

文章编号: 2095-4980(2020)02-0247-08

基于混合 ACA 的缺陷钢轨高效电磁建模

王晓丽¹, 刘娟¹, 唐丹², 金印新¹, 张月园¹, 刘志伟^{*1}

(1.华东交通大学 信息工程学院, 江西 南昌 330013; 2.江西泰豪动漫学院 智能科学与技术系, 江西 南昌 330200)

摘要: 提出了一种基于矩量法(MoM)结合多层快速多极子(MLFMA)和自适应交叉近似(ACA)算法计算目标电磁特性的算法, 该算法实现了对电大尺寸复合目标散射计算的加速和内存的降低。对于目标自作用的近场区域, 多层快速多极子加速矩量法中的矩阵矢量乘运算, 降低了计算的存储和复杂度; 对于远场区域, 根据阻抗矩阵的低秩特性, 采用 ACA 对其压缩, 加速矩阵的填充。矩阵填充按照树形结构划分的单元块间的相互作用依次进行存储, 对每一块与块之间的求解采用 ACA 算法, 对矩阵做压缩处理。提出的基于 ACA 的混合算法能够对 2 个目标耦合作用的阻抗矩阵进行压缩, 缩短矩阵的填充时间并降低内存需求, 同时也能够减少迭代求解过程中矩阵向量的计算时间, 从而极大缩短电磁散射计算的总时间。数值仿真实验表明该算法比传统方法计算更高效, 且计算精确度保持一致。

关键词: 自适应交叉近似; 多目标散射; 多层快速多极子; 矩量法

中图分类号: TN957.51; O241 **文献标志码:** A **doi:** 10.11805/TKYDA2018252

Efficient electromagnetic modeling of defective rail based on hybrid ACA method

WANG Xiaoli¹, LIU Juan¹, TANG Dan², JIN Yinxin¹, ZHANG Yueyuan¹, LIU Zhiwei^{*1}

(1.School of Information Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang Jiangxi 330013, China;

2.Department of Intelligent Science and Technology, Jiangxi Tellhow Animation College, Nanchang Jiangxi 330200, China)

Abstract: The Method of Moments(MoM) combined with Multi-Layer Fast Multipole Algorithm (MLFMA) and Adaptive Cross Approximation(ACA) is proposed to calculate the electromagnetic characteristics of the target. The computation of the scattering of electrically large composite targets is speeded up and the memory requirement is reduced. For the near-field region of self-acting target, MoM and MLFMA are combined to speed up the matrix vector multiplication, reduce the storage and decrease the complexity of calculation. The far-field impedance matrix has a low rank characteristic and can be compressed by ACA to speed-up the filling rate of the matrix. Matrix filling is stored sequentially according to the interaction among the blocks divided by tree structure. ACA algorithm is utilized to solve the problem of the compression of matrix between each block and block. The proposed hybrid algorithm based on ACA can compress the impedance matrix of the coupling between two targets, reduce the filling time and the required memory of the matrix. At the same time, the computation time of matrix vectors can be shortened in the iterative process, thus the total time of electromagnetic scattering calculation can be reduced greatly. Numerical simulation results show that the algorithm is more efficient than the traditional method, and the accuracy of electromagnetic scattering is consistent.

Keywords: Adaptive Cross Approximation; scattering of multi-target; Multi-Layer Fast Multipole Algorithm; Method of Moments

收稿日期: 2018-10-24; 修回日期: 2019-01-19

基金项目: 基金项目:国家自然科学基金资助项目(61601185); 江西省科技创新杰出青年人才培养计划资助项目(20192BCBL23003); 江西省教育厅科学技术研究资助项目(181398)

作者简介: 王晓丽(1995-), 女, 在读硕士研究生, 主要研究方向为计算电磁学与快速算法。email:xlw95@outlook.com

*通信作者: 刘志伟 email:zwliu1982@hotmail.com

钢轨是高铁机车车辆运行的基础,无论在生产制造还是使用过程中,钢轨的伤损都势必影响着我国未来轨道交通的发展。目前我国在钢轨探伤的应用中主要使用的仍然是手推式钢轨探伤仪,它能够保证检测伤损的精确度及较低的误报率,但其工作效率极低,已无法满足巨大的钢轨探伤需求^[1]。因此,实现钢轨探伤的高速化和高精度化是未来钢轨探伤的主要发展趋势。在此背景下,电磁层析技术以其传感检测系统的质量轻、检测速度快,无需与钢轨接触且不需要对钢轨表面涂抹耦合剂^[2]为钢轨探伤实现高速化提供了可能。要研究高铁钢轨的电磁散射问题,实现精确、快速的分析比较耗时,研究相关的高效算法,对于研究钢轨电磁探伤具有重要意义。要得到精确的钢轨损伤信息,必须在精确计算电磁场分布的基础上,提取目标的电磁特征。因此,精确、高效计算高铁钢轨的电磁特性,是提升检测效果的重要依据。随着计算电磁学的不断发展,目前已有多种数值方法可用于精确计算复杂环境中目标的电磁特性,其中矩量法^[3](MoM)以其精确度高等优点而被广泛使用。但是,矩量法在计算电大尺寸目标的电磁散射特性时,其内存消耗代价为 $O(N^2)$,计算复杂度为 $O(N^2) \sim O(N^3)$,其中 N 为未知个数,CPU 的储存和计算难以承受。在仿真中计算量主要来源于以下两方面:a) 高铁路基由于受到环境气候、土壤等因素的影响,其所处的复杂电磁环境造成仿真的计算复杂度增加,其中复杂环境的原因主要是未知量大,且钢轨实际所处环境视为均匀多层媒质,利用矩量法求解 Stratton-Chu 方程计算高铁钢轨的电磁特性时,需要通过多层媒质格林函数描述电磁环境;b) 对钢轨进行扫描时,需要在不同频率、不同方位多次检测目标,造成仿真的计算量较大。巨大的计算量造成仿真研究数据的缺失,阻碍了高铁钢轨检测技术的发展。因此,研究相关的高效算法,具有十分重要的意义。其中,多层快速多极子方法^[4](MLFMA)是当今最令人瞩目的积分方程数值算法,具有精确度可控和高效率的优点,广泛用于各种复杂目标的电磁散射分析。后被引入矩量法的计算中,将存储与计算复杂度降低为 $O(M \log N)$,大幅度提高了计算电磁散射问题的效率。在计算复合目标问题时,要对不同目标建立不同的树形结构,随着尺寸的增大,相应的层数也会增加,计算量也会更大,进而单一运算 MLFMA 已无法满足计算要求。据此,本文基于矩量法将 MLFMA 和 ACA^[5]结合求解计算、分析钢轨间电磁特性。MLFMA 用于处理目标的自作用部分,减少矩阵向量乘的次数;采用 ACA 算法压缩不同目标之间相互作用的矩阵,正是因为目标间的相互作用矩阵具有低秩特性,而 ACA 对于低秩矩阵有很好的压缩性能,从而实现算法的加速。文中主要研究矩阵压缩与存储,将不同目标按照树形结构进行划分,这里目标个数和树个数一致。对矩阵低秩部分的单元块与单元块之间的求解做处理,依次存储相互作用的元素。

1 钢轨间电磁特性的积分方程

1.1 钢轨模型的建立

用 ANSYS 15.0 仿真软件,模拟实际钢轨模型。已知模拟钢轨模型如图 1 所示。图 1(a)为钢轨的整体图,模拟 2 m 长的钢轨,其中缺损处为 1 cm 长;图 1(b)为钢轨的截面图按照实际尺寸成比例缩放,实际轨底长 11.4 cm,轨头长 7 cm,轨腰中和轴长 1.45 cm。

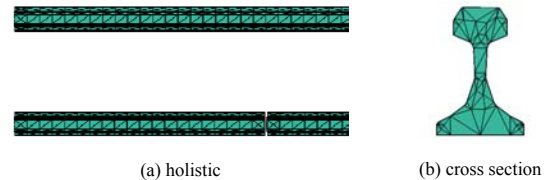


Fig.1 Diagram of mesh generation for damaged rail
图 1 有损钢轨网格剖分示意图

1.2 基本积分方程

用表面积分方程(Surface Integral Equation, SIE)计算多个目标的电磁散射时,需要在每个目标的外表面和内表面(如果是理想导体目标则不用考虑内表面)建立积分方程。积分方程主要反映电磁互耦关系,有两类互耦作用:自作用和相互作用,其中相互作用分为相同空间内目标的相互作用和包含目标的相互作用^[6]。根据面等效原理,均匀介质目标的外表面存在等效电流(\mathbf{J}_e)和等效磁流(\mathbf{J}_m),其散射场的表达式可以表示为:

$$\mathbf{E}^{\text{sca}} = -jk\eta \iint_s \left(\bar{\mathbf{I}} + \frac{\nabla\nabla}{k^2} \right) G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{J}_e(\mathbf{r}') ds' - \iint_s \nabla G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \times \mathbf{J}_m(\mathbf{r}') ds' \quad (1)$$

$$\mathbf{H}^{\text{sca}} = -j \frac{k}{\eta} \iint_s \left(\bar{\mathbf{I}} + \frac{\nabla\nabla}{k^2} \right) G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{J}_m(\mathbf{r}') ds' + \iint_s \nabla G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \times \mathbf{J}_e(\mathbf{r}') ds' \quad (2)$$

式中: k 为波数; η 为波阻抗; $\bar{\mathbf{I}}$ 为单位并矢; ∇ 为散度; \mathbf{r} 为场点, \mathbf{r}' 为源点; $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 为自由空间格林函数。

根据边界条件,在介质外表面存在关系:

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{E}^{\text{inc}} + \mathbf{E}^{\text{sca}}) = -\mathbf{J}_m \\ \hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{H}^{\text{inc}} + \mathbf{H}^{\text{sca}}) = -\mathbf{J}_e \end{cases} \quad (3)$$

令 $\bar{\bar{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \left(\bar{\bar{I}} + \frac{\nabla \nabla}{k^2} \right) G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ ，则可以推出外表面的电场积分方程(Electric Field Integral Equation, EFIE)和磁场积分方程(Magnetic Field Integral Equation, MFIE)分别为：

$$\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}^{\text{inc}}(\mathbf{r}) = -\frac{1}{2} \mathbf{J}_m(\mathbf{r}) + \hat{\mathbf{n}} \times \text{jk}\eta \iint_s \bar{\bar{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{J}_e(\mathbf{r}') ds' + \hat{\mathbf{n}} \times \iint_{s-\delta_s} \nabla G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \times \mathbf{J}_m(\mathbf{r}') ds' \quad (4)$$

$$\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}^{\text{inc}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} \mathbf{J}_e(\mathbf{r}) + \hat{\mathbf{n}} \times \text{j} \frac{k}{\eta} \iint_s \bar{\bar{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{J}_m(\mathbf{r}') ds' - \hat{\mathbf{n}} \times \iint_{s-\delta_s} \nabla G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \times \mathbf{J}_e(\mathbf{r}') ds' \quad (5)$$

式中： $\hat{\mathbf{n}}$ 为法向单位矢量； \mathbf{E}^{inc} 和 \mathbf{H}^{inc} 为入射电场和入射磁场； η 为介质外部空间的波阻抗； k 为介质外部空间的波数； δ_s 表示靠近观察点 \mathbf{r} 的邻域。通常情况下，EFIE 和 MFIE 的谐振频率不同。因此，为了避免谐振现象，可以引入混合场积分方程(Combined Field Integral Equation, CFIE)^[6]：

$$CFIE = \frac{\alpha}{\eta} EFIE + (1 - \alpha) MFIE \quad (6)$$

CFIE 可以真正地消除内谐振现象。一般情况下，MFIE 只能分析闭合目标，因此，CFIE 也只能分析闭合目标。

当采用矩量法分析理想导体的表面积分方程时，对于任意形状物体，其表面均可以采用平面三角形贴片来模拟，表面的电流和磁流则可以采用平面 RWG(Rao-Wilton-Glisson)基函数^[7]来描述。每个 RWG 基函数均由 2 个相邻三角形组成，描述电流或磁流从一个三角形(正三角形)流向另一个三角形(负三角形)，其数学表达式为：

$$\mathbf{A}_n(\mathbf{r}) = \begin{cases} \frac{l_n}{2A_n^+} \boldsymbol{\rho}_n^+, & \mathbf{r} \in T_n^+ \\ -\frac{l_n}{2A_n^-} \boldsymbol{\rho}_n^-, & \mathbf{r} \in T_n^- \\ 0, & \text{others} \end{cases} \quad (7)$$

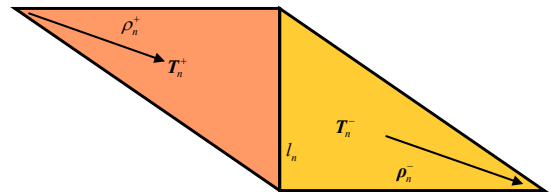


Fig.2 Diagram of plane RWG basis functions
图 2 平面 RWG 基函数示意图

式中： A_n^+ 表示相应三角形的面积； l_n 为边长； $\boldsymbol{\rho}_n^+$ 为三角形中电流的方向矢量。各符号定义如图 2 所示。RWG 基函数具有 2 个重要特性^[7]：第一个特性是棱边法向分量的连续性，它保证了电流横跨公共边时的连续；第二个特性是 2 个三角形的基函数散度大小相等、符号相反，该特性保证了与基函数对应的电荷的总和为零。

$$\nabla \cdot \mathbf{A}_n(\mathbf{r}) = \begin{cases} \frac{l_n}{A_n^+}, & \mathbf{r} \in T_n^+ \\ -\frac{l_n}{A_n^-}, & \mathbf{r} \in T_n^- \\ 0, & \text{others} \end{cases} \quad (8)$$

由于 RWG 基函数是一个矢量基函数，常用于展开面电流密度和面磁流密度。

1.3 目标的自作用与相互作用

由钢轨模型可将钢轨视为多目标问题，建立钢轨的电磁互耦关系。阻抗矩阵 \mathbf{Z} 由目标自作用和目标间互耦合作用组成。自作用为目标单独存在时，根据积分方程得到的阻抗矩阵称为自作用阻抗矩阵，即源点和场点为同一个目标体内的三角网格单元上。耦合作用为目标对另一个目标的作用，即一个目标体中的网格单元为源点，一个目标体中的网格单元作为场点。

$$\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} \mathbf{Z}_{11} & \mathbf{Z}_{12} & \mathbf{Z}_{13} \\ \mathbf{Z}_{21} & \mathbf{Z}_{22} & \mathbf{Z}_{23} \\ \mathbf{Z}_{31} & \mathbf{Z}_{32} & \mathbf{Z}_{33} \end{pmatrix} \quad (9)$$

式中：对角线部分子矩阵 \mathbf{Z}_{ii} 为目标自作用；非对角线部分 \mathbf{Z}_{ij} 表示目标 i 与目标 j 之间的耦合作用。由于矩阵的每个子矩阵块是完全独立的，可以进行独立的计算和存储。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{Z}_{11} & \mathbf{Z}_{12} & \mathbf{Z}_{13} \\ \mathbf{Z}_{21} & \mathbf{Z}_{22} & \mathbf{Z}_{23} \\ \mathbf{Z}_{31} & \mathbf{Z}_{32} & \mathbf{Z}_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{I}_2 \\ \mathbf{I}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \\ \mathbf{V}_3 \end{pmatrix} \quad (10)$$

根据三维的标量格林函数表达式 $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}$, 当 2 个目标之间距离越远, 即耦合作用的场点 \mathbf{r} 和源点 \mathbf{r}' 之间距离增大, 则生成的阻抗矩阵元素相对越小, 从而得到的耦合作用阻抗矩阵作用更加稀疏, 且通常具有低秩特性。于是, 对非对角块矩阵可以使用 ACA 算法进行压缩。

首先考虑目标的自作用, 假设 \mathbf{L} 和 \mathbf{K} 算子定义为:

$$\mathbf{L}(g) = jk \iint_s (\bar{\mathbf{I}} + \frac{\nabla \nabla}{k^2}) G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot g(\mathbf{r}') ds' \quad (11)$$

$$\mathbf{K}(g) = \iint_{s-\delta s} \nabla G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \times g(\mathbf{r}') ds' \quad (12)$$

式中 g 是关于源点的函数。

对金属钢轨引用混合场积分方程^[8]描述互耦关系, 并引入算子符号, 方程为:

$$\hat{\mathbf{t}} \cdot \alpha \mathbf{L}(\mathbf{J}_e) + (1-\alpha) \frac{1}{2} \mathbf{J}_e - (1-\alpha) \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{K}(\mathbf{J}_e) = \frac{\alpha}{\eta} \hat{\mathbf{t}} \cdot \mathbf{E}^{inc} + (1-\alpha) \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}^{inc} \quad (13)$$

式中: α 为混合场积分方程的比例因子, 取值一般在 0 和 1 之间; $\hat{\mathbf{t}}$ 为切向单位矢量。

在阻抗矩阵的填充过程中, 只需要计算和保存 \mathbf{L} 算子和 \mathbf{K} 算子。对于目标之间的相互作用, 简易分析如图 3 所示。

在同一空间内的 2 个目标, 其电磁互耦作用主要体现在: 一个目标外表面的电磁流在另一个目标外表面产生电磁场。该作用可以用矩阵描述为:

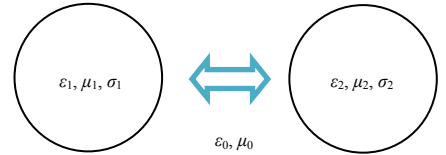


Fig.3 Interaction of objectives
图 3 目标的相互作用

$$\begin{bmatrix} \eta \mathbf{L} - \eta_{1d} \mathbf{L}_{1d} & \mathbf{K} - \mathbf{K}_{1d} & \eta \mathbf{L} & \mathbf{K} \\ -\mathbf{K} + \mathbf{K}_{1d} & \frac{1}{\eta} \mathbf{L} - \frac{1}{\eta_{1d}} \mathbf{L}_{1d} & -\mathbf{K} & \frac{1}{\eta} \mathbf{L} \\ \eta \mathbf{L} & \mathbf{K} & \eta \mathbf{L} - \eta_{2d} \mathbf{L}_{2d} & \mathbf{K} - \mathbf{L}_{2d} \\ -\mathbf{K} & \frac{1}{\eta} \mathbf{L} & -\mathbf{K} + \mathbf{K}_{2d} & \frac{1}{\eta} \mathbf{L} - \frac{1}{\eta_{2d}} \mathbf{L}_{2d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{1e} \\ \mathbf{J}_{1m} \\ \mathbf{J}_{2e} \\ \mathbf{J}_{2m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{t}} \cdot \mathbf{E}^{inc} \\ \hat{\mathbf{t}} \cdot \mathbf{H}^{inc} \\ \hat{\mathbf{t}} \cdot \mathbf{E}^{inc} \\ \hat{\mathbf{t}} \cdot \mathbf{H}^{inc} \end{bmatrix} \quad (14)$$

如果其中一个目标为理想导体, 不妨设目标 1 为理想导体, 则目标 1 表面磁流为 0, 方程可以简化为:

$$\begin{bmatrix} \eta \mathbf{L} & \eta \mathbf{L} & \mathbf{K} \\ \eta \mathbf{L} & \eta \mathbf{L} - \eta_{2d} \mathbf{L}_{2d} & \mathbf{K} - \mathbf{L}_{2d} \\ -\mathbf{K} & -\mathbf{K} + \mathbf{K}_{2d} & \frac{1}{\eta} \mathbf{L} - \frac{1}{\eta_{2d}} \mathbf{L}_{2d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{1e} \\ \mathbf{J}_{2e} \\ \mathbf{J}_{2m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{t}} \cdot \mathbf{E}^{inc} \\ \hat{\mathbf{t}} \cdot \mathbf{E}^{inc} \\ \hat{\mathbf{t}} \cdot \mathbf{H}^{inc} \end{bmatrix} \quad (15)$$

如果 2 个目标都为理想导体, 方程可以继续简化为:

$$\begin{bmatrix} \eta \mathbf{L} & \eta \mathbf{L} \\ \eta \mathbf{L} & \eta \mathbf{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{1e} \\ \mathbf{J}_{2e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{t}} \cdot \mathbf{E}^{inc} \\ \hat{\mathbf{t}} \cdot \mathbf{E}^{inc} \end{bmatrix} \quad (16)$$

综上所述, 当计算相同空间内目标的相互作用时, 只需要计算 \mathbf{L} 和 \mathbf{K} 两个算子即可。

2 阻抗矩阵的处理

对于量量法的加速算法大致可以分为 3 种: 第一种, 减少未知量, 主要针对基函数, 如使用高阶基函数; 第二种, 加速矩阵向量乘, 主要针对阻抗矩阵块处理, 如 MLFMA; 第三种, 减少迭代次数, 主要针对线性方程组求解方法中的迭代求解, 如广义最小余量法 (Generalized Minimum RESidual method, GMRES)^[9]。

2.1 矩阵分解

目标间相互作用的阻抗矩阵利用树形结构根据距离远近可分为近场和远场。将对角矩阵分成多个子矩阵, 对于远场, 子矩阵有低秩特性, 对矩阵进行压缩, 减少计算时间和存储空间^[10]。ACA 算法为纯代数算法^[11], 将具备低秩特性的矩阵近似分解成 2 个矩阵相乘。相比 MLFMA, ACA 最大的优势在于它不依赖于格林函数和积分方程, 代码的可移植性很强, 但只有针对稀疏矩阵才能有较好的压缩性能^[12-13]。矩阵块利用树形结构描述目

标间的相互作用，如图 4 所示。

计算非空组之间的作用时，a) 按照由 tree1 中第 i 个非空组对 tree2 中第 k 个非空组的作用，并依次计算出 i 对 tree2 中全部非空组的相互作用，依照相应计算的顺序进行存储；b) 计算 tree1 中的所有非空组对 tree2 的作用，按照 a) 的方法进行计算与储存。

根据矩阵的低秩特性，假设矩阵秩为 r ，将一个 $m \times n$ 的矩阵 A 近似分解为 2 个矩阵 U 和 V 相乘，矩阵分解示意图如图 5 所示。其表达式为：

$$A^{m \times n} = U^{m \times r} \cdot V^{r \times n} \tag{17}$$

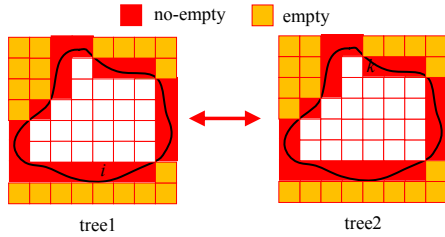


Fig.4 Schematic chart of interaction between targets
图 4 目标间相互作用计算示意图

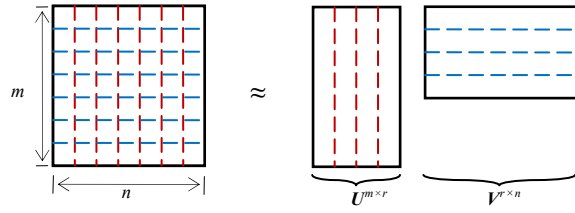


Fig.5 Approximate decomposition of compression algorithm
图 5 压缩算法近似分解图

2.2 矩阵向量乘

矩阵向量乘有很多不同的加速算法，每次相乘的数量减少导致迭代时间减少是加速算法实现的机理。其中，多层快速多极子方法发展比较成熟，可以用来计算一些具有挑战性的问题。

多层快速多极子方法为树形结构，对目标进行分层分组及电大目标 MoM 的加速有很好的效果^[14]。而对多目标整体用 MLFMA 算法划分结构时，当目标结构之间的距离在一定范围内增大，此时需要大量分层，计算效率下降。于是，将每个目标独立出来，对单个目标用多层快速多极子划分树求解。因此对于自作用块矩阵用 MLFMA 加速，而对于目标之间的耦合作用矩阵块有低秩特性，利用传统矩量法计算时，矢量乘中包含很多 0 相乘，浪费计算时间和存储空间，此时对低秩矩阵的分解能够进一步压缩计算。

在引入 ACA 算法之前，原始方法是在计算时分别对每一块的子矩阵进行矩阵向量乘运算^[15]。两个目标离散的基函数若分别为 m 和 n ，则每个非对角块的矩阵维度为 $m \times n$ ，乘以大小为 $n \times 1$ 的矩阵 X ，计算的复杂度为 mn 。之后，矢量乘计算转化为 $U^{m \times r} \cdot (V^{r \times n} \cdot X^{n \times 1})$ ，所以计算的复杂度降低为 mr 。

3 数值算例

为了验证算法的可行性，本文数值算例程序均基于 Visual Studio 2012 仿真平台，通过广义极小残差迭代求解线性方程，误差设置为 10^{-3} ，算例在 Intel(R) Core(TM) i5-7500 CPU@3.40 GHz，内存 RAM 为 8 GB 的台式计算机上仿真。

为了使计算结果更精确可靠，用 ANSYS 15.0 仿真软件模拟实际钢轨尺寸，将截面自动剖分成三角形单元，用于分析计算目标电磁特性，给出仿真结果图，将传统矩量法与结合 ACA-MLFMA 的结果进行对比。首先利用加速算法分析双球间计算时的精确度与复杂度，通过对比雷达散射截面(Radar Cross Section, RCS)和计算时间分析两种方法的性能。入射波为平面波，入射角度为 $\theta=0^\circ, \varphi=0^\circ$ 。运用广义极小残差算法求解线形系统引起的方程离散化问题，Krylov 子空间的范围大小设置为 30，误差阈值 ε 为 0.001，最大迭代步数设为 10 000。随未知量变化，计算各项指标见表 1。由表 1 可知，随着未知量的增加，ACA 压缩目标间相互作用的阻抗矩阵的秩不断变大，大大增加了填充时间的缩减程度。加入 MLFMA-ACA 的矩量法与仅加入 MLFMA 的传统矩量法计算性能对比如图 6 所示。设球的半径为 1 m，2 个球之间的距离为 3 m，计算时固定网格剖分密度，设置为每平方波长 102。明显看出， $\varepsilon=0.5$ 与 $\varepsilon=0.1$ 和 $\varepsilon=0.001$ 时 RCS 相比的粘合度不大，当 $\varepsilon=0.001$ 时，RCS 与传统矩量法最相近，为了计算的精确性设收敛精确度为 0.001。

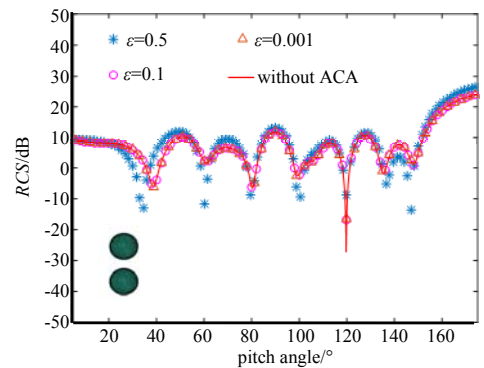


Fig.6 Comparison of calculation accuracy
图 6 不同精确度之间的对比

表 1 双球间计算双站 RCS 的性能指标
Table 1 Performance metrics of bistatic RCS from double ball

| unknowns | rank of impedance matrix | number of iteration | iteration time/s | filling time/s | total time/s |
|----------|--------------------------|---------------------|------------------|----------------|--------------|
| 960 | 24/30 | 14 | <1.0 | <1.0 | 1.5 |
| 3 840 | 35/36 | 15 | 2.6 | 4.8 | 7.6 |
| 15 360 | 65/61 | 17 | 16.0 | 29.0 | 46.0 |
| 61 440 | 82/96 | 20 | 86.0 | 160.0 | 250.0 |

图 7 为传统矩量法 MoM-MLFMA 与引入 ACA 的 MoM-MLFMA-ACA 算法复杂度的对比。可以看出，阻抗矩阵加入 MLFMA-ACA 算法后，其迭代时间及矩阵填充时间的计算复杂度与传统方法相近，证明此算法的复杂度不会增加。

采用 ANSYS 建模模拟 2 m 长的有损钢轨，对表面进行网格剖分时的剖分密度为 50。入射波为平面波，入射角度 $\theta=0^\circ$, $\varphi=0^\circ$ ，分别仿真计算入射频率为 100 MHz 和 300 MHz 情况下的 RCS，如图 8 所示。可以清楚地看到 2 种算法间变化趋势相近，计算误差较小。表 2 为加入 ACA-MLFMA 的矩量法与仅采用 MLFMA 的矩量法的各项性能指标。入射频率为 100 MHz 时，矩阵的迭代时间大约缩短为原来的 1/5；而 300 MHz 的入射频率下，则达到了 1/10。并且填充矩阵的时间也有一定的减少，总的计算效率得到显著提高。另外，从对双球基于 MLFMA 的矩量法的计算分析得出，不会改变传统矩量法的精确度，进而表明，该方法对于不同目标散射计算时，在不降低其计算精确度的前提下，计算效率有很大程度提高。

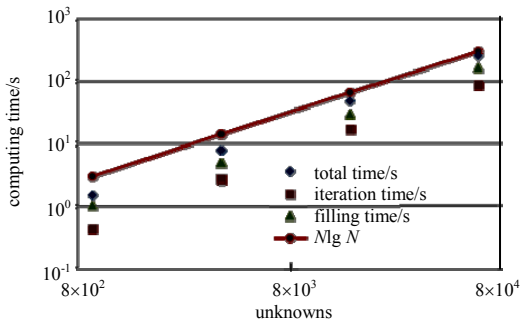


Fig. 7 Comparison of computational complexity
图 7 复杂度对比

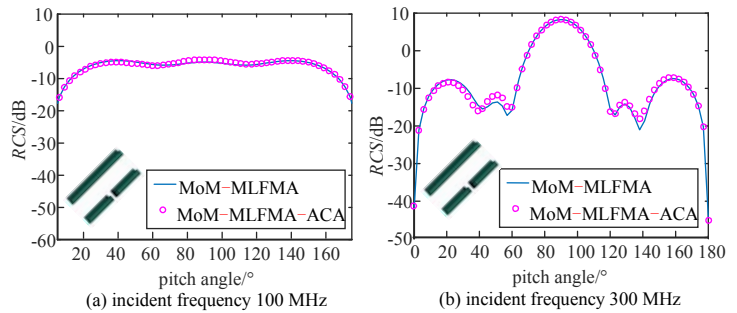


Fig. 8 Bistatic RCS polarization for scattering of defected rail
图 8 有损钢轨散射的双站 RCS 极化图

表 2 不同算法计算有损钢轨电磁散射的时间对比

Table 2 Comparison of electromagnetic scattering calculating time with different algorithms for defected rail

| frequency | numerical method | number of iteration | iteration time/s | matrix filling time/s | total time/s |
|-----------|------------------|---------------------|------------------|-----------------------|--------------|
| 100 MHz | MoM-MLFMA | 3 252 | 1 414 | 79 | 1 494 |
| | MoM-MLFMA-ACA | 3 190 | 287 | 43 | 332 |
| 300 MHz | MoM-MLFMA | 3 586 | 1 456 | 48 | 1 504 |
| | MoM-MLFMA-ACA | 3 665 | 138 | 9 | 148 |

表 3 给出了不同入射频率 2 种算法下计算无损钢轨电磁特性时的性能对比，包括迭代步数、迭代时间、填充矩阵时间以及计算总时间等，可以看出本文算法具有高效性。

不同入射频率下对 2 种类型的钢轨 RCS 进行对比分析，见图 8 和图 9。2 种算法的计算准确性比较一致，由此证明此算法的实用性。表 4、表 5 为计算有损钢轨间散射的各项性能。可以得出，相同未知量的情况下，与仅加入 MLFMA 相比，加入 ACA 的 MoM 矩阵的填充时间以及迭代时间明显缩短，其中迭代时间缩短为 MoM-MLFMA 算法的 1/10，矩阵填充时间缩短为 1/5 以上。传统方法计算的互耦填充矩阵维度为 3 302×3 398，使用 ACA 压缩矩阵计算时，矩阵的秩为 2，存储数量从 342 MB 缩减至不足 1 MB，大幅度降低了所占 CPU 存储。即利用 ACA 算法对阻抗矩阵的压缩使得填充时间降低，以及矩阵向量乘中相乘数量的减少，最终达到对计算总时间的压缩。剖分密度为每平方波长 200 左右，这里因为计算有损钢轨间的

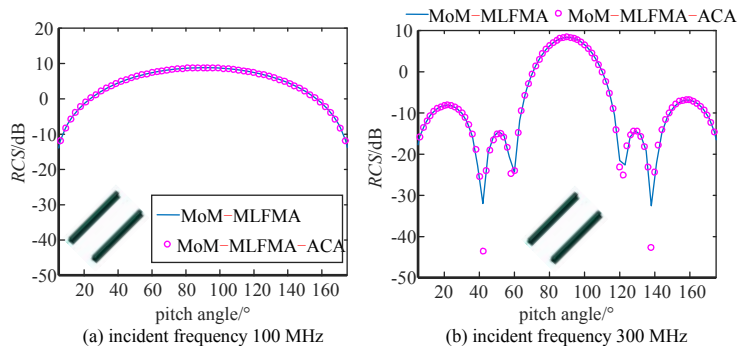


Fig. 9 Bistatic RCS diagram for scattering of nondestructive rail
图 9 无损钢轨散射的双站 RCS 极化图

计算有损钢轨间的

电磁特性，考虑到其所处的复杂环境，所以采用的剖分密度比一般情况较高。

表 3 不同算法计算无损钢轨电磁散射的时间对比

| frequency | numerical method | number of iteration | iteration time/s | matrix filling time/s | total time/s |
|-----------|------------------|---------------------|------------------|-----------------------|--------------|
| 100 MHz | MoM-MLFMA | 1 892 | 840 | 44 | 885 |
| | MoM-MLFMA-ACA | 1 953 | 194 | 45 | 239 |
| 300 MHz | MoM-MLFMA | 2 970 | 1 172 | 9 | 1 182 |
| | MoM-MLFMA-ACA | 3 056 | 121 | 9 | 131 |

表 4 两种算法间双站 RCS 性能对比

| numerical method | unknowns | size of matrix | CPU memory | iteration time/s | filling time/s | total time/s |
|------------------|----------|----------------|------------|------------------|----------------|--------------|
| MoM-MLFMA | 6 700 | 3 302×3 398 | 342 MB | 1 456 | 48 | 1 504 |
| MoM-MLFMA-ACA | 6 700 | 3 302×3 398 | <1 MB | 138 | 9 | 148 |

表 5 两种算法间双站 RCS 性能对比

| numerical method | unknowns | generation of density | iteration time | filling time | total time |
|------------------|----------|-----------------------|----------------|--------------|------------|
| MoM-MLFMA | 85 968 | 206 | >5 h | >1 h | >5 h |
| MoM-MLFMA-ACA | 85 968 | 206 | 1 452 s | 128 s | 1 586 s |

4 结论

本文主要仿真分析了有损钢轨间的电磁散射，在 MoM-MLFMA 算法基础上，引入 ACA 算法，将 MLFMA 和 ACA 结合起来加速计算钢轨的电磁特性。MoM-MLFMA 用来计算钢轨自作用矩阵块，加速矩阵向量乘的运算；ACA 算法主要对互作用阻抗矩阵进行压缩，此算法有效缩短矩阵存储时间，将迭代求解时间缩短为 MoM-MLFMA 算法的 1/10，并且迭代计算过程中很大程度降低了所占 CPU 存储，给计算带来极大的方便。算例表明，该算法可以加快矩量法的电磁特性计算，在不影响计算精确度的前提下大幅度提高相关性能。

参考文献：

- [1] 田贵云,高斌,高运来,等. 铁路钢轨缺陷伤损巡检与监测技术综述[J]. 仪器仪表学报, 2016,37(8):1763-1780. (TIAN Guiyun,GAO Bin,GAO Yunlai,et al. Review of inspection and monitoring technology for defects in rail[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2016,37(8):1763-1780.)
- [2] 董雁宇. 无损检测探伤方法及其在钢轨探伤中的应用研究[J]. 城市建设理论研究, 2018(13):78-79. (DONG Yanyu. Nondestructive testing method and its application in rail flaw detection[J]. Theoretical Research on Urban Construction, 2018(13): 78-79.)
- [3] 刘志伟,唐丹,结顺利,等. 混合 ACA 和 MLFMA 方法计算复合目标电磁散射[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2018,16(4): 662-667. (LIU Zhiwei,TANG Dan,JIE Shunli,et al. Calculation of electromagnetic scattering from composite targets by hybrid ACA and MLFMA methods[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2018,16(4):662-667.)
- [4] 高玉颖,刘志伟,张世琳,等. 基于积分方程的地下管线电磁散射计算[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2017,15(2): 247-252. (GAO Yuying,LIU Zhiwei,ZHANG Shilin,et al. Calculation of electromagnetic scattering from underground pipelines based on integral equation[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2017,15(2):247-252.)
- [5] LIU Z,TANG D,ZHANG Z,et al. Combination of MLFMA and ACA to accelerate computation of scattering from underground pipelines[C]// International Applied Computational Electromagnetics Society Symposium. Suzhou,China:IEEE, 2017:75-76.
- [6] BALANIS C A. Advanced engineering electromagnetics[M]. New York:Wiley, 1989.
- [7] 聂在平,胡俊,姚海英,等. 用于复杂目标三维矢量散射分析的快速多极子方法[J]. 电子学报, 1999,27(6):104-109. (NIE Zaiping,HU Jun,YAO Haying,et al. Fast multipole method for 3D vector scattering analysis of complex targets[J]. Acta Electronica Sinica, 1999,27(6):104-109.)
- [8] 阙肖峰,聂在平,胡俊. 混合场积分方程结合 MLFMA 分析导体介质复合目标电磁散射问题[J]. 电子学报, 2007, 35(11):2062-2066. (QUE Xiaofeng,NIE Zaiping,HU Jun. Analysis of EM scattering by composite conducting and dielectric object using combined field integral equation with MLFMA[J]. Acta Electronica Sinica, 2007,35(11):2062-2066.)
- [9] 吴君辉,曹祥玉,袁浩波,等. 自适应交叉近似算法在矩量法中的应用[J]. 空军工程大学学报, 2013,14(4):76-79. (WU Junhui,CAO Xiangyu,YUAN Haobo,et al. Application of adaptive cross approximation algorithm in MoM[J]. Journal of Air Force Engineering University, 2013,14(4):76-79.)

- [10] MA L,NIE Z,HU J,et al. Combined MLFMA-ACA algorithm application to scattering problems with complex and fine structure[C]// 2009 Asia Pacific Microwave Conference. Singapore:IEEE, 2009:802-805.
- [11] CHEN L,SUN Y,YANG S. Fast calculation of bistatic RCS for conducting objects using the adaptive cross approximation algorithm[C]// International Symposium on Antennas, Propagation, and EM Theory. Xi'an,China:[s.n.], 2012:999-1002.
- [12] 麻连凤. 积分方程求解复杂目标电磁散射问题的关键技术研究[D]. 成都:电子科技大学, 2008. (MA Lianfeng. Research on key technologies of integral equation for solving electromagnetic scattering problem of complex targets[D]. Chengdu,China:UESTC, 2008.)
- [13] 王霞. 用于散射中心成像的电磁建模技术研究[D]. 成都:电子科技大学, 2016. (WANG Xia. Research on electromagnetic modeling technology for scattering center imaging[D]. Chengdu,China:UESTC, 2016.)
- [14] 罗万. 半空间环境中目标的电磁散射特性一体化建模及高效算法研究[D]. 成都:电子科技大学, 2016. (LUO Wan. Integrated modeling and efficient algorithms for electromagnetic scattering characteristics of targets in half space environment[D]. Chengdu,China:UESTC, 2016.)
- [15] SCHRODER A,BRUNS H D,SCHUSTER C. A hybrid approach for rapid computation of two-dimensional monostatic radar cross section problems with the multilevel fast multipole algorithm[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2012,60(12):6058-6061.

(上接第 195 页)

- [6] 杜少卿. 基于时域太赫兹光谱技术的药物检测[D]. 上海:上海理工大学, 2013. (DU Shaoqing. Drug testing based on terahertz time-domain spectroscopy[D]. Shanghai,China:University of Shanghai for Science and Technology, 2013.)
- [7] 张琪,方虹霞,秦丹,等. 太赫兹时域光谱技术定性定量分析抗结核药物中的吡嗪酰胺和异烟肼[J]. 药物分析杂志, 2016(6):1082-1088. (ZHANG Qi,FANG Hongxia,QIN Dan,et al. Quality and quantitative analysis of pyrazinamide and isoniazid in antituberculosis drugs by terahertz TDS technology[J]. Chinese Journal of Pharmaceutical Analysis, 2016(6): 1082-1088.)
- [8] 王婷,王芳. 抗生素类药物的太赫兹光谱自动识别系统研究[J]. 电子世界, 2017(14):17-18. (WANG Ting,WANG Fang. Study on automatic identification system of antibiotics based on terahertz spectroscopy[J]. Electronics World, 2017(14):17-18.)
- [9] 刘乔,李泽仁,孟坤. 太赫兹时域光谱技术用于药品检测[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2011,9(3):283-286. (LIU Qiao,LI Zeren,MENG Kun. Medicine inspection by the terahertz time-domain spectroscopy technique[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2011,9(3):283-286.)
- [10] 肖春阳,李鹏鹏,葛宏义. 奶粉中山梨酸钾的太赫兹光谱检测[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2017,15(5):728-732. (XIAO Chunyang,LI Pengpeng,GE Hongyi. Terahertz spectral detection of potassium sorbate in milk powder[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2017,15(5):728-732.)
- [11] 刘英,赵国忠. 若干食品添加剂的太赫兹光谱检测与分析研究进展[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2018,16(2): 195-200. (LIU Ying,ZHAO Guozhong. Progress on terahertz spectroscopic inspection and analysis of several kinds of food additives[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2018,16(2):195-200.)
- [12] 周志华. 机器学习[M]. 北京:清华大学出版社, 2016. (ZHOU Zhihua. Machine learning[M]. Beijing:Tsinghua University Press, 2016.)
- [13] 陈明. MATLAB 神经网络原理与实例精解[M]. 北京:清华大学出版社, 2013. (CHEN Ming. Neural network principle and example based on MATLAB[M]. Beijing:Tsinghua University Press, 2013.)
- [14] DUVILLARET L,GARET F,COUTAZ J L. A reliable method for extraction of material parameters in terahertz time-domain spectroscopy[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, 1996,2(3):739-746.
- [15] 曹丙花. 基于太赫兹时域光谱的检测技术研究[D]. 杭州:浙江大学, 2009. (CAO Binghua. Study on measurement techniques based on terahertz time domain spectroscopy[D]. Hangzhou,China:Zhejiang University, 2009.)
- [16] 汪景荣,张卓勇,杨玉平,等. 太赫兹时域光谱结合主成分分析线性判别和支持向量机用于大黄样品鉴定[J]. 光谱学与光谱分析, 2017,37(5):1606-1611. (WANG Jingrong,ZHANG Zhuoyong,YANG Yuping,et al. Identification of rhubarb samples by terahertz time domain spectroscopy combined with principal component analysis linear discriminant analysis and Support Vector Machine[J]. Spectroscopy and Spectral Analysis, 2017,37(5):1606-1611.)