

引用格式:曹立佳,王国庆,刘洋,等.基于改进总方差法的MEMS陀螺随机误差分析[J].电光与控制,2021,28(5):89-93. CAO L J, WANG G Q, LIU Y, et al. Gyro random error analysis based on modified total variance[J]. Electronics Optics & Control, 2021, 28(5):89-93.

基于改进总方差法的MEMS陀螺随机误差分析

曹立佳^{1,2}, 王国庆², 刘洋², 胡宇^{3,4}

(1. 四川轻化工大学, 四川 自贡 643000; 2. 人工智能四川省重点实验室, 四川 宜宾 644000;
3. 火箭军工程大学, 西安 710025; 4. 西安交通大学机械工程学院, 西安 710049)

摘要: 对陀螺仪随机误差的分析通常采用Allan方差法, 但用该方法分析随机误差时, 存在长相关时间下震荡较大的问题, 传统总方差法解决了这一缺陷, 但同时也带来了计算量大的问题。为了解决这一问题, 首先介绍了3种采样方案, 在分析Allan方差法和传统总方差法的基础上, 提出了改进的总方差法, 并对MEMS陀螺随机误差进行分析。分析结果表明, 非完全重叠总方差法相对于传统总方差法分析精度无明显变化, 但是运算时间却不超过传统总方差法的1/1000, 能够大幅度地提高数据处理效率。

关键词: MEMS陀螺; 随机误差; Allan方差; 改进的总方差法; 运算时间

中图分类号: V19 文献标志码: A doi:10.3969/j.issn.1671-637X.2021.05.020

Gyro Random Error Analysis Based on Modified Total Variance

CAO Lijia^{1,2}, WANG Guoqing², LIU Yang², HU Yu^{3,4}

(1. Sichuan University of Science & Engineering, Zigong 643000, China; 2. Artificial Intelligence Key Laboratory of Sichuan Province, Yibin 644000, China; 3. Rocket Force University of Engineering, Xi'an 710025, China;
4. School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: The Allan Variance is usually utilized to analyze gyroscope random error. However, when Allan Variance is used, there is a disadvantage that the estimation vibrates greatly in condition of long correlation time. The traditional Total Variance can solve the problem of Allan Variance, but the problem of excessive calculation exists in Total Variance. To deal with this problem, three kinds of sampling methods are introduced in this paper. In addition, an analysis is made to Allan Variance and Total Variance, based on which the Improved Total Variance is proposed, and an analysis is carried out on MEMS gyroscope random error. The analysis result shows that, the accuracy of Not Fully Overlapping Total Variance is nearly the same as that of the Total Variance, but computational time of the former is not more than 1/1000 of the latter's, which can greatly improve the data processing efficiency.

Key words: MEMS gyroscope; random error; Allan variance; improved total variance; computational time

0 引言

陀螺仪作为惯性导航系统的核心部件, 其静动态性能的优劣直接影响到整个惯性导航系统的工作精度。由于惯性导航系统工作条件的特殊性, 在其工作

过程中, 机械振动是不可避免且长期存在的, 因而, 陀螺仪能否在振动环境下保持高稳定性与高精度成为影响整个惯导系统精度的重要因素^[1]。

目前, 对陀螺仪, 特别是光纤陀螺(FOG)的随机误差分析主要是利用Allan方差法。Allan方差是20世纪60年代由原美国国家标准局的ALLAN为研究振荡稳定性而提出的^[2]。将Allan方差法用于陀螺仪的随机误差分析可以对陀螺输出角速率中存在的各个噪声项和整个噪声系统进行细致的表征和辨识^[3]。然而, Allan方差的估计是基于有限长度数据的, 在长相关时间下震荡较大、估值误差较大且在大平均因子的情况下, 数据

收稿日期: 2020-05-23

修回日期: 2021-04-14

基金项目: 国家自然科学基金(51905540); 四川省科技计划项目(2018GZDZX0046, 2020YJ0368); 陕西省自然科学基金(2020JM359); 自贡市重点科技计划项目(2019YYJC03); 四川理工学院人才引进项目(2018RCL18)

作者简介: 曹立佳(1982—), 男, 四川荣县人, 博士, 副教授, 研究方向为控制、导航、系统建模与仿真等, caolj@suse.edu.cn。

对称将使 Allan 方差可能出现“崩溃”情况^[4-5]。因此,在 Allan 方差的基础上发展出 Théo1、动态 Allan 方差以及总方差等辨识方法,研究人员在此基础上进行了大量相关的研究工作。徐东升等^[6]采用 Théo1 的改进方法 ThéoH 对光纤陀螺随机误差特性进行辨识;张谦等^[7]利用动态 Allan 方差对光纤陀螺随机误差进行分析;韩军良等^[5]采用总方差对光纤陀螺的随机误差特性进行分析,并取得了良好的效果。但总方差法通过镜像映射的方式延拓原始数据,最大程度地使用了原始数据,虽然解决了 Allan 方差法在长相关时间下震荡较大的问题,却存在计算量巨大、运算速度慢的问题,对此,有部分学者开展了相关的研究,陈永冰等^[8]基于重叠分段的 Allan 方差法对光纤陀螺随机误差进行拟合;孙越芳^[9]分析了3种数据采样方案,采用半重叠总方差法初步分析了其在光纤陀螺惯性组件的适用性。

本文在上述学者的研究基础上,针对总方差存在的问题,分析3种采样方案,找到计算量大这一问题的根源;按照3种不同的采样方案提出改进的总方差法,并通过 MEMS 陀螺误差分析实验对改进总方差法的有效性进行分析,设计了改进的总方差法。

1 Allan 方差法与随机误差

总方差法是由 Allan 方差法发展而来,所以首先分析 Allan 方差法。

1.1 Allan 方差法

振荡器在 t 时刻的瞬时输出电压为

$$v(t) = (V_0 + \varepsilon(t)) \sin(2\pi\nu_0 t + \phi(t)) \quad (1)$$

式中: V_0 为标准峰值电压; $\varepsilon(t)$ 为电压偏差; ν_0 为标准频率; $\phi(t)$ 为相对于 $2\pi\nu_0 t$ 的相位偏差。

记相位偏差 $\phi(t)$ 对时间的导数为 $y(t)$, 则

$$y(t) = \frac{1}{2\pi\nu_0} \frac{d\phi}{dt} \quad (2)$$

$y(t)$ 的平均值为

$$\bar{y}_k = \frac{1}{\tau} \int_{t_k}^{t_{k+1}} y(t) dt \quad (3)$$

式中, $t_k = t_0 + k\tau_0$, t_0 为初始时刻; $\tau = k\tau_0$ 为相关时间, τ_0 为采样间隔, k 为数据重新采样序列长度, $k=1, 2, 3, \dots$ 。

频率稳定性定义为 $y(t)$ 相邻均值差值的无限时间平均, 记其为 $\sigma_y(\tau)$, 则

$$\sigma_y(\tau) = \sqrt{\frac{1}{2} \langle \bar{y}_{j+1} - \bar{y}_j \rangle^2} \quad (4)$$

式中: $\sigma_y(\tau)$ 为 Allan 标准差; $\langle \rangle$ 表示取无限时间的整体平均。

Allan 标准差按式(4)所定义的求解需要无限时间平均, 这是无法实现的, 所以

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2(M-1)} \sum_{j=1}^{M-1} [\bar{y}_{j+1} - \bar{y}_j]^2 \quad (5)$$

给出了基于有限数据的 Allan 方差估计值。式中, M 表示 \bar{y}_k 的数量。

Allan 方差与功率谱密度(PSD)的关系为

$$\sigma^2(\tau) = 4 \int_0^{\infty} S_{\Omega}(f) \frac{\sin^4 \pi f t}{(\pi f t)^2} df \quad (6)$$

式中, $S_{\Omega}(f)$ 为随机过程 $\Omega(t)$ 的功率谱密度, f 表示频率。

分析式(6)可以看出, 将原始数据通过传递函数为 $\sin^4 x/x^2$ 的滤波器后, 其能量正比于 Allan 方差值。滤波器的带通取决于采样间隔 τ_0 , 通过改变 Allan 方差法中的采样间隔就可以计算不同频段的信号能量。

1.2 随机误差分解

在惯性器件中, 一般将随机误差分解为量化噪声、角度随机游走 (ARW)、零偏不稳定性 (BIAS)、速率随机游走 (RRW) 和速率斜坡 (RR)^[10-11]。其功率谱密度依次为

$$\begin{cases} S_{\Omega Q}(2\pi f) = \frac{4Q^2}{t} \sin^2(\pi f t) \\ S_{\Omega ARW}(f) = N^2 \\ S_{\Omega BIAS}(f) = \begin{cases} \left(\frac{B^2}{2\pi}\right) \frac{1}{f} & f \leq f_0 \\ 0 & f > f_0 \end{cases} \\ S_{\Omega RRW}(f) = \left(\frac{K}{2\pi}\right)^2 \frac{1}{f^2} \\ S_{\Omega RR}(f) = \frac{R^2}{(2\pi f)^3} \end{cases} \quad (7)$$

式中: Q 为量化噪声系数; N 为角度随机游走系数; B 为零偏不稳定性系数; K 为速率游走系数; R 为速率斜坡系数; f_0 表示频率。将这5个随机误差项的功率谱密度代入式(6), 得到它们的 Allan 方差表达式分别为

$$\begin{cases} \sigma_Q^2(\tau) = \frac{3Q^2}{\tau^2} \\ \sigma_{ARW}^2(\tau) = \frac{N^2}{\tau} \\ \sigma_{BIAS}^2(\tau) = \frac{2B^2 \ln 2}{\pi} \\ \sigma_{RRW}^2(\tau) = \frac{K^2 \tau}{3} \\ \sigma_{RR}^2(\tau) = \frac{R^2 \tau^2}{2} \end{cases} \quad (8)$$

在 $\sigma(\tau) \sim \tau$ 的双对数曲线中, 不同误差出现在 τ 的不同区域。由式(8)可知, 在双对数曲线中, 量化噪声、角度随机游走、零偏不稳定性、速率随机游走和速率斜坡的斜率分别为 $-1, -0.5, 0, +0.5$ 和 $+1$, 这使得随机误差的各项系数容易分离和辨识。

但是 Allan 方差法的缺陷在于,在长相关时间条件下其估计值震荡剧烈。而总方差法解决了 Allan 方差法的这一缺陷,且相对于 Allan 方差法具有更高的分析精度,但是却带来了计算灾难,为了解决这个问题,介绍 3 种采样方案。

2 3 种不同采样方案

记陀螺仪任一方向输出原始数据序列为 $\omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_W\}$, 共计 W 个数据,数据的采样间隔记为 τ_0 。对原始数据进行重新采样分组,假设将原始数据分为 M 组,每组含有 m 个数据,每组数据的平均值作为陀螺的输出序列,此时的数据相关时间变为 $\tau_m = m\tau_0$ 。采样方案有 3 种,如图 1 所示,其中, \bar{y}_1 表示第 1 组采样序列的平均数, \bar{y}_M 表示第 M 组采样序列的平均数。

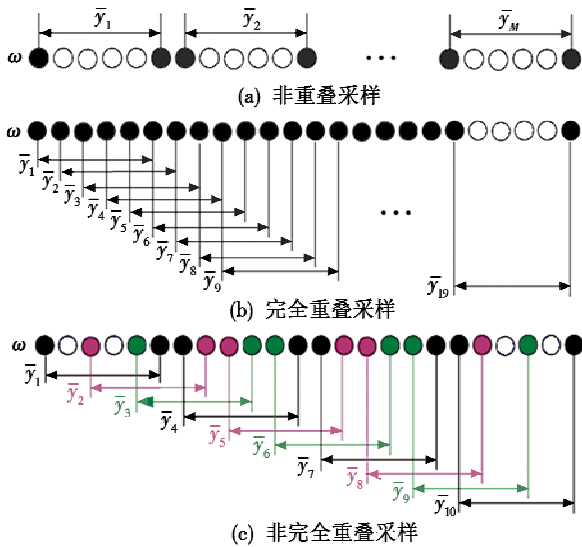


图 1 3 种采样方案

Fig. 1 Three sampling schemes

图 1 中,不同颜色圆圈代表采样序列首尾,用于直观比较采用不同采样方案时对同一组原始数据的采样次数与采样重叠情况。记重新采样过程的滑动步幅为 d ,对原始数据采样时,一次采样包含的原始数据个数为 m 。如图 1 所示:当 $d = m$,即滑动步幅等于组内数据个数时,称为非重叠采样,此时每组数据之间相互独立;当 $d = 1$,即每次采样只滑动 1 步时,称为完全重叠采样,此时每组数据之间相互关联;当 $1 < d < m$,且 m 是 d 的整数倍时,称为非完全重叠采样,此时各组数据之间也是关联的。

对于 3 种采样方案,每组数据平均值算式可以统一表达为

$$\bar{y}_k = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \omega_{(k-1)d+i} \quad k = 1, 2, \dots, M \quad (9)$$

式中, $M = \lfloor \frac{W}{m} \rfloor \frac{m}{d} - \frac{m}{d} + 1$, $\lfloor \cdot \rfloor$ 为向下取整函数,要求

$m \leq W/2$ 。

当采样方案为非重叠采样时, $M_1 = \lfloor \frac{W}{m} \rfloor$;当采样方案为非完全重叠采样时, $M_2 = \lfloor \frac{W}{m} \rfloor \frac{m}{d} - \frac{m}{d} + 1$;当采样方案为完全重叠采样时, $M_3 = W - m + 1$ 。由此看出,完全重叠采样得到的数据量 M_3 约为非完全重叠采样数据量 M_2 的 d 倍,约为非重叠采样数据量的 m 倍。而传统的总方差法使用的是完全重叠采样方案,得到的数据量较大,这就是传统总方差法计算量大的根本原因。

3 非完全重叠总方差法

3.1 传统总方差法

传统的总方差法在陀螺仪输出原始数据序列两侧使用镜像映射来延拓原始数据^[12-13]。记延拓后数据序列为 ω^* ,映射规则为^[7]

$$\begin{cases} \omega_{W-j}^* = \omega_j & j = 1, \dots, W-1 \\ \omega_i^* = \omega_i & i = 1, \dots, W \\ \omega_{W+1-k}^* = \omega_{W+1-k} & k = 1, \dots, W-1 \end{cases} \quad (10)$$

则新序列为

$\omega^* = \{\omega_{W-1}, \dots, \omega_2, \omega_1, \omega_1, \omega_2, \dots, \omega_W, \omega_W, \omega_{W-1}, \dots, \omega_2\}$
此数据序列长度为 $3W - 2$ 。对新序列使用完全重叠采样方案,得每组数据的平均值为

$$\bar{y}_k^*(m) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \omega_{(k-1)+i}^* \quad k = 1, 2, \dots, M^* \quad (11)$$

式中, $M^* = 3N - m - 1$, M^* 表示所分组数。总方差的估计值表达式为

$$\sigma_{\text{Totvar}}^2(\tau_m) = \frac{1}{2(M^* - m)} \sum_{j=1}^{M^*-m} (\bar{y}_{j+m}^* - \bar{y}_j^*)^2 \quad (12)$$

式(11)也可以表示为

$$\sigma_{\text{Totvar}}^2(\tau_m) = \frac{1}{2(3W - 2m - 1)} \sum_{j=1}^{3N-2m-1} (\bar{y}_{j+m}^* - \bar{y}_j^*)^2 \quad (13)$$

式中, m 的最大值为 W 。传统总方差法使用的是完全重叠采样方案,因此可称为完全重叠总方差(fully overlapping Total variance, Totvar)法。

3.2 改进的总方差法

传统的总方差法是对延拓后的原始数据使用完全重叠采样方案进行采样。本文使用非重叠采样方案和非完全重叠采样方案得到两种改进的总方差法:非重叠总方差(nonoverlapped Total variance, nonoITotvar)和非完全重叠总方差(not fully overlapping Total variance, nfoITotvar)。

对于 3 种采样方案,每组数据平均值的通用表达式为

$$\bar{y}_k^*(m) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \omega_{(k-1)d+i}^* \quad k = 1, 2, \dots, M^* \quad (14)$$

式中, $M^* = \lfloor \frac{3W-2}{m} \rfloor \frac{m}{d} - \frac{m}{d} + 1$ 。

改进的总方差法通用表达式为

$$\sigma^2(\tau_m) = \frac{1}{2(M^* - \frac{m}{d})} \sum_{j=1}^{M^* - \frac{m}{d}} (\bar{y}_{j+\frac{m}{d}}^* - \bar{y}_j^*)^2 \quad (15)$$

如果 $d = m$, 则式(15)表示非重叠总方差法; 如果 m 是 d 的整数倍(1 倍和 m 倍除外), 则式(15)表示非完全重叠总方差法; 如果 $d = 1$, 则式(15)为完全重叠总方差法, 即传统总方差法。

4 试验验证

本文的试验对象是某微型组合导航系统。该导航系统包括三轴陀螺仪、三轴加速度计、三轴磁强计、气压计和 GPS。将其固定在三轴运动转台上, 在恒温条件下以 100 Hz 采样频率分别进行动态采样和静态采样。原始数据经过基本的数据处理后, 从采样原始数据中获取陀螺仪数据进行 Allan 方差分析。分析采用的硬件平台为台式计算机, 处理器为 Intel Xeon E5-1603 v4@2.80 GHz, 内存为 16 GiB; 分析软件采用 Matlab 2017b。

4.1 试验分析

3 种总方差法及 Allan 方差法的分析结果如图 2 所示。

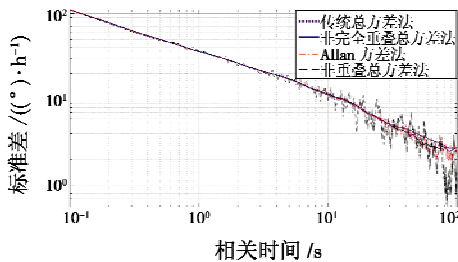


图 2 3 种总方差法和 Allan 方差法分析

Fig. 2 Curves of the three total variance methods and Allan variance

从图 2 中可以看出, 在短时间内, Allan 方差法、传统总方差法和两种改进的总方差法基本保持一致, 说明几种方差法在短相关时间下均达到了足够的精度。但是当相关时间大于 10 s 后, Allan 方差法和各总方差法曲线均出现震荡, 非重叠总方差法的震荡最剧烈, 而非完全重叠总方差法和传统总方差法振荡很小。每种方法在 $\tau = 0.1 \sim 100$ s 时对应的标准差和计算时间如表 1 所示。

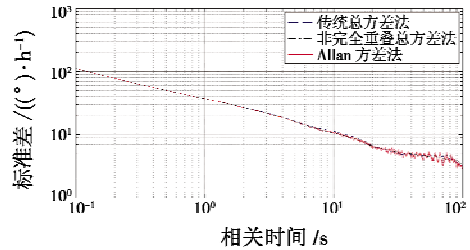
表 1 各方法分析结果比较(速率斜坡 x 轴为例)
Table 1 Comparison of the mentioned methods (velocity along x -axis)

方法	标准差/((°)·h ⁻¹)	计算时间/s
Allan 方差法	124.080521	9 167.18
传统总方差法	133.378103	36 035.51
非完全重叠总方差法	129.024163	20.36
非重叠总方差法	49.448955	12.75

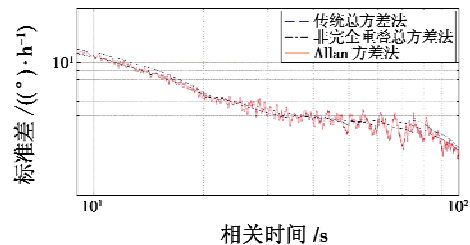
由表 1 可以看出: 非重叠总方差法的分析精度和运算时间最小; 非完全重叠总方差法分析精度与传统总方差法大体一致, 但是其运算时间不超过传统总方差法的 1/1000。所以在对陀螺进行随机误差分析时, 可以采用非完全重叠总方差法, 不仅保证了分析精度, 还大大节约了分析时间, 提高数据处理效率。

4.2 数据分析

根据上面的试验分析, 虽然非重叠采样总方差法分析时间最短, 但是随着相关时间增大振荡过大, 并不适合采用。为了比较其余 3 种方法(Allan 方差法、传统总方差法和非完全重叠总方差法)对随机信号的分析结果, 选取陀螺仪 300 s 输出的数据, 共 30 000 个数据点。将相关时间 τ 设置为 0.1 ~ 100 s, 每次增加 0.1 s, 即 $m = 10:10:10\ 000$ 。非完全重叠总方差法中取 $d = m/5$, 3 种不同方差法的分析结果如图 3 所示。



(a) 3 种方差法分析



(b) 3 种方差法分析局部放大

图 3 3 种方差法分析结果及局部放大图

Fig. 3 Curves of the three variance analysis and its partial magnified graph

图 3(b) 为对震荡部分进行的放大, 展示了 $\tau = 10 \sim 100$ s 的部分。表 2 给出了以角度随机游走 z 轴为例计算各方法分析结果比较。

表 2 各方差法分析结果比较(角度随机游走 z 轴为例)

Table 2 Comparison of the mentioned methods (angular random walk along z -axis)

方法	标准差/((°)·h ⁻¹)	计算时间/s
Allan 方差法	0.601366	9 167.18
传统总方差法	0.599988	36 035.51
非完全重叠总方差法	0.601299	20.20

从图 3(b) 中可以看出, 非完全重叠总方差法、Allan 方差法和传统总方差法基本一致, 虽然在 10 s 过后, 非完全重叠总方差法和完全重叠总方差法略有振荡, 但从

表2可以看出,非完全重叠总方差法和 Allan 方差法的分析精度大体一致。通过表2比较3种方差法的计算时间,传统总方差法计算时间为36 035.51 s,Allan 方差法为9 167.18 s,而非完全重叠总方差法的计算时间为20.20 s,远远小于传统总方差法和 Allan 方差法。从而说明了本文设计的非完全重叠总方差法在分析精度不减的前提下,解决了传统总方差法计算量大的问题。

5 结束语

针对陀螺随机误差现有的分析方法,本文在分析 Allan 方差法和传统总方差法缺陷的基础上,提出了改进的总方差法,通过试验可以看出,非完全重叠总方差法与 Allan 方差法在精度上相比传统总方差法均有所提高,但非完全重叠总方差法与 Allan 方差法之间并无明显差别;在计算时间上,非完全重叠总方差法却有十分明显的优势,更加适用于对大量的 MEMS 测量数据进行分析。

参考文献

- [1] 方琳,申冲,陈熙源. 基于小波多尺度变换的光纤陀螺振动误差分析与补偿[J]. 传感技术学报,2012,25(7):902-906.
- [2] ALLAN D W. Statistics of atomic frequency standards[J]. Proceedings of the IEEE, 1966, 54(2):221-230.
- [3] 尹杭,张伟,袁琳峰. 一种 MEMS 加速度计误差分析与校准方法[J]. 传感技术学报,2014,27(7):866-869.
- [4] HOWE D, PEPPLER T. Definitions of total estimators of common time-domain variances[C]//Proceedings of the IEEE International Frequency Control Symposium and PDA Exhibition, 2001:127-132.
- [5] 韩军良,葛升民,沈毅. 基于总方差方法的光纤陀螺随机误差特性研究[J]. 哈尔滨工业大学学报,2007,39(5):708-711.
- [6] 徐东升,陆明,贾长治,等. 光纤陀螺随机误差特性 ThéoH 辨识[J]. 传感技术学报,2016,29(1):51-57.
- [7] 张谦,王玮,王蕾,等. 基于动态 Allan 方差的光纤陀螺随机误差分析及算法改进[J]. 光学学报,2015,35(4):57-63.
- [8] 陈永冰,查峰,刘勇. 光纤陀螺随机误差的重叠分段 Allan 分析方法[J]. 中国惯性技术学报,2016,24(2):235-241.
- [9] 孙越芳. 半重叠总方差法在惯性传感器随机误差分析中的应用[J]. 大地测量与地球动力学,2017,37(4):394-396.
- [10] 侯青剑,缪栋,彭云辉. 激光陀螺随机误差建模方法研究[J]. 电光与控制,2006,13(3):78-80,84.
- [11] 蒋孝勇,张晓峰,李孟委. 基于 Allan 方差法的 MEMS 陀螺仪随机误差分析方法[J]. 测试技术学报,2017,31(3):190-195.
- [12] 石国祥,陈坚,叶军,等. 总方差方法在光纤陀螺随机误差分析中的应用[J]. 光电工程,2012,39(1):62-67,87.
- [13] HOWE D A. The total deviation approach to long-term characterization of frequency stability[J]. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 2000, 47(5):1102-1110.



请扫描二维码关注我刊