〈制冷技术〉

# 微型斯特林制冷机回热器的分形表征

### 李仁智, 陈晓屏, 孙 皓, 李昊岚

(昆明物理研究所,云南 昆明 650223)

**摘要:**为研究回热器中填充结构的微观结构特征,基于多孔介质分形理论,使用压汞法对回热器孔隙 分布情况及分形维数进行研究。回热器是微型斯特林制冷机的关键部件,使用不锈钢网片或不锈钢毡 填充制备的回热器是一种典型的多孔介质。采用压汞法对回热器进行微观结构测试,得出回热器内部 孔隙分布范围。结合多孔介质分形分析的基础理论,计算得出回热器分形维数,说明了回热器具有分 形特征,得出回热器的分形维数区间。

关键词:斯特林制冷机;回热器;多孔介质;分形 中图分类号:TB651 文献标识码:A 文章编号:1001-8891(2021)04-0403-05

## **Fractal Characterization of Regenerator of Micro Stirling Coolers**

LI Renzhi, CHEN Xiaoping, SUN Hao, LI Haolan (Kunming Institute of Physics, Kunming 650223, China)

**Abstract:** To investigate the microstructural characteristics of the filling structure in a regenerator, based on the fractal theory of porous media, the mercury intrusion method was used to study the pore distribution and fractal dimension of the regenerator. The regenerator is a key component of a miniature Stirling cooler. The regenerator prepared by filling stainless steel mesh or stainless steel felt is a typical porous medium. The microstructure of the regenerator was tested using the mercury intrusion method, and the pore distribution range inside the regenerator was obtained. Combined with the basic theory of fractal analysis of porous media, the fractal dimension of the regenerator is calculated, which shows that the regenerator has fractal characteristics, and the fractal dimension interval of the regenerator can be obtained.

Key words: Stirling cooler, regenerator, porous media, fractal

## 0 引言

回热器是回热式低温制冷机中的关键部件,冷热 流体工质在其中交变流动,直接与回热器填料进行热 交换。根据计算回热器 1%的效率损失会引起接近 10%的理论制冷量损失,当回热器效率为90%时,理 论制冷量损失会达到100%<sup>[1]</sup>,由此可见回热器效率的 重要性。因此对回热器的研究是制冷机研究中的一大 重点。根据填料填充方式的不同,回热器可分为径向 填充(层叠金属丝网式,堆叠金属珠式,金属丝网和 金属珠混合式),轴向填充(平行金属丝式,平行金 属片式),随机填充 3 种类型<sup>[2]</sup>,以上 3 种填充结构都 为多孔介质结构。当前对回热器的研究方法主要有实验研究和数值模拟,不管是实验研究方法还是数值模拟方法都未能从微观结构上对回热器进行研究,因此本文采用分形理论对回热器进行表征。

## 1 分形表征理论基础

多孔介质是指由许多骨架形成大量微小缝隙的物质,丝网填充的回热器是一种典型的多孔介质。回热器中的丝网一般为100目~500目,将丝网裁剪后填入回热器外管,形成回热器的基本结构。

图 1 为不锈钢网片堆叠的示意图,图 2 为不锈 钢网片和不锈钢毡的显微照片,除图 1 和图 2 所示

收稿日期: 2021-02-23; 修订日期: 2021-03-26.

作者简介: 李仁智(1995-), 男, 云南曲靖人, 硕士研究生, 研究方向: 小型低温制冷机。E-mail: lrzwkc@163.com。

通信作者:孙皓(1979-),男,云南通海人,研高工,博士,主要从事小型低温制冷机研究。E-mail: 652700@sina.com。

| 第43卷 第4期 | 红外技术                | Vol.43 | No.4 |
|----------|---------------------|--------|------|
| 2021年4月  | Infrared Technology | Apr.   | 2021 |

的径向填充回热器填充结构,还有轴向填充、随机 填充等填充结构的回热器,这些回热器都是多孔结 构。一般实际多孔介质都具有统计自相似的分形特 征。已有文献报道<sup>[3-5]</sup>,多孔介质的孔隙大小分布满 足分形标度律。多孔介质中孔隙直径大于或等于λ的 孔隙数目和大小满足如下分形标度关系<sup>[6]</sup>:

$$N(L \ge \lambda) = (\lambda_{\max} / \lambda)^{D_{\rm f}} \tag{1}$$

式中: N 为孔隙数目; L 为孔隙直径;  $D_f$  为分形维数;  $\lambda_{max}$  为最大孔隙直径。当 $\lambda$ 取最小值 $\lambda_{min}$ 时,即可得孔 隙总数目为:

$$N_{\rm t} = (\lambda_{\rm max} / \lambda_{\rm min})^{D_{\rm f}} \tag{2}$$

需要注意的是自然界和人造材料的分形结构一般是统计自相似的,因此上式的适用范围会在一定的 尺度区间内。 $\lambda_{min} \sim \lambda_{max}$ 内分形维数相同,超出这个 区间分形维数可能不同也可能不存在。式(2)即为多孔 介质中孔隙数目的分布。

对于精确自相似分形,其分形维数可以直接通过 计算得出<sup>[7-8]</sup>。对于统计自相似分形,因其并不是由数 学迭代生成,无法知道其具体结构。通常用其他方法 确定分形维数。

实验方法依据分形标度关系得到分形维数,Yu<sup>[9]</sup> 使用分形分析推导得出统计自相似分形多孔介质的 分形维数解析表达式:



式(3)建立了多孔介质孔隙率,最大最小孔隙和分 形维数的关系。该式中的2指的是结构拓扑维数为2, 将该式的维度推广,可得:

$$D_{\rm f} = d_{\rm E} - \frac{\ln \Phi}{\ln \left(\lambda_{\rm max} / \lambda_{\rm min}\right)} \tag{4}$$

式中: 三维空间 *d*<sub>E</sub>为 3, 二维空间 *d*<sub>E</sub>为 2, 同时也表 明若二维空间与三维空间孔隙率相同, 最大孔径与最 小孔径比也相等, 则分形维数相差 1。在实际中可通 过测定孔隙率和最大最小孔径来得到结构的分形维 数。如采用气体吸附法和压汞法<sup>[10]</sup>。

孔隙率是多孔介质结构固有的参数,对于多孔 介质的孔隙,通常可以用实验方法得出。显微分析 法是一种粗略的测量分析方法,它用二维平面测量 结果近似代替三维空间指标。在这种孔隙率测试方 法中,先用显微镜观察出多孔样品截面的总面积和 其中包含的孔隙面积,然后直接通过两者比值计算 出多孔体的孔隙率。除此之外还有质量-体积计算法, 浸泡介质法等<sup>[10]</sup>。

在分形分析中,可以推导得出孔隙率与微观结构 之间关系的表达式<sup>[11-12]</sup>:

$$L_0 = \left[\frac{1-\Phi}{\Phi} \frac{\pi D_f \lambda_{\max}^2}{4(2-D_f)}\right]^{1/2}$$
(5)







图 2 不锈钢网片(左)和不锈钢毡(右) Fig.2 Stainless steel mesh(left) & stainless steel felt(right)

方程建立了分形多孔介质分形维数、孔隙率、介质微结构之间的定量关系式。其中L<sub>0</sub>指研究对象的边长。

基于现有的实验材料与实验条件,拟采用压汞 法对回热器孔隙分布进行实验。压汞法的原理为非浸 润液体注入多孔介质时,表面张力阻止液体进入孔隙, 需额外施加压力才能将液体注入多孔介质孔隙中,施 加的压力等于毛细压力<sup>[13]</sup>。由于不同孔隙大小产生的 毛细压力不同,因此可以建立外加压力和孔隙大小的 关系。汞进入孔隙所需压力取决于汞的表面张力、接 触角和孔径,测试不同压力下进入多孔试样中汞的体 积量,就可以计算出相应压力下大于某个半径值的孔 隙的体积,从而计算出多孔介质的孔隙尺寸分布和比 表面积<sup>[10]</sup>。

### 2 分形压汞实验

本次压汞实验使用 Quantachrome 公司 POREMASTER 系列压汞仪,实验压汞仪如图 3。该 压汞仪含低压和高压站口 2 个,低压范围 1.5~350 kPa,高压范围 140 kPa~420 Mpa,可测量直径为 0.0035~400 µm 范围内变化的孔容。该压汞仪测试原 理如图 4,将待测样品放入样品管中,随着压力提高 汞液体会逐渐进入到样品孔隙中,图中横轴为汞液体 压力,纵轴为进入孔隙的体积,由此可以绘制出原始 的体积-压力曲线,由该曲线可以进一步分析得出其他 孔隙参数。

本次实验采用的样品为不锈钢丝网填充的回热器,5个样品填充参数如表1所示。

以上5个样品主要区别在于填充的网片目数和质 量不同,同时1#、4#、7#、10#样品为手工填充,而 13#样品为机器填充。

对以上 5 个样品进行压汞测试, 初始压力-体积曲 线实验结果如图 5 所示, 其中横坐标为压力, 纵坐标 为体积。



图 3 压汞仪 Fig.3 Mercury porosimeter

## 3 回热器分形特征分析

Washburn 方程描述了将液态汞压入特定直径的 孔所需要的压力,方程如下:

$$D = \frac{-4\gamma(\cos\theta)}{P} \tag{6}$$

式中: *P*为压力; *D*为孔隙直径; *θ*为汞和孔隙壁面的接触角,在本次测试中为 140°; *γ*为汞的表面张力,取 0.48 N/m。

根据式(5)以及实验测得的体积-压力关系,即可 得出样品的孔隙分布与孔隙率等参数。



图 4 压汞仪测试流程

Fig.4 Mercury porosimeter test process

|                |        | 表 1 实验样品参数  |                   |        |            |
|----------------|--------|-------------|-------------------|--------|------------|
|                |        | Table 1 San | Sample parameters |        |            |
| Number         | 1#     | 4#          | 7#                | 10#    | 13#        |
| mesh number    | 500    | 420         | 220               | 420    | 500        |
| mass/g         | 3.53   | 2.64        | 2.15              | 2.27   | 3.53       |
| Filling method | Manual | Manual      | Manual            | Manual | Mechanical |





图 6 即为 5 个样品的孔隙分布情况,其中横坐标 为孔隙直径,纵坐标为体积对直径对数的微分。由该 图可以看出对于使用 220 目~500 目网片填充的回热 器其孔径分布在 20~100 µm 之间,在多孔介质分类 中属于大孔<sup>[14]</sup>。样品 1#、4#、7#目数分别为 500、420 和 220 目,目数逐渐减小同时由图中可以看出孔径分 布逐渐增大,与实际经验相符。其中 1#样品 500 目孔 径为 20~60 μm,4#样品 420 目孔径为 20~50 μm, 7#样品 220 目孔径为 40~100 μm。同时可以看出由于 目数的减少样品孔隙率逐渐升高。10#样品目数也为 420 目,但质量相较于 4#样品较小,两个样品孔径分 布大致相同。13#样品为 500 目相较于其他样品不同 在于使用机器填充,孔径分布与手工填充大致相同, 但出现了小部分 50~100 μm 孔径,考虑该部分孔隙 是由于填充过程中不均匀造成的。同时由图 6 孔隙分 布情况可以看出,除 13#样品外,其余样品均为出现 孔隙分布分段情况,最大、最小孔之间为连续分布。



表 2 样品孔隙率及分形维数

Table 2 Porosity & Df

| Number   | 1#     | 4#     | 7#     | 10#    | 13#    |
|----------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Porosity | 63.94% | 69.41% | 75.15% | 72.44% | 68.72% |
| Df       | 2.592  | 2.639  | 2.763  | 2.681  | 2.351  |

样品 1#、4#、7#目数逐渐减小,同时由表中可以 看出孔隙率逐渐增大。1#与 13#目数都为 500 目,但 13#比 1#孔隙率高 5%,机填相对于手工填充孔隙率更 大。4#与 10#样品网片目数都为 420 目,但孔隙率有 一定差别,可以看出由手工填充的网片因填充工艺限 制会造成孔隙率变化。

根据式(4)可对 5 个回热器样品进行分形维数计算,计算结果见表 2。

由表 2 可知,1#、4#、7#、10#、13#四个样品分 形维数在 2~3 之间,且随着网片目数的减小分形维 数增大,主要是由于试样孔隙率的增加。13#样品分 形维数计算得 2.351,结合 13#样品的孔隙分布情况, 推测是由于样品制备过程中压力不均匀,导致出现两 段孔隙分布,使得后续计算结果出现误差。由式(4) 可知随着孔隙率增加分形维数会增大,同时最大、最 小孔径之差增大会导致分形维数增大。

#### 4 结论

 1)通过对回热器进行压汞实验,得到回热器中 不同孔径的孔隙体积分数分布情况,得出回热器中孔 隙尺寸为大孔,以及不同目数网片填充得到的孔隙率 为60%~75%之间。

2)根据多孔介质分形维数的计算模型,得出回 热器分形维数数值在2和3之间,说明回热器具有分 形特征,相比其他具有分形结构特征的多孔介质,不 锈钢网片填充的回热器内部结构较为均匀,且最大、 最小孔隙差值较小,并未出现孔隙分布分段的现象。

#### 参考文献:

- [1] Barron R F. Cryogenic Systems[M]. Clarendon Press, 1985.
- [2] 陈曦, 郭永飞, 张华, 等. 回热式低温制冷机用回热器结构研究综述
  [J]. 制冷学报, 2011(3): 6-14, 28.
  CHEN Xi, GUO Yongfei, ZHANG Hua, et al. Review of investigation on regenerator for regenerative cryocoolers[J]. Journal of Refrigeration, 2011(3): 6-14, 28.
- [3] Katz A, Thompson A. Fractal sandstone pores: implications for conductivity and pore formation[J]. *Physical Review Letters*, 1985, 54(12): 1325.
- [4] Krohn C, Thompson A. Fractal sandstone pores: automated measurements using scanning-electron-microscope images[J]. *Physical Review B*, 1986, 33(9): 6366.
- [5] Bartoli F, Philippy R, Doirisse M, et al. Structure and self-similarity in silty and sandy soils: the fractal approach[J]. *Journal of Soil Science*, 1991, 42(2): 167-185.
- [6] YU B, CHENG P. A fractal permeability model for Bi-dispersed porous media[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2002, 45(14): 2983-2993.
- [7] Bo-ming Y, Kai-lun Y. Critical percolation probabilities for site problems on Sierpinski carpets[J]. Zeitschrift Für Physik B Condensed Matter., 1988, 70(2): 209-212.
- [8] Mandelbrot B B. *The Fractal Geometry of Nature*[M]. New York: Wh Freeman, 1982.
- [9] YU B, LI J. Some fractal characters of porous media[J]. *Fractals*, 2001, 9(3): 365-372.
- [10] 刘培生,陈国锋. 多孔固体材料[M].北京:化学工业出版社,2014.
   LIU Peisheng, CHEN Guofeng. *Porous Solid Materials*[M]. Beijing: Chemical Industry Press, 2014.
- [11] YU B, Lee L J, CAO H. A fractal in plane permeability model for fabrics[J]. Polymer Composites, 2002, 23(2): 201-221.

- [12] XU P, YU B. Developing a new form of permeability and Kozeny–carman constant for homogeneous porous media by means of fractal geometry[J]. Advances in Water Resources, 2008, 31(1): 74-81.
- [13] 王欣,齐梅,胡永乐,等.高压压汞法结合分形理论分析页岩孔隙结构[J].大庆石油地质与开发,2015,34(2):165-169.

WANG Xin, QI Mei, Hu Yongle, et al. Analysis of the shale pore

structures by the combination of high-pressure mercury injection and fractal theory[J]. *Petroleum Geology and Oilfield Development in Daging*, 2015, **34**(2): 165-169.

[14] Sing K S. Characterization of Porous Solids: an Introductory Survey[Z]. Elsevier, 1991: 1-9.

## 《红外技术》第八届编辑委员会名单

荣誉主编: 褚君浩 姜会林 曾 毅 曾桂林 主 编:苏君红 执行主编:姚立斌 副 主 编: 刘逸平 唐 剑 李 凯 朱颖峰 陈 钱 蔡 毅 何 力 金伟其 郑云峰(常务) 委(以姓氏笔画为序) 编 马文坡 王 霞 王双保 石 峰 卢 进 史衍丽 白廷柱 瑜 白 朱颖峰 刘逸平 麦绿波 苏君红 巫广华 李云红 李 凯 李晓峰 宇 杨 吴一冈 吴晗平 何 力 邹继鑫 汪岳峰 张长泉 张若岚 张建奇 卫 陈 钱 陈效双 陈福胜 金伟其 郑云峰 郑 凯 陆 赵勋杰 赵 俊 胡伟达 施加林 姚立斌 顾国华 凌福日 郭 杰 唐利斌 唐良瑞 常本康 葛宝臻 蒋亚东 曾 宇 唐 剑 姬荣斌 蔡 毅 熊 平