbolic function[J]. Acta Electronica Sinica, 2018,46(2):486-494.) DOI:10.3969/j.issn.0372-2112.2018.02.031.
- [15] 包伯成,王其红,许建平. 基于忆阻元件的五阶混沌电路研究[J]. 电路与系统学报, 2011,16(2):66-70. (BAO Bocheng, WANG Qihong,XU Jianping. On memristor based five-order chaotic circuit[J]. Journal of Circuits and Systems, 2011,16(2): 66-70.)
- [16] CHEN M,SUN M X,BAO B C,et al. Controlling extreme multistability of memristor emulator-based dynamical circuit in flux-charge domain[J]. Nonlinear Dynamics, 2018,91(2):1395-1412.
- [17] 乔晓华,徐毅,孙玉霞,等. 忆阻超混沌  $L\ddot{u}$  系统的隐藏动力学特性研究[J]. 电子科技大学学报, 2018,47(3):402-409. (QIAO Xiaohua,XU Yi,SUN Yuxia,et al. Hidden dynamical characteristics in memristor-based hyperchaotic  $L\ddot{u}$  System[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2018,47(3):402-409.) DOI:10.3969/j.issn.1001-0548.2018.03.013.
- [18] 陈玉明,陈春涛. 一类 Lorenz 型超混沌系统的 Zero-Zero-Hopf 分岔及共存吸引子研究[J]. 动力学与控制学报, 2018, 16(3):227-232. (CHEN Yuming,CHEN Chuntao. Research on zero-zero-Hopf bifurcation and coexisting attractors of a Lorenz-type hyperchaotic system[J]. Journal of Dynamics and Control, 2018,16(3):227-232.) DOI:10.6052/1672-6553-2017-064.
- [19] 王繁珍,齐国元,陈增强,等. 一个四翼混沌吸引子[J]. 物理学报, 2007,56(6):3137-3144. (WANG Fanzhen,QI Guoyuan, CHEN Zengqiang,et al. On a four-winged chaotic attractor[J]. Acta Physics Sinica, 2007,56(6):3137-3144.)
- [20] 郑广超,刘崇新,王琰. 一种具有隐藏吸引子的分数阶混沌系统的动力学分析及有限时间同步[J]. 物理学报, 2018, 67(5):43-50. (ZHENG Guangchao,LIU Chongxin,WANG Yan. Dynamic analysis and finite time synchronization of a fractional-order chaotic system with hidden attractors[J]. Acta Physica Sinica, 2018,67(5):43-50.) DOI:10.7498/aps.67.20172354.