

文章编号: 1672-8785(2021)10-0016-08

## 混合型 $\text{Fe}_3\text{O}_4@\text{SiO}_2$ 胶体光子晶体 光传输特性的仿真分析

魏超萍<sup>1,2</sup> 温小翔<sup>1,2</sup> 刘宇婷<sup>1,2</sup> 卢学刚<sup>1,2\*</sup> 杨 森<sup>1,2\*</sup>

(1. 西安交通大学物理学院, 陕西 西安 710049;

2. 物质非平衡合成和调控教育部重点实验室, 陕西 西安 712249)

**摘 要:** 除了通过改变胶体粒子半径及晶格常数来实现对光子带隙的调控方式之外, 能否利用不同尺寸粒子的混合精确控制胶体光子晶体的显色行为是人们关注的一个重要科学问题。在分析  $\text{Fe}_3\text{O}_4@\text{SiO}_2$  胶体光子晶体的带隙范围与介电常数、电磁波入射角度、晶格常数、颗粒尺寸、 $\text{SiO}_2$  包覆层厚度的依赖关系的基础上, 利用数值仿真手段对不同尺寸粒子混合得到的光子晶体的光传输特性进行了研究。结果发现, 两种粒径的磁性胶体粒子按不同质量比混合后, 其光子带隙位置始终落在两种粒径胶体粒子各自形成光子晶体的带隙位置之间, 且随着大粒径颗粒掺杂比的增加, 反射光谱逐渐红移。这一结果证明混色原理对胶体光子晶体仍然是适用的。该结果对研究胶体光子晶体结构色的新型调控方式具有重要的参考价值。

**关键词:** 胶体光子晶体; 光子带隙; 有限元法; 光传输特性; 结构色

中图分类号: O43 文献标志码: A DOI: 10.3969/j.issn.1672-8785.2021.10.003

## Simulation Analysis of Optical Transmission Characteristics of Mixed $\text{Fe}_3\text{O}_4@\text{SiO}_2$ Colloidal Photonic Crystals

WEI Chao-ping<sup>1,2</sup>, WEN Xiao-xiang<sup>1,2</sup>, LIU Yu-ting<sup>1,2</sup>, LU Xue-gang<sup>1,2\*</sup>, YANG Sen<sup>1,2\*</sup>

(1. School of Physics, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;

2. MOE Key Laboratory for Non-Equilibrium Synthesis and Modulation of Condensed Matter, Xi'an 710049, China)

**Abstract:** In addition to changing the radius and lattice constant of colloidal photonic crystals to achieve the modulation of photonic bandgap, it is also an important scientific problem that whether the chromogenic behavior can be precisely controlled by the mixing of various size particles. By means of numerical simulation, on the basis of analyzing the dependence of  $\text{Fe}_3\text{O}_4@\text{SiO}_2$  colloidal photonic crystal bandgap range on dielectric constant, electromagnetic wave incidence angle, lattice constant, particle size, and  $\text{SiO}_2$  coating thickness, the optical transmission characteristics of photonic crystals obtained by mixing particles of varied sizes were studied. The simulation results found that after the magnetic colloidal particles of two particle sizes are mixed at different mass ratios, the photonic bandgap position always falls between the bandgap positions of the photonic crys-

收稿日期: 2021-07-20

基金项目: 国家自然科学基金项目(61975162)

作者简介: 魏超萍(1997-), 女, 陕西渭南人, 硕士, 主要从事柔性光子晶体薄膜研究。

\*通讯作者: E-mail: xglu@xjtu.edu.cn

tals formed by the two colloidal particles with different sizes. The reflection spectra gradually shift to red as the doping ratio of the large particle size increases. This result proves that the principle of color mixing is still applicable to colloidal photonic crystals. It has an important reference value for the study of new adjustment methods of colloidal photonic crystal structural color.

**Key words:** colloidal photonic crystal; photonic bandgap; finite element method; optical transmission property; structural color

## 0 引言

光子晶体是 John S 和 Yablonovitch E 于 1987 年率先提出的一种新概念材料, 即折射率不同的两种介质在空间周期性排列形成的人工微观结构。光子晶体周期性的介电常数的改变引起一部分频率的电磁波受到布拉格散射; 干涉相消产生可见光波段的结构色, 赋予了光子晶体带隙结构和光子局域的光学特性<sup>[1-2]</sup>。相比于传统的着色机制, 结构色是自然光与微观结构共同作用的结果, 具有颜色鲜艳、对比度高、不褪色、环境友好等优势, 因此在光电器件、彩色显示、光开关、防伪等领域具有重要的应用价值。光子晶体特殊的光学特性允许研究人员进行周期性结构和几何属性的设计, 对于人工操控光子的运动具有重要的指导意义<sup>[3-4]</sup>。

由于光子晶体是一种大容量、高效率的新型信息传导材料, 研究人员根据相应的制备策略人为控制光子晶体的点阵、排列方式, 从而获得理想的三维结构。然而, 微环境的实验手段往往周期长、成本高, 且不确定因素大, 而数值模拟的手段则为设计和优化光子晶体结构和器件提供了一种简单高效、成本低、易控制变量且具有重要参考价值的途径。为了更好地操控特定频率的光子的运动轨迹和设计性能优越的光子器件, 相关模拟性的研究成果被不断报道, 为后续开展实验研究提供了理论依据。2010 年, 唐军等人采用传输矩阵法设计了一维光子晶体滤波器, 并分析了影响其透过率的两个因素<sup>[5]</sup>。2011 年, 邢根祥等人使用基于有限元方法的 HFSS 软件构建了一种微带周期性结构模型, 得出了周期大小以及周期孔的尺寸

对禁带特性的影响关系<sup>[6]</sup>。2014 年, 孙渤等人通过平面波展开法求解了三种不同结构的二维空气柱光子晶体带隙结构, 研究了不同孔洞结构和不同填充比对带隙宽度的影响<sup>[7]</sup>。2016 年, 张立春等人利用基于平面波展开法的 Rsoft 软件, 对密堆积蛋白石结构和反蛋白石结构的不完全光子带隙的影响因素进行了仿真分析<sup>[8]</sup>。2019 年, 付子义等人基于有限元法, 利用 COMSOL 软件的系数偏微分模块建立了一维和二维光子晶体模型, 并借助求解本征频率求解出了布洛赫波矢在布里渊区的传输情况<sup>[9]</sup>。2019 年, 黄晓泽等人采用平面波展开法推导了光子带隙的本征方程, 并用 Matlab 软件得到了不同参数调控下的光子晶体带隙结构图<sup>[10]</sup>。当前的光子晶体能带研究主要是针对各种人为可控的物理参量的对比研究, 而针对新型调控方式, 特别是不同尺寸粒子混合形成的“混合型”胶体光子晶体的光传输行为则鲜见报道。

为了了解不同尺寸粒子混合形成的“混合型”胶体光子晶体的光学性质并验证混色原理对胶体光子晶体体系的适用性, 本文基于有限元法, 利用 COMSOL 软件对磁场作用下形成的  $\text{Fe}_3\text{O}_4@/\text{SiO}_2$  链状胶体阵列结构的光子带隙行为进行了仿真模拟, 获得了不同混合比例对光子带隙的影响规律。研究结果为通过不同尺寸粒子混合构造新的结构色材料提供了新的思路。

## 1 理论基础

### 1.1 实验原理

本文采用 COMSOL Multiphysics 5.0a 这一基于有限元法的模拟软件对光子晶体的带隙

结构进行研究。有限元法的主要思想是将复杂的连续求解区域划分成有限个离散的子单元区域，并针对每一个离散的子单元利用有限元差分形式公式和控制方程求得子单元近似解；通过边界条件进行约束，场值合成，最终逼近具有无限未知量解的物理系统。

### 1.2 光子带隙的泛函推导

光在本质上属于电磁波，因此它的传播情况遵循电磁场理论的经典方程组——麦克斯韦方程式。通过基本的物理参量关系设定以及合适的边界条件求解麦克斯韦方程组，就能获得电磁波在光子晶体中的传播情况。麦克斯韦方程组的一般形式为

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (4)$$

式(1)~式(4)中的物理变量均是空间位置  $\mathbf{r}$  和时间参量  $t$  的函数。因此，在光子晶体中，我们认定电磁场为时谐场。同时，对于各向同性介质，存在  $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$ ， $\mathbf{B} = \epsilon \mathbf{H}$ 。通过一系列转换和替换，可以得到麦克斯韦方程组的变形形式：

$$\frac{1}{\epsilon(\mathbf{r})} \nabla \times [\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r})] = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) \quad (5)$$

$$\frac{1}{\epsilon(\mathbf{r})} \nabla \times [\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r})] = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}) \quad (6)$$

在二维光子晶体中，存在横电场(TE)和横磁场(TM)两种偏振模式。在 COMSOL 的二维计算中，借助电场定义电磁波，指定计算电场为面外矢量。由于矢量  $E_x$  和  $E_y$  等于 0，波矢沿着  $z$  方向，因此对应于 TM 模式。我们用  $\Phi$  代替 TM 模式下的  $\mathbf{E}$ ，结合 Bloch 理论可得：

$$-(\nabla + i\mathbf{k}) \cdot \left[ \frac{1}{\epsilon(\mathbf{r})} (\nabla + i\mathbf{k}) \Phi \right] = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \Phi \quad (7)$$

则式(7)的算符为

$$o = -\frac{1}{\epsilon(\mathbf{r})} (\nabla^2 \Phi + 2i\mathbf{k} \cdot \nabla \Phi - k^2 \Phi) - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \Phi \quad (8)$$

因此，泛函为

$$F(\Phi) = \frac{1}{2} \langle o\Phi, \Phi \rangle \quad (9)$$

则 TM 偏振模式的泛函为

$$F(\Phi) = \frac{1}{2} \iint_{\Omega} \left\{ \frac{1}{\epsilon(\mathbf{r})} \left[ \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)^2 \right] - 2ik \frac{1}{\epsilon(\mathbf{r})} \Phi \cdot \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\partial \Phi}{\partial y}\right) + \left[ k^2 \frac{1}{\epsilon(\mathbf{r})} - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \right] \Phi^2 \right\} d\Omega \quad (10)$$

基于上述对 TM 模式的泛函形式推导，在二维有限元算法实现的过程中，调用软件自带的三角形网格剖分工具在满足计算精度的前提下对求解区域  $\Omega$  进行剖分，然后通过在每个子区域上进行线性插值，叠加获取求解区域的值<sup>[11]</sup>。

## 2 光学特性仿真结果分析

光子晶体是结构色的重要来源之一，其光学特性主要体现在光与微观结构相互作用导致的布拉格可见光(350~800 nm)反射。当入射角度、晶格常数、颗粒尺寸或者介质的介电常数等因素发生改变时，都会影响相互作用的效果，从而导致布拉格反射波长的变化。作为一种常见的磁性材料，纳米  $\text{Fe}_3\text{O}_4$  具有良好的超顺磁性，生物相容性好，制备工艺成熟且储量丰富，一直以来受到科研工作者的青睐<sup>[12]</sup>。基于此，为了减少三维结构计算的成本、内存空间和多余模式，本文使用高级数值仿真软件 COMSOL 这一附加的波动光学模块建立光子晶体模型，选择  $\text{Fe}_3\text{O}_4$  和  $\text{Fe}_3\text{O}_4/\text{SiO}_2$  作为模拟材料，增加两个完美匹配层吸收边界外的电磁波，并使用 Floquet 周期性边界条件和  $1 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$  的振幅表征横向电磁波(电磁波通过左侧边界开始传播)。当改变影响微观结构的因素时，从理论上得到不同物理因素影响的反射光谱以及特定波长的电磁波在晶体内部的传输情况。

### 2.1 $\text{Fe}_3\text{O}_4$ 光学特性的分析

对于超顺磁性  $\text{Fe}_3\text{O}_4$  胶体粒子而言，施加一定强度的外磁场后，溶液中的  $\text{Fe}_3\text{O}_4$  粒子会在颗粒之间的磁偶极相互吸引力、排斥力和静

电排斥力的作用下达达到相对的平衡状态, 从而组装成有序的一维周期性结构。不同强度或者不同的刺激方式引起的颗粒间距变化或自组装结构变化都会影响光子带隙位置<sup>[13]</sup>。

根据布拉格反射定律分析得到, 电磁波入射角度、晶格常数、粒径和颗粒折射率都会影响光子晶体的带隙位置。我们通过控制变量法模拟了单个变量对光子带隙的影响。设定二维光学模型中  $\text{Fe}_3\text{O}_4$  的折射率为 2.42, 晶格常数  $d$  为 400 nm, 基质为空气。在正常的电磁波入射的情况下, 通过 COMSOL 模拟得到了电磁波在光子晶体内部的传输情况。图 1(a)~图 1(d)所示分别为入射角度、介电常数、粒径、晶格常数等因素与反射光谱的依赖关系。

以晶格常数的影响为例, 从图 1(d)中可以看出, 当晶格常数为 260 nm 时, 电磁波波长落在 420~450 nm 以及大于 650 nm 的范围

内, 光波的反射率很高。此波段的电磁波大部分都不能在光子晶体内部传输, 即处在光子带隙的范围内; 而其它频率的电磁波由于在光子带隙范围外, 可以在晶体中传输。

从图 1 中可以看出, 当控制单一变量(入射角度、晶格常数、粒径和折射率)改变时, 随着入射角度、晶格常数、颗粒粒径和折射率分别增大, 该结构的光子禁带向长波方向偏移, 即光子带隙发生了红移。

## 2.2 $\text{Fe}_3\text{O}_4@SiO_2$ 光学特性的分析

$\text{Fe}_3\text{O}_4$  在溶液中分散性较差、团聚严重; 随磁场强度的变化, 自组装行为的随机性较大, 导致结构色不能随磁场有效调控。通常的解决办法是用  $\text{SiO}_2$  对  $\text{Fe}_3\text{O}_4$  胶体粒子进行包覆, 获得  $\text{Fe}_3\text{O}_4@SiO_2$  核壳结构的复合胶体粒子。例如, 加拿大阿尔伯塔大学的 Hyun-Joong Chung 课题组在  $\text{Fe}_3\text{O}_4$  表面包覆  $\text{SiO}_2$ ,

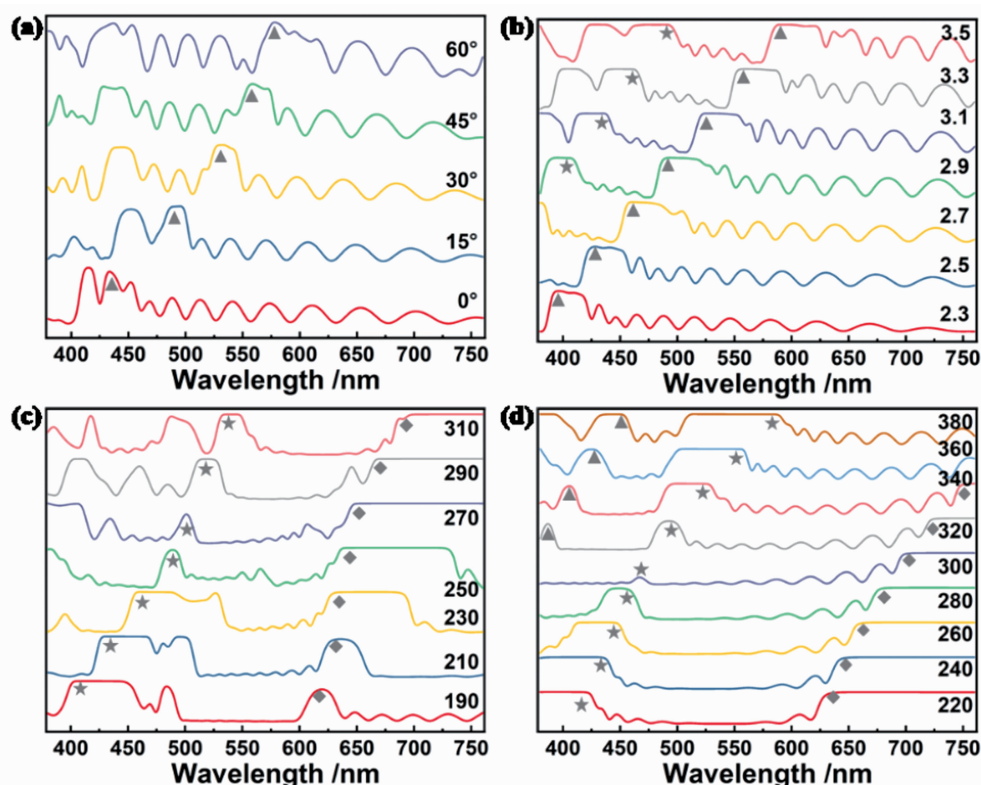


图 1 (a)相同晶格常数、介电常数、粒径条件下, 光学反射谱与光入射角度的依赖关系; (b)相同入射角度、晶格常数、粒径条件下, 光学反射谱与介质的介电常数的依赖关系; (c)相同晶格常数、介电常数、入射角度条件下, 光学反射谱与粒径的依赖关系; (d)相同入射角度、介电常数、粒径条件下, 光学反射谱与晶格常数的依赖关系

形成非晶型光子晶体组件。它在电场调控下实现了可见光范围的颜色调制, 并成功应用于可充电电池的各种状态监测<sup>[14]</sup>。

下面我们模拟包覆不同厚度  $\text{SiO}_2$  的核壳结构的光传输特性。 $\text{Fe}_3\text{O}_4$  和  $\text{SiO}_2$  的介电常数分别为 2.42 和 1.45。模型  $\text{Fe}_3\text{O}_4$  的半径为 108 nm,  $\text{Fe}_3\text{O}_4@/\text{SiO}_2$  核壳结构的晶格常数  $d$  为 500 nm,  $r$  为 120 nm。在此过程中, 包覆层的厚度不断增大( $r_1 < r_2 < r_3$ ,  $d_1 < d_2 < d_3$ ), 如图 2 所示。

在模拟过程中, 保持  $\text{Fe}_3\text{O}_4@/\text{SiO}_2$  阵列的晶格常数为 500 nm,  $r_{\text{Fe}_3\text{O}_4}$  为 108 nm,  $\text{Fe}_3\text{O}_4@/\text{SiO}_2$  粒子半径从 150 nm 开始以 20 nm 为步长递增至 250 nm。模拟结果如图 3(a) 所示, 三个带隙的位置均发生了红移, 且第 2、3 带隙的位置逐渐分开, 形成独立的带隙。对于直径为 300 nm 的  $\text{Fe}_3\text{O}_4@/\text{SiO}_2$  纳米粒子而言, 晶格

常数从 300 nm 开始以 50 nm 为增量递增至 500 nm。从图 3(b) 中可以看出, 当晶格常数小于 500 nm 时, 第 1 带隙在紫外区域; 当晶格常数自 300 nm 逐渐增大时, 第 2 带隙位置逐渐红移, 第 3 带隙逐渐移动到较长的波长, 直至移动到不可见的红外区域。对于直径为 240 nm 的核壳  $\text{Fe}_3\text{O}_4@/\text{SiO}_2$  纳米粒子, 其光学特性的变化规律类似, 进一步证明了仿真结果的可靠性。为了更加符合真实系统, 模型中设定相邻  $\text{Fe}_3\text{O}_4@/\text{SiO}_2$  粒子彼此保持接触(晶格常数等于粒子直径), 考察晶格常数和粒径同时变化时反射光谱的变化规律(模拟结果见图 3(c))。从图中可以看到, 反射谱中出现了两个比较明显的反射峰, 且随着粒径从 280 nm 逐渐增至 400 nm, 第 1、2 个反射峰分别移动了 75 nm 和 150 nm, 即在真实的实验微环境中, 包覆层厚度的增加导致了反射峰的逐渐红移。

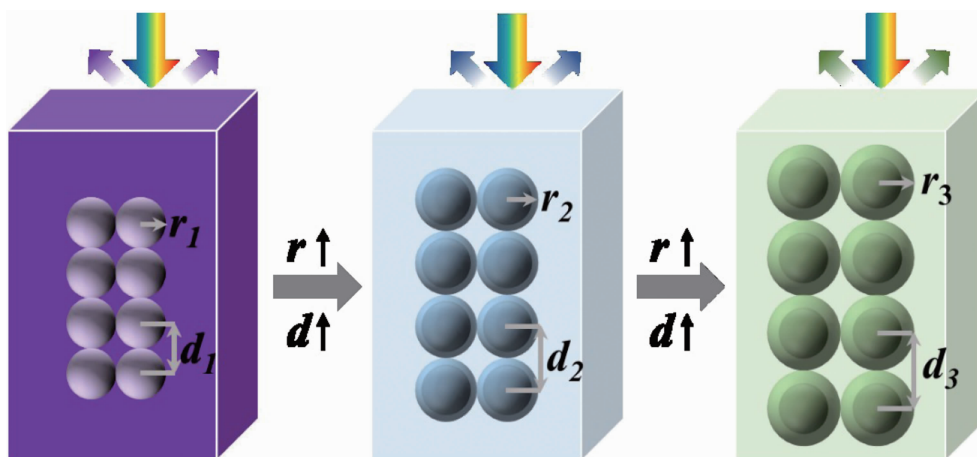


图 2 由于包覆厚度不断增加引起的结构变化示意图

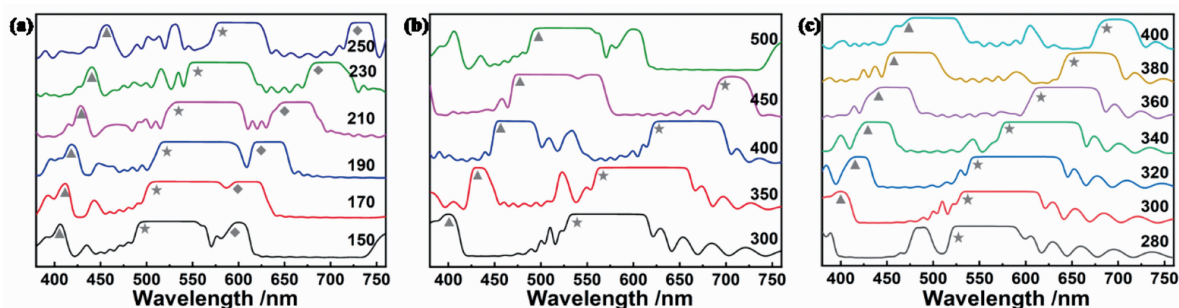


图 3 (a) 相同晶格常数条件下, 光学反射谱与粒径的依赖关系; (b) 相同粒径条件下, 光学反射谱与晶格常数的依赖关系; (c)  $\text{Fe}_3\text{O}_4@/\text{SiO}_2$  粒子彼此保持接触的情况下, 光学反射谱与粒径的依赖关系

### 2.3 不同粒径混合的光学特性研究

一般说来, 胶体光子晶体结构色的调控可以通过改变胶体粒子的粒径、晶格常数、介电常数等物理参数来实现。能否利用不同尺寸粒子混合实现混色的效果, 一直以来都是研究人员关注的问题。为了从理论上探究这种混色实现的可能性, 本文将两种不同粒径的  $\text{Fe}_3\text{O}_4@$   $\text{SiO}_2$  胶体粒子以不同的质量比进行混合, 在设定两种粒径胶体粒子在磁场作用下各自组装成链状结构的前提下研究其光子能带的变化规律, 揭示其混色规律。

我们选择直径为 240 nm ( $r_1 = 120$  nm) 和 320 nm ( $r_2 = 160$  nm) 的  $\text{Fe}_3\text{O}_4@$   $\text{SiO}_2$  磁性粒子, 按照不同质量比例将其混合, 并对混合模型进行模拟分析。图 4 所示为按不同质量比混合的光学模型。其中左侧为电磁波入射端口, 大小两种粒子质量比分别为 1:1、2:1、5:1 以及纯大尺寸颗粒。模型中设定两种粒子各自在磁场作用下排列成链状结构。

图 5 所示为 COMSOL 仿真结果。直径为 240 nm 和 320 nm 的  $\text{Fe}_3\text{O}_4@$   $\text{SiO}_2$  胶体粒子组

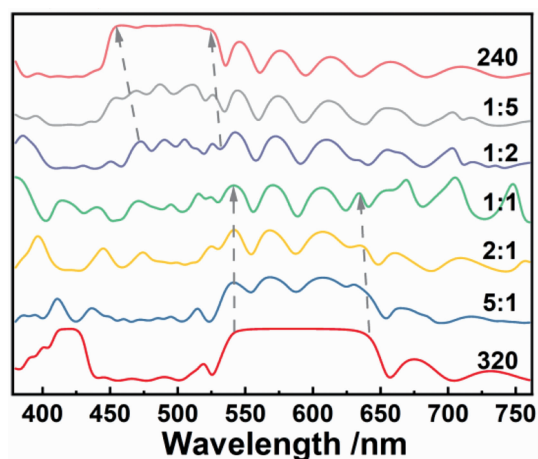


图 5 按不同质量比混合的胶体晶体的反射谱模拟结果

装形成的一维光子晶体的主要带隙位置分别处于 450~525 nm 和 540~650 nm 之间。可以看出, 由于两种尺寸的粒子对光传输特性的相互影响, 初始的带隙完整性受到一定的改变, 但整体结果仍表明, 按不同质量比混合的胶体粒子的禁带位于大粒径带隙与小粒径带隙之间。随着小尺寸颗粒比例的增加, 主带隙位置变窄, 反射峰强度降低。通过多个光子带隙叠加

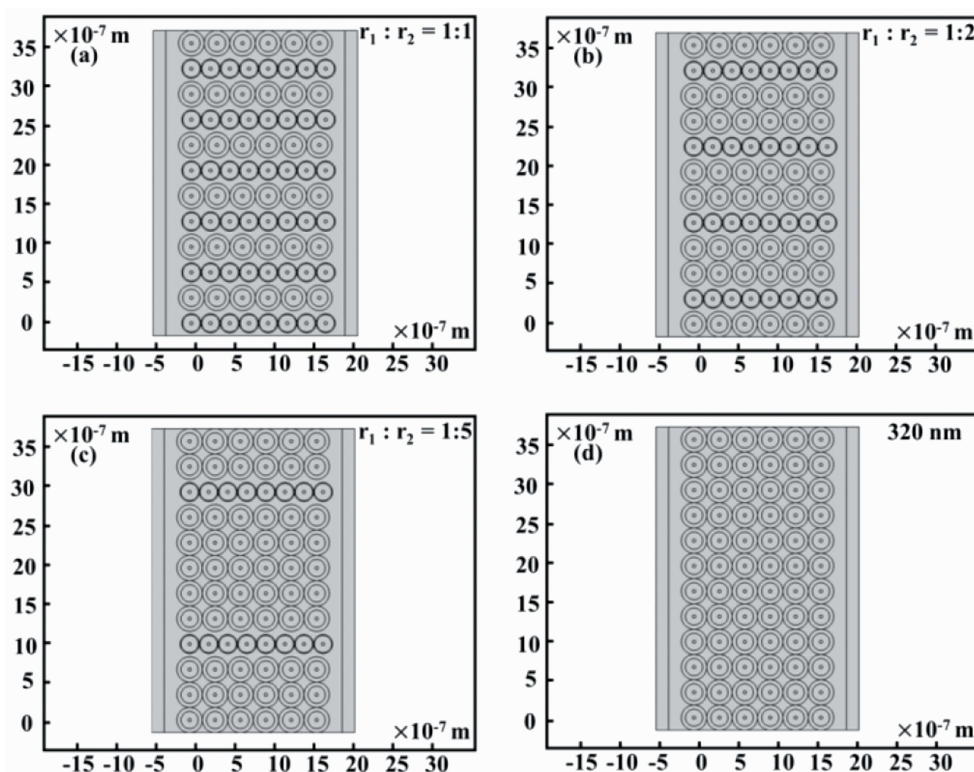


图 4 按不同质量比混合的光子晶体模型

对比发现了其向波长较长方向移动的规律。

以位于两个带隙范围内的 475 nm 和 600 nm 光波为参照,研究了不同掺杂比的情况下电磁波在晶体内部的传播情况。图 6 所示为入射电磁波波长为 475 nm 时各模型中的光传输情况。对于  $r_1$  和  $r_2$  组成比例为 5:1 的光子晶体而言,入射波处在禁带范围内,因此当电磁波传输到第一排粒子时,由于相干散射的原因,大部分光被散射出去,光波能量迅速衰减,无法到达右侧端口。随着大粒径粒子比重的增加,电磁波传输到晶体内部的距离逐渐增

加。当  $r_1$  和  $r_2$  组成比例为 1:5 时,大部分电磁波可传输到第三排粒子。当光子晶体全部由大颗粒组成时,电磁波可以传输至右侧出口位置。此时入射的电磁波波长位于光子带隙之外。图 7 所示为入射电磁波波长为 600 nm 时各模型中的光传输情况。对于  $r_1$  和  $r_2$  组成比例为 5:1 的光子晶体而言,由于此时电磁波处于光子晶体的禁带范围之外,电磁波可完全在晶体内部传输。随着小粒径粒子掺杂比重的减小,波长为 600 nm 的电磁波在光子晶体内部的传输受光子禁带的影响,场强数值有一定程度的衰减,光波传输逐渐被抑制。

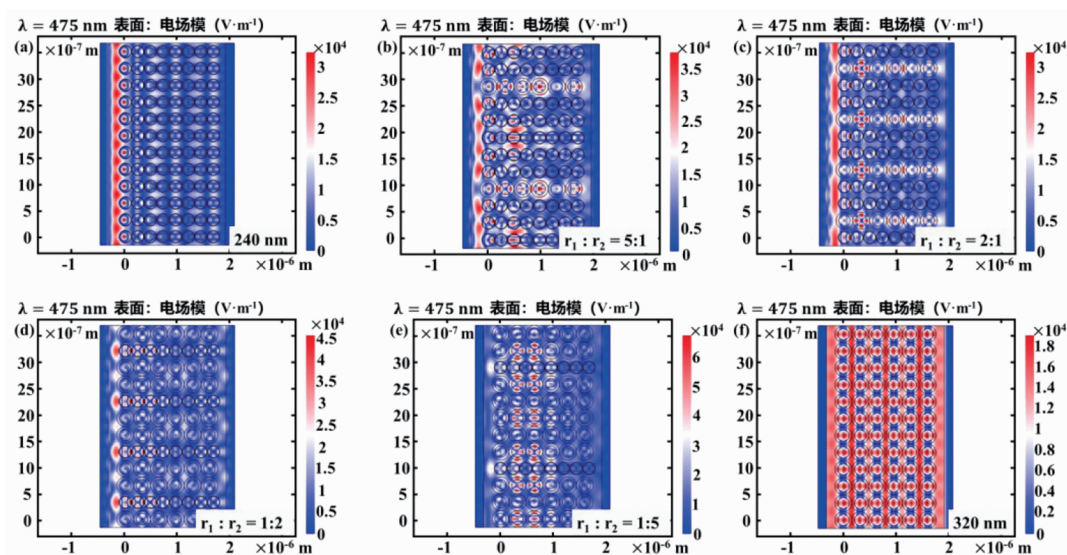


图 6 按不同质量比混合的胶体晶体在电磁波波长为 475 nm 时的二维光场分布

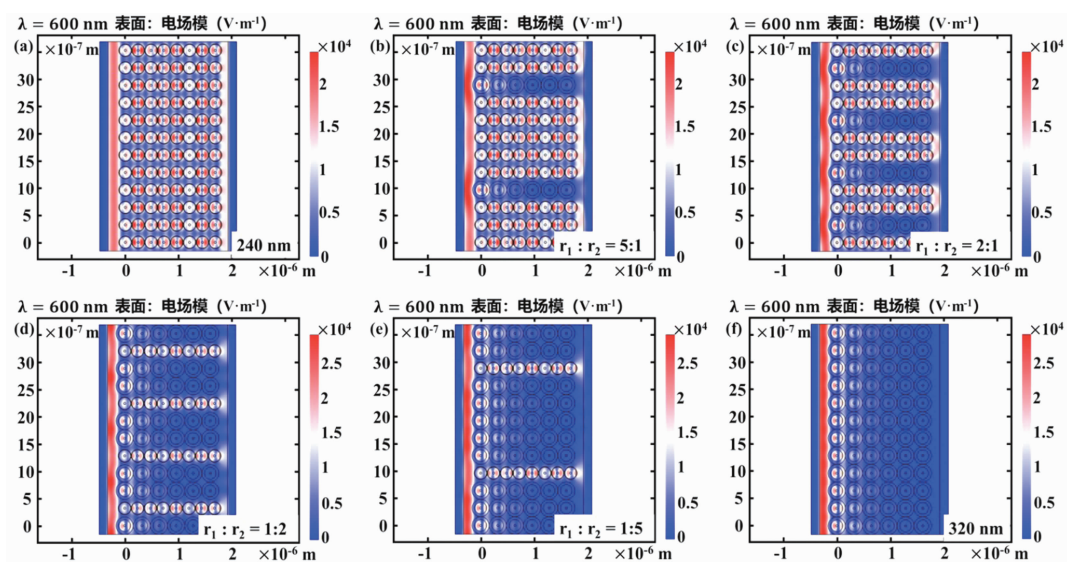


图 7 按不同质量比混合的胶体晶体在电磁波波长为 600 nm 时的二维光场分布

### 3 结论与展望

利用有限元理论和 COMSOL 软件建立了  $\text{Fe}_3\text{O}_4$  和  $\text{Fe}_3\text{O}_4@SiO_2$  胶体光子晶体的光学模型。首先, 针对不同的物理参数对光传输行为的影响规律进行了数值仿真分析。研究表明, 对于  $\text{Fe}_3\text{O}_4$  和  $\text{Fe}_3\text{O}_4@SiO_2$  纳米颗粒组成的光子晶体而言, 随着介电常数、晶格常数、颗粒粒径以及电磁波入射角度等参数的增大, 光子带隙均发生了红移。仿真结果与布拉格反射定律基本一致, 验证了模拟方案的可靠性。在此基础上, 对由 240 nm 和 320 nm 两种不同尺寸的  $\text{Fe}_3\text{O}_4@SiO_2$  胶体粒子组成的“混合型”胶体光子晶体的光传输行为进行了模拟。结果发现, 按不同质量比混合的胶体晶体的光子带隙位于大粒径与小粒径带隙之间。随着小粒径颗粒比例的增加, 主带隙宽度变窄且发生蓝移, 表明按照不同粒径粒子混合确实能满足调控结构色的需求。上述结果为研究和设计新型胶体光子晶体提供了新的思路。同传统调控结构色的途径相比, 本文提出的通过不同粒径胶体粒子混合而进行“混色”的策略更具实用价值。在下一步的研究中, 将通过实验进一步验证上述仿真结果, 并从仿真与实验相结合的维度针对上述新型光子晶体结构进行设计和优化, 从而进一步阐明光子晶体的组成方式对光传输特性的影响规律, 探索结构色的新型调控方式。

### 参考文献

- [1] Yablonovitch E. Inhibited Spontaneous Emission in Solid-State Physics and Electronics [J]. *Physical Review Letters*, 1987, **58**(20): 2059–2062.
- [2] John S. Strong Localization of Photons in Certain Disordered Dielectric Superlattices [J]. *Physical Review Letters*, 1987, **58**(23): 2486–2489.
- [3] Wu S, Xia H, Xu J, et al. Manipulating Luminescence of Light Emitters by Photonic Crystals [J]. *Advanced Materials*, 2018, **30**(47): 1803362.
- [4] Shang L, Zhang W, Xu K, et al. Bio-inspired Intelligent Structural Color Materials [J]. *Materials Horizons*, 2019, **6**(5): 945–958.
- [5] 唐军, 杨华军, 徐权, 等. 传输矩阵法分析一维光子晶体传输特性及其应用 [J]. *红外与激光工程*, 2010, **39**(1): 76–80.
- [6] 邢根祥, 贺振平, 邢莎, 等. 微带周期结构的仿真研究 [J]. *延安职业技术学院学报*, 2011, **25**(4): 102–104.
- [7] 孙渤, 赵红东, 冯嘉鹏, 等. 基于平面波展开法的二维立方晶格光子晶体带隙研究 [J]. *人工晶体学报*, 2014, **43**(9): 2399–2403.
- [8] 张立春. 水凝胶光子晶体温度特性的研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2016.
- [9] 付子义, 王晨旭, 长谷川弘治. 基于 COMSOL 的光子晶体能带结构仿真计算 [J]. *传感器与微系统*, 2019, **38**(08): 111–113.
- [10] 黄晓泽, 周琦, 饶黄云. 利用平面波展开法在 matlab 中计算一维光子晶体的带隙结构 [J]. *科技创新与应用*, 2019, **25**(13): 29–31.
- [11] 武校刚. 基于有限元法的二维光子晶体能带特性研究 [D]. 秦皇岛: 燕山大学, 2010.
- [12] Hu P, Kang L, Chang T, et al. High Saturation Magnetization  $\text{Fe}_3\text{O}_4$  Nanoparticles Prepared by One-step Reduction Method in Autoclave [J]. *Journal of Alloys and Compounds*, 2017, **728**: 88–92.
- [13] Wang W, Zheng L, Lu F, et al. Facile Synthesis and Characterization of Magneto-chromatic  $\text{Fe}_3\text{O}_4$  Nanoparticles [J]. *AIP Advances*, 2017, **7**(5): 056317.
- [14] Zheng L, Tran T N T, Zhalmuratova D, et al. Colorimetric Voltmeter Using Colloidal  $\text{Fe}_3\text{O}_4@SiO_2$  Nanoparticles as an Overpotential Alarm System for Zinc-Air Batteries [J]. *ACS Applied Nano Materials*, 2019, **2**(11): 6982–6988.