

引用格式:李万礼,李炯,陈文钰,等.多约束条件下的反临近空间拦截弹滑翔段弹道规划[J].电光与控制,2021,28(5):14-18. LI W L, LI J, CHEN W Y, et al. Gliding phase trajectory planning of interceptor in near space under multiple constraints[J]. Electronics Optics & Control, 2021, 28(5):14-18.

多约束条件下的反临近空间拦截弹滑翔段弹道规划

李万礼^a, 李 炯^b, 陈文钰^a, 李明杰^a, 骆长鑫^a

(空军工程大学, a. 研究生院; b. 防空反导学院, 西安 710051)

摘 要: 针对临近空间拦截弹滑翔段离线弹道优化问题, 提出一种满足多约束条件的弹道规划方法。首先, 通过对拦截弹中制导段运动模型的简化得出滑翔段运动模型; 然后, 利用庞特里亚金极小值原理推导出满足多约束条件的间接法模型, 将弹道优化问题转化为协态变量初值猜测的两点边值问题。采用邻近极值法进行协态变量初值选取, 降低了初值猜测的难度和计算量。仿真结果表明, 相较比例导引弹道和高斯伪谱弹道, 所提方法弹道可同时满足终端约束条件和多种过程约束条件, 且优化结果精度更高, 可有效解决离线弹道优化问题。

关键词: 弹道规划; 多约束; 拦截弹; 滑翔段; 协态变量

中图分类号: TJ765

文献标志码: A

doi:10.3969/j.issn.1671-637X.2021.05.004

Gliding Phase Trajectory Planning of Interceptor in Near Space Under Multiple Constraints

LI Wanli^a, LI Jiong^b, CHEN Wenyu^a, LI Mingjie^a, LUO Changxin^a

(Air Force Engineering University, a. Graduate College; b. Air and Missile Defense College, Xi'an 710051, China)

Abstract: A trajectory planning method satisfying multiple constraints is proposed for the off-line trajectory optimization in the gliding phase of interceptor projectiles in near space. First, the gliding motion model is obtained by simplifying the midcourse guidance motion model of the interceptor. Then, by using Pontryagin's principle of minimum value, the indirect method model that satisfies multiple constraints is derived, and the trajectory optimization problem is transformed into a two-point boundary value problem of guessing the initial value of co-state variables. The adjacent extreme value method is used to select the initial value of the co-state variable, which reduces the difficulty and calculation amount of initial value guessing. The simulation results show that, compared with proportional guidance ballistics and Gaussian pseudo-spectral ballistics, the proposed ballistics can satisfy terminal constraints and multiple process constraints at the same time, and the optimization results have higher accuracy, which can effectively solve the offline ballistic optimization problem.

Key words: trajectory planning; multiple constraints; interceptor; gliding phase; co-state variable

0 引言

反临近空间拦截弹的飞行性能主要取决于中制导段^[1-2], 中制导段又分为高抛再入段和滑翔段^[3], 这两阶段的导弹自身状态及受力情况完全不同, 其中, 滑翔段作为中制导段的主体, 其弹道特性决定了拦截弹进入末制导段的拦截阵位是否具有优势, 所以有必要对拦截弹滑翔段弹道进行单独研究。

针对中制导段弹道规划问题, IMADO 等^[4]结合最优控制理论与最速下降法, 求解得出3种基本的中制导段导弹飞行优化弹道; 邵雷等^[5]将基于网络划分的中制导段离线弹道优化与神经网络相结合, 提出一种中制导弹道在线生成方法; 王禄等^[6]针对高超声速拦截问题, 利用积分滑模的思想设计了拦截高超声速飞行器的中制导律; 常冠男等^[7]在广义弹道成型中制导律的基础上增加姿态角约束修正项, 提出了一种带多约束条件的弹道成型中制导律。但是以上文献在中制导段弹道优化研究中仍缺乏较全面的过程约束考虑。

针对考虑多约束条件的弹道优化问题, OMKAR 等^[8]将动压、热流和过载多约束条件转化为攻角约束, 设计

收稿日期: 2020-10-19

修回日期: 2021-04-22

基金项目: 国家自然科学基金(61773398)

作者简介: 李万礼(1997—), 男, 山东青岛人, 硕士生, 研究方向为天空拦截器制导控制与仿真, liwl170@163.com。

了一种高超声速无动力滑翔飞行器鲁棒次优再入制导律;国海峰等^[9]针对多约束条件下的高超声速导弹再入轨迹优化问题,提出一种基于 hp 自适应伪谱法的分段优化策略;雍恩米等^[10]针对高超声速远程滑翔飞行器,基于 LQR 方法研究了一种考虑各种弹道约束的三自由度轨迹快速生成方法;庄学彬等^[11]针对飞行器再入问题,提出一种结合遗传算法和攻角+倾侧角联合优化的再入快速抵达轨迹优化设计方法。以上文献虽对拦截弹滑翔段弹道约束研究有一定参考意义,但拦截弹考虑的约束条件不完全等同于高超声速武器。

目前,求解多约束弹道优化问题主要有直接法和间接法两大类数值算法,其中,直接法虽然收敛速度快,但是不能保证结果的精确性,而间接法刚好相反。用间接法求解弹道优化问题时,不可避免地会遇到协态变量初值难以获取的难题,且目前并没有成型的解决手段,多是针对特定环境下的猜测与估计。谢成清^[12]针对最优连续小推力轨道多圈转移问题,依次利用轨迹成型法、一阶梯度法和邻近极值法求解协态变量初始值,获得高精度的协态变量初始值;BARRON^[13]在最优弹道制导律设计中,对协态变量的估计问题进行了改进;赵国伟等^[14]提出一种求解航天器面内最优转移轨道的改进间接法,降低了初值猜测的难度和计算量;雷虎民等^[15]将协态变量的偏差量表示为终端约束修正量以及状态变量偏差量的表达式,有效地解决了协态变量偏差量获取问题。综合比较,邻近极值法相较于其他方法,具有收敛速度快、精度高的优势。

因此,本文结合庞特里亚金极小值原理和邻近极值法,提出一种求解多约束条件下离线最优弹道的改进间接法。仿真表明,改进间接法不仅优化精度较高,而且能够降低协态变量初值猜测难度,简化计算量。

1 拦截弹滑翔段运动模型建立

为了计算方便,只考虑纵向平面的运动,则拦截弹中制导运动模型为^[16]

$$\begin{cases} \dot{V} = \frac{1}{m}(P \cos \alpha - C_x q S) - g \sin \theta \\ \dot{\theta} = \frac{1}{mV}(P \sin \alpha + C_y q S) - \left(\frac{g}{V} - \frac{V}{R_0 + H}\right) \cos \theta \\ \dot{H} = V \sin \theta \\ \dot{L} = \frac{R_0 V \cos \theta}{R_0 + H} \end{cases} \quad (1)$$

式中: V 表示速度大小; H 为高度; L 为射程; P 为发动机推力; α 为攻角; θ 为弹道倾角; R_0 为忽略地球扁率时的地球平均半径; C_y, C_x 分别为气动升力和阻力系数; q 表示动压; S 表示参考面积; m 表示质量; g 为重力加速度,即

$$g = \frac{R_0^2}{(R_0 + H)^2} g_0 \quad (2)$$

式中: g_0 为海平面重力加速度, $g_0 = 9.806 \text{ m/s}^2$; $R_0 = 6371 \text{ km}$ 。

大气密度计算公式为

$$\rho = \rho_0 e^{-H/H_0} \quad (3)$$

式中: ρ_0 为海平面大气密度, $\rho_0 = 1.225 \text{ kg/m}^3$; H_0 为参考高度, $H_0 = 7254.24 \text{ m}$ 。

已知拦截弹滑翔段是在发动机关机仅有气动力作用下自由飞行。所以简化方程式(1)为

$$\begin{cases} \dot{V} = \frac{C_y q S}{m} - g \sin \theta \\ \dot{\theta} = \frac{C_y q S}{mV} - \left(\frac{g}{V} - \frac{V}{R_0 + H}\right) \cos \theta \\ \dot{H} = V \sin \theta \\ \dot{L} = \frac{R_0 V \cos \theta}{R_0 + H} \end{cases} \quad (4)$$

拦截弹的升力和阻力系数可以表示为马赫数和攻角的函数^[17],简化为只是攻角的函数,即

$$\begin{cases} C_y(\alpha) = -5.225 \times 10^{-4} \alpha^2 + 3.506 \times 10^{-2} \alpha + 0.1577 \\ C_x(\alpha) = 1.432 \times 10^{-4} \alpha^2 + 5.58 \times 10^{-3} \alpha + 0.2204 \end{cases} \quad (5)$$

经仿真得出气动系数与攻角的关系如图1所示。

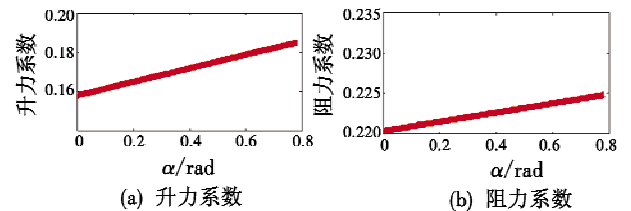


图1 气动系数与攻角的关系图

Fig. 1 Aerodynamic coefficients vs angles of attack

由式(5)和图1可知,升力系数和阻力系数与攻角的关系为二次函数关系。

2 滑翔段弹道优化问题描述

根据式(4),拦截弹的状态方程可表示为

$$\dot{x} = f(x(t), u(t), t) \quad t \in [t_0, t_f] \quad (6)$$

式中:状态量 $x(t) = (V, \theta, H, L)^T \in \mathbf{R}^n$; 控制量为攻角,即 $u(t) = \alpha(t) \in \mathbf{R}^m$ 。

拦截弹在滑翔段主要考虑动压、热流密度和过载约束条件,同时,也要约束控制量攻角在一定范围内,所以边界约束和控制约束条件为

$$\begin{cases} |\alpha(t)| \leq \alpha_{\max} \\ q(t) = \rho V^2 / 2 \leq q_{\max} \\ Q(t) = C_p^{0.5} V^{3.05} \leq Q_{\max} \\ |n_y(t)| = Y/mg \leq n_{y\max} \end{cases} \quad (7)$$

式中: Q 为热流密度; n_y 为过载; Y 为升力; $\alpha_{\max}, q_{\max}, Q_{\max}, n_{y\max}$ 分别为各约束量的最大值; C 为热流密度计算常数, 取值与拦截器材料以及外形尺寸有关^[18]。

为使拦截弹在滑翔段结束时尽量平滑转入末制导, 要在终端加入弹道倾角约束, 所以终端约束条件为

$$\begin{cases} H(t_f) = H_f \\ L(t_f) = L_f \\ \theta(t_f) = \theta_f \end{cases} \quad (8)$$

式中: t_f 为终端时刻; H_f, L_f, θ_f 分别为状态量 H, L, θ 在终端时刻的取值。

性能指标选取终端速度 V_f 最大, 即

$$J = \max(V_f) \quad (9)$$

拦截弹滑翔段弹道优化问题就可以表述为在满足状态方程式(6)、边界约束条件式(7)和终端约束条件式(8)情况下, 求解控制量 α , 使得性能指标式(9)达到最优。

3 多约束条件下的离线弹道生成

3.1 离线最优弹道的求解

根据庞特里亚金极小值原理, 该弹道优化问题为末值型性能指标, 终端受约束, 控制受约束的最优控制问题, 其哈密尔顿函数为

$$H_a = \lambda^T f(V, \theta, H, L) \quad (10)$$

式中, 协态量 $\lambda = (\lambda_V, \lambda_\theta, \lambda_H, \lambda_L)$ 。

满足正则方程

$$\begin{cases} \dot{x} = \frac{\partial H_a}{\partial \lambda} \\ \dot{\lambda} = -\frac{\partial H_a}{\partial x} \end{cases} \quad (11)$$

满足边界条件

$$\begin{cases} x(0) = x_0 \\ \psi[x(t_f), t_f] = 0 \\ \lambda(t_f) = \frac{\partial \varphi[x(t_f), t_f]}{\partial x(t_f)} + \frac{\partial \varphi^T[x(t_f), t_f]}{\partial x(t_f)} \gamma \end{cases} \quad (12)$$

式中: γ 为引入待定的拉格朗日乘子向量; $\varphi[x(t_f), t_f] =$

$$V_f; \psi^T[x(t_f), t_f] = \begin{bmatrix} H(t_f) - H_f \\ L(t_f) - L_f \\ \theta(t_f) - \theta_f \end{bmatrix} = 0。$$

在终端时间自由时, 横截条件为

$$\left[H + \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \gamma^T \frac{\partial \psi}{\partial t} \right]_{t=t_f} = 0 \quad (13)$$

哈密尔顿函数不显含时间变量即

$$\frac{\partial H_a}{\partial t} = 0 \quad (14)$$

哈密尔顿函数全微分形式为

$$\frac{dH_a}{dt} = \left(\frac{\partial H_a}{\partial x} \right)^T \dot{x} + \left(\frac{\partial H_a}{\partial \lambda} \right)^T \dot{\lambda} + \left(\frac{\partial H_a}{\partial u} \right)^T \dot{u} + \frac{\partial H_a}{\partial t} \quad (15)$$

式中, u 表示控制量 α 。

终端时间 t_f 自由, 哈密尔顿函数沿最优轨迹保持常数为零, 即

$$H_a(t_f) = H_a(t_0) = H_a(t) = 0 \quad (16)$$

即哈密尔顿函数全微分的值为

$$\frac{dH_a}{dt} = 0 \quad (17)$$

将式(10)、式(11)、式(14)和式(17)代入式(15)进一步得出在控制有约束时

$$\frac{\partial H_a}{\partial u} = \lambda_V \frac{qS}{m} \frac{\partial C_x}{\partial \alpha} + \lambda_\theta \frac{qS}{mV} \frac{\partial C_y}{\partial \alpha} = 0 \quad (18)$$

对式(5)求攻角的偏导可得

$$\begin{cases} \frac{\partial C_x}{\partial \alpha} = a_x \alpha + b_x \\ \frac{\partial C_y}{\partial \alpha} = a_y \alpha + b_y \end{cases} \quad (19)$$

式中, a_x, a_y, b_x, b_y 均为常数。

将式(19)代入式(18)并简化得

$$\lambda_V + \lambda_\theta \frac{a_y \alpha + b_y}{(a_x \alpha + b_x) V} = 0 \quad (20)$$

对式(20)进一步变化得出控制量表达式

$$u = \alpha = -\frac{\lambda_V b_x V + \lambda_\theta b_y}{\lambda_V a_x V + \lambda_\theta a_y} \quad (21)$$

3.2 协态变量初值的选取

针对协态变量初值选取问题, 可根据邻近极值法求解, 核心思想就是通过假定其中部分协态变量 λ_V, λ_L 来推导剩余协态变量 $\lambda_\theta, \lambda_H$, 使其满足式(13)的初值要求, 最后结合庞特里亚金极小值原理计算最优弹道, 具体方法步骤如下:

1) 由式(21)可知, 控制量主要受 $\lambda_V, \lambda_\theta$ 影响, 因此需在无经验前提下大范围搜索 $\lambda_V, \lambda_\theta$ 的协态变量初值, 确定其邻近范围后再进行细致化处理;

2) 根据式(20)得出 λ_θ 的计算公式为

$$\lambda_\theta = \frac{\lambda_V V (a_x \alpha + b_x)}{a_y \alpha + b_y} \quad (22)$$

初始速度已知, 在 1) 中确定的邻近范围内指定 λ_V 的初值, 根据式(22)估计 λ_θ 的初值;

3) 假设 λ_L 初值已知, 利用式(10)和式(16)推算出 λ_H 的计算公式并求解, 可得

$$\lambda_H = -\frac{\lambda_V \dot{V} + \lambda_\theta \dot{\theta} + \lambda_L \dot{L}}{\dot{H}}; \quad (23)$$

4) 对系统正则方程式(11)进行积分, 判断是否满足边界约束条件和控制约束条件式(7), 以 $\theta(t_f) = \theta_f$ 为积分停止条件, 通过调整 λ_L 找出一条满足 $L(t_f) = L_f$ 的弹道, 此时 $H(t_f) \neq H_f$;

5) 重新指定 λ_V 的初值, 重复 2) ~ 4), 直至得出满

足条件 $H(t_f) = H_f$ 的最优弹道。

弹道优化流程如图2所示,其中, λ_{v0} , $\lambda_{\theta0}$, λ_{H0} , λ_{L0} 分别代表各协态变量初值。

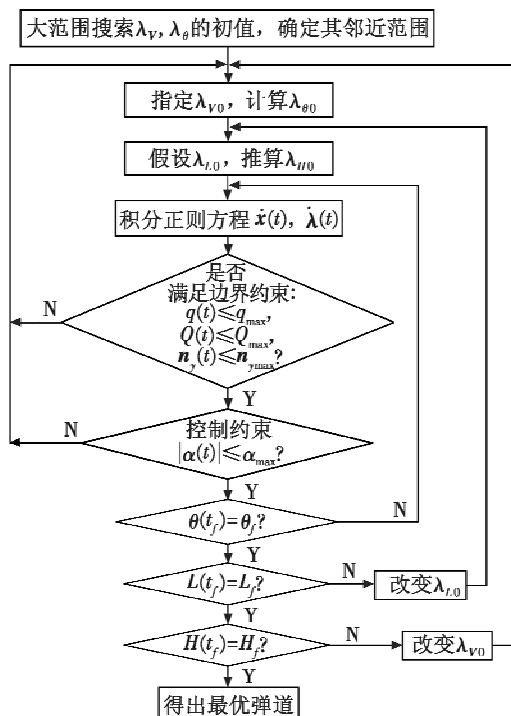


图2 弹道优化流程图

Fig. 2 Flow chart of trajectory optimization

4 仿真分析

采用高抛式弹道的拦截弹助推段结束时刻的状态为初始参数,即初始高度为70 km,初始速度为3 km/s,初始弹道倾角为 -2° 。设定终端约束条件:终端高度为30 km,终端射程为338 km,终端弹道倾角为 0° 。设定边界约束条件:攻角 $|\alpha(t)|_{\max} = 30^\circ$, 动压 $q_{\max} = 200$ kPa, 热流密度 $Q_{\max} = 1.2 \times 10^6$ J/($\text{m}^2 \cdot \text{s}$), 过载 $|n_{y\max}| = 10g$ 。

经过前期对协态变量的处理,得出协态变量初值为 $\lambda_{v0} = 1$, $\lambda_{\theta0} = 1\ 226.7$, $\lambda_{H0} = 0.001$, $\lambda_{L0} = 0.001\ 05$ 。

为检验本文方法弹道的可行性,选择与传统法的比例导引弹道(比例导引系数为4)和直接法的高斯伪谱弹道进行仿真分析比较,仿真结果如图3~图9所示。

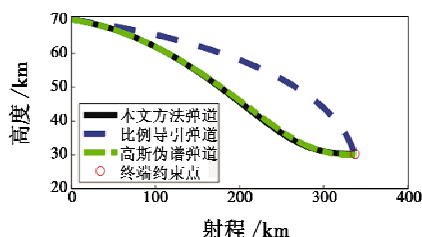


图3 高度-射程图

Fig. 3 Altitude-range diagram

由图3可以看出,比例导引弹道末段呈现下压式,

不利于中末制导交接,而本文方法弹道和高斯伪谱弹道则在末段变化趋近平行,有利于拦截弹在中末制导交接时快速捕捉目标。

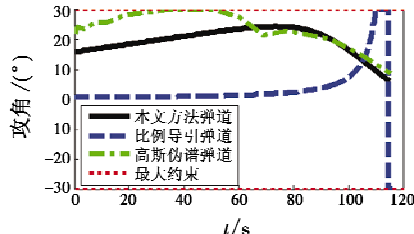


图4 攻角变化图

Fig. 4 Angle of attack diagram

由图4可以看出,本文方法弹道始终满足最大攻角约束,说明对弹道的控制一直是最优的,而比例导引弹道和高斯伪谱弹道的攻角所产生的气动力无法满足弹道要求,所以在过程中出现攻角饱和状态,即当前的控制因约束受限并不是最优的。

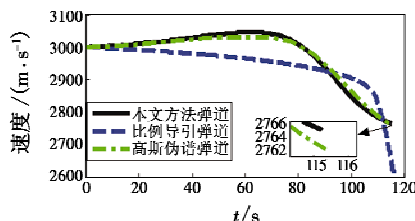


图5 速度变化图

Fig. 5 Velocity change diagram

由图5可以看出,本文方法弹道终端速度为2766 m/s,高斯伪谱弹道终端速度为2762 m/s,比例导引弹道终端速度为2606 m/s,本文方法弹道终端速度优于比例导引弹道和高斯伪谱弹道,其结果也符合图4 本文方法弹道控制量为最优的分析。

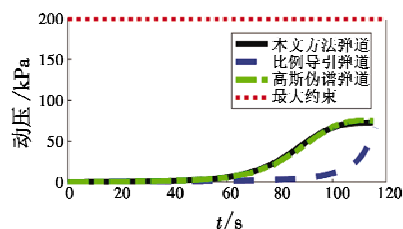


图6 动压变化图

Fig. 6 Dynamic pressure diagram

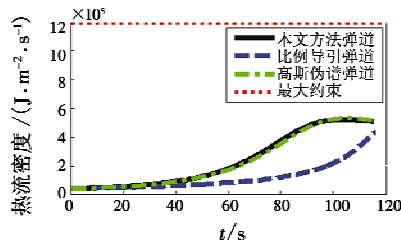


图7 热流密度变化图

Fig. 7 Heat flux density diagram

由图6、图7可以看出,3种弹道都满足动压和热

流密度约束。本文方法弹道和高斯伪谱弹道过程中动压和热流密度要高于比例导引弹道,是因为本文方法弹道和高斯伪谱弹道的速度整体上都高于比例导引弹道,从而导致动压和热流密度较大。

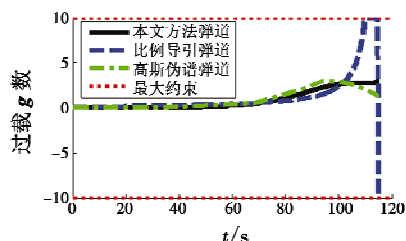


图 8 过载变化图

Fig. 8 Overload variation diagram

由图 8 可以看出,本文方法弹道和高斯伪谱弹道都满足过载约束,而比例导引弹道在末段出现过载饱和状态,是因为比例导引弹道在末段变化较大,拦截弹需要大过载来调整飞行。

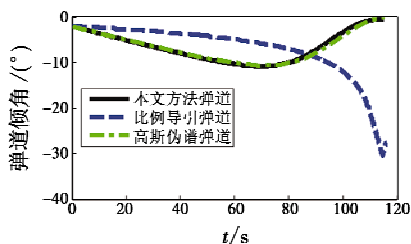


图 9 弹道倾角变化图

Fig. 9 Diagram of flight path angle

由图 9 可以看出,本文方法弹道倾角和高斯伪谱弹道倾角在终端约束到零,而比例导引弹道倾角不能约束到零。因为本文方法弹道和高斯伪谱弹道在末段是趋近平行的(图 3),而比例导引弹道是呈现下压式的,所以比例导引弹道倾角无法约束到零,只能不断增大。

由仿真结果可知,本文方法、比例导引法和高斯伪谱法的弹道计算时间分别为 0.312 407 s、0.071 839 s 和 1.037 989 s。本文方法在计算时间上明显少于高斯伪谱法,而比例导引法虽计算时间最短,却由于公式过于简单,无法保证最优性。

综合考虑,本文弹道计算方法效率较高,在控制量攻角的约束和终端速度最优方面优于高斯伪谱弹道和比例导引弹道,且在满足过载约束、弹道倾角约束和弹道平滑方面均明显优于比例导引弹道。

5 结束语

本文依据庞特里亚金极小值原理求解了多约束条件下的拦截弹滑翔段离线最优弹道,用邻近极值法解决了本文背景下的间接法协态变量初值选取问题,最后通过仿真验证本文方法弹道优于比例导引弹道和高斯伪谱弹道,可为相关研究提供参考。

参考文献

- [1] 李炯,张涛,张朋飞,等. 反导/反临拦截弹多模导引头关键技术浅析[J]. 航空兵器,2018(1):8-14.
- [2] 杨佳,尉建利,闫杰. 采用高抛弹道的反临拦截器制导律设计[J]. 计算机测量与控制,2018,26(8):114-118.
- [3] 张大元,雷虎民,邵雷,等. 临近空间高超声速目标拦截弹弹道规划[J]. 国防科技大学学报,2015,37(3):91-96.
- [4] IMADO F, KURODA T, SUSUMU M. Optimal midcourse guidance for medium-range air-to-air missiles[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1990, 13(4):603-608.
- [5] 邵雷,雷虎民,张大元. 基于网格划分与 BP 网络的中制导弹道在线生成方法[J]. 弹道学报,2019,31(3):1-6.
- [6] 王禄,王志刚. 高超声速飞行器拦截中制导律设计[J]. 飞行力学,2019,37(6):58-62.
- [7] 常冠男,王钺,陈韵,等. 带多约束条件的弹道成型中制导律设计[J]. 弹箭与制导学报,2015,35(5):33-36.
- [8] OMKAR H, GANESHRAJA R, PADHI R. Robust reentry guidance of a reusable launch vehicle using model predictive static programming[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2014, 37(1):134-148.
- [9] 国海峰,黄长强,丁达理,等. 高超声速滑翔式飞行器突防轨迹优化研究[J]. 电光与控制,2014,21(8):42-46.
- [10] 雍恩米,唐国金,陈磊. 高超声速无动力远程滑翔飞行器多约束条件下的轨迹快速生成[J]. 宇航学报,2008,29(1):46-52.
- [11] 庄学彬,张耀磊,谢泽兵,等. 再入快速抵达轨迹优化设计方法[J]. 国防科技大学学报,2019,41(6):39-43.
- [12] 谢成清. 基于正切推力的轨迹优化问题研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2016.
- [13] BARRON R L. Costate approximation and comparisons between improved and classical indirect trajectory optimization[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2011, 34(2):629-635.
- [14] 赵国伟,李德金,宋婷,等. 常值推力下面内轨道优化的一种改进间接法[J]. 北京航空航天大学学报,2017,43(5):894-901.
- [15] 雷虎民,周颀,翟岱亮,等. 基于二阶变分的中制导最优弹道修正[J]. 系统工程与电子技术,2016,38(12):2807-2813.
- [16] 雷虎民. 导弹制导与控制原理[M]. 2 版. 北京:国防工业出版社,2018.
- [17] 国海峰,黄长强,丁达理,等. 多约束条件下的高超声速导弹再入轨迹优化[J]. 弹道学报,2013,25(1):10-15.
- [18] 雍恩米. 高超声速滑翔式再入飞行器轨迹优化与制导方法研究[D]. 长沙:国防科学技术大学,2008.