

引用格式:孟春见,李开龙,张梦得.捷联惯性基组合导航滤波算法比较研究[J].电光与控制,2020,27(2):18-21. MENG C J, LI K L, ZHANG M D. Comparison of Kalman filters for SINS based integrated navigation[J]. Electronics Optics & Control, 2020, 27(2):18-21.

捷联惯性基组合导航滤波算法比较研究

孟春见, 李开龙, 张梦得
(海军工程大学, 武汉 430033)

摘要: 针对不同的捷联惯性基组合导航滤波算法在性能上存在较大差异,开展了捷联惯性基组合导航滤波算法的比较分析研究,通过分析不同滤波框架下,基于四元数姿态表达的两种典型组合导航滤波算法,阐述算法理论中的关键异同点。通过车载实测实验比较了基于欧拉角的间接法组合导航滤波和基于四元数的两种非线性组合导航滤波在估计精度、计算量等方面的优劣性,结果表明,基于欧拉角的间接法组合导航滤波精度较差但计算量小,而基于四元数的非线性组合滤波计算量较大、精度较高,该结果可为组合导航滤波的选取提供有益的参考。

关键词: 捷联惯导; 惯性基组合导航; 卡尔曼滤波; 四元数; 车载实验

中图分类号: U666.12 **文献标志码:** A **doi:**10.3969/j.issn.1671-637X.2020.02.005

Comparison of Kalman Filters for SINS Based Integrated Navigation

MENG Chunjian, LI Kailong, ZHANG Mengde
(Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

Abstract: In view of the great differences of different Kalman filters for SINS based integrated navigation in performance, a comparison of Kalman filters for SINS based integrated navigation was carried out. Under different filtering frameworks, the key similarities and differences of two quaternion based classical integrated navigation algorithms were studied. Through car-mounted experiment, the Euler based indirect integrated navigation filter was compared with the two quaternion based nonlinear integrated navigation filters on accuracy and calculation amount. The results showed that the Euler based integrated navigation filter has poor filtering accuracy but small calculation amount, while the quaternion based integrated navigation filters have better filtering accuracy but larger calculation amount. The results can provide a useful reference for the selection of integrated navigation filtering.

Key words: SINS; SINS based integrated navigation; Kalman filter; quaternion; car-mounted experiment

0 引言

以捷联惯性导航系统(Strapdown Inertial Navigation System, SINS)为核心,其他导航装备辅助 SINS 的组合导航系统称为捷联惯性基组合导航系统^[1-2]。捷联惯性基组合导航滤波主要采用卡尔曼滤波算法,卡尔曼滤波算法根据模型的线性或非线性不同,分为线性卡尔曼滤波算法和非线性卡尔曼滤波算法。非线性卡尔曼滤波算法中,主要包括扩展卡尔曼滤波(Extended Kalman Filter, EKF)算法和无迹卡尔曼滤波(Unscented Kalman

Filter, UKF)算法等^[3]。

在捷联惯性基组合导航滤波中,需要结合姿态表达方法,这是其特殊性。常见的姿态表达方法有三维矢量的欧拉角、罗德里格斯参数族以及四维矢量的四元数^[4]。采用欧拉角作为姿态表示而且系统模型是捷联惯导误差模型的称为欧拉角组合导航滤波算法(Euler-KF),也被称为间接法组合滤波;而采用四元数作为姿态表示而且模型是捷联惯导基本模型的称为四元数组合导航滤波算法,属于直接法组合滤波^[5]。MURRELL 和 MARKLEY 提出了基于 EKF 框架下的乘性四元数 EKF 算法(Multiplicative EKF, MEKF)在工程上应用广泛^[6],但 MEKF 具有 EKF 精度相对较差的缺点。2003 年,CRASSIDIS 等利用“双层滤波”结构将四元数和 UKF 结合,提出了四元数无迹估计器(UnScented QUaternion Estimator,

收稿日期:2019-03-04

修回日期:2019-12-11

基金项目:国家自然科学基金(61703419)

作者简介:孟春见(1997—),男,河南商丘人,硕士生,研究方向为惯性导航及应用。

USQUE),该算法有效解决了滤波方差匹配等问题^[7-8]。

以上组合导航滤波算法是目前比较热门的捷联惯性基组合导航滤波算法,对其研究取得了诸多成果,但对于 3 种组合滤波算法在实际组合导航系统中的精度、计算量和适用差异性研究分析还十分缺乏。正是基于此,本文开展了相关理论研究,通过微电子机械惯性导航系统(MEMS)和 GPS 车载松组合实验,探究 3 种组合导航滤波方法在实际应用中的优缺点,为组合导航滤波的选取与使用提供有益参考。

1 捷联惯性基组合导航模型

捷联惯性基组合导航模型的关键在于系统状态方程,其状态方程分为捷联惯导基本方程和捷联惯导误差方程。捷联惯导基本方程是非线性方程,姿态多采用四元数进行表达,而捷联惯导误差模型是线性的,姿态多采用欧拉角^[9-10],本文主要阐述捷联惯导基本方程构造,姿态微分方程为

$$\begin{cases} \dot{q} = \frac{1}{2} \Xi(q) \omega_{nb}^b = \frac{1}{2} \Omega(\omega_{nb}^b) q \\ \Omega(\omega_{nb}^b) = \begin{bmatrix} -[\omega_{nb}^b \times] & \omega_{nb}^b \\ -(\omega_{nb}^b)^T & 0 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (1)$$

式中: $q = [\rho; q_4]$ 是四元数, ρ 是矢量部分, q_4 是标量部分; ω_{nb}^b 表示导航坐标系(n 坐标系)相对于载体坐标系(b 坐标系)的旋转角速度,同时有

$$\omega_{nb}^b = \omega_{ib}^b - C_n^b(q) \omega_{in}^n \quad (2)$$

式中: $C_n^b(q)$ 为四元数表示的姿态转换矩阵,是 SINS 的数字平台的核心; ω_{ib}^b 是计算惯性器件误差的陀螺输出量; $\omega_{in}^n = \omega_{ie}^n + \omega_{en}^n$ 表示导航坐标系运动角速度,由地球自转和载体线运动引起。速度更新方程为

$$\dot{v}^n = C_b^n f^b - (2\omega_{in}^n + \omega_{en}^n) \times v^n + g^n \quad (3)$$

位置更新方程为

$$\dot{p} = R_p v^n \quad (4)$$

其中: $R_p = \begin{bmatrix} 0 & 1/(R_M + h) & 0 \\ 1/(R_N + h) \cos \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, R_p 被称为当地曲率矩阵, R_N 为等纬度圈曲率半径, R_M 为子午圈曲率半径; $v^n = [v_e^n, v_n^n, v_u^n]^T$ 是速度; f^b 是加速度计实际输出量; g^n 是当地重力加速度; $p = [\lambda, \varphi, h]^T$ 表示位置,即经度 λ 、纬度 φ 与高度 h 。考虑器件的常值漂移和随机漂移,则相应的陀螺仪误差方程为

$$\begin{cases} \dot{\omega}_{ib}^b = \omega_{ib}^b + \varepsilon^b + \eta_{\varepsilon} \\ \dot{\varepsilon}^b = \eta_{\varepsilon} \end{cases} \quad (5)$$

式中: ε^b 为陀螺的常值漂移; η_{ε} 和 η_{ε} 分别表示不同方差的零均值高斯白噪声。加速度计误差方程为

$$\begin{cases} \dot{f}^b = f^b + \nabla^b + \eta_{av} \\ \dot{\nabla}^b = \eta_{an} \end{cases} \quad (6)$$

式中: ∇^b 为加速度计常值零偏; η_{av} 和 η_{an} 分别表示不同方差的零均值高斯白噪声。

2 捷联惯性基组合导航滤波算法

捷联惯性基组合导航滤波算法是由滤波算法和姿态表达构成的,图 1 展示了 3 种组合导航滤波算法构成。

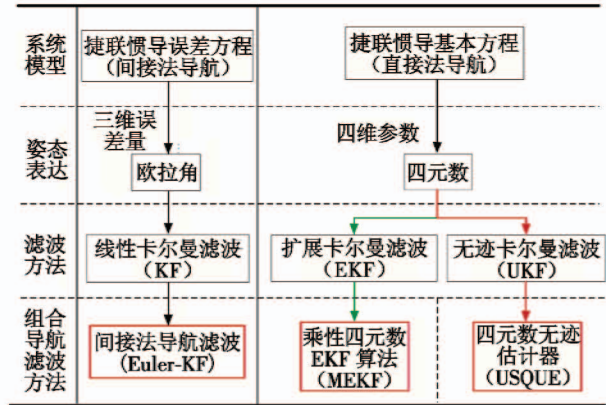


图 1 捷联惯性基组合导航滤波

Fig. 1 SINS based integrated navigation filter

2.1 四元数无迹估计器 (USQUE)

USQUE 是基于四元数的一种 UKF 滤波框架下的组合导航滤波算法,该算法的核心是采用了“分层滤波”的方式,将滤波更新与滤波传递分开处理,即外层滤波采用四元数进行姿态传递,内层滤波采用广义罗德里格斯参数误差 $\delta \mathcal{R}$ 进行姿态更新,图 2 表现 USQUE 姿态切换关系。

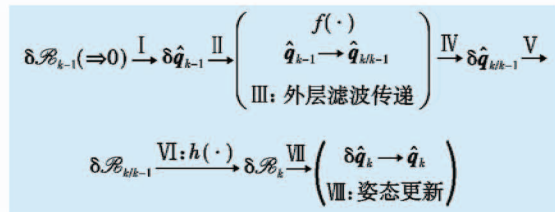


图 2 USQUE 姿态切换

Fig. 2 USQUE attitude state switching

$\delta \mathcal{R}$ 与 q 的变换关系表示为

$$\delta \mathcal{R} = f \frac{\delta \rho}{a + \delta q_4} \quad (7)$$

式中 f 和 a 为可选的参数,一般取 $f=1, a=0$ 。式(7)的逆关系表示为

$$\begin{cases} \delta q_4 = \frac{-a \|\delta \mathcal{R}\|^2 + f \sqrt{f^2 + (1-a^2)} \|\delta \mathcal{R}\|^2}{f^2 + \|\delta \mathcal{R}\|^2} \\ \delta \rho = f^{-1} [a + \delta q_4] \delta \mathcal{R} \end{cases} \quad (8)$$

以上即 USQUE 算法的核心^[7]。

2.2 乘性四元数扩展卡尔曼滤波

MEKF 算法的关键在于如何实现滤波方差的传递和更新,而其中的难点在于如何处理姿态四元数,因为四元数是无具体物理意义的姿态表达方法,无法直接采用偏微分求导。MEKF 算法巧妙地利用近似方法将四维姿态降为三维姿态误差形式,即 $\delta\boldsymbol{\rho} \approx \delta\boldsymbol{\alpha}/2$ 和 $\delta q_4 \approx 1$, $\delta\boldsymbol{\alpha}$ 为三维的误差角旋转矢量。线性化 Bortz 方程可得到姿态误差矢量的动力学模型为

$$\delta\dot{\boldsymbol{\alpha}} = -[\hat{\boldsymbol{\omega}}_{nb}^b \times] \delta\boldsymbol{\alpha} + \delta\boldsymbol{\omega}_{nb}^b - \mathbf{C}_b^n(\hat{q}) \delta\boldsymbol{\omega}_{in}^n \quad \delta\dot{q}_4 = 0 \quad (9)$$

其他导航估计参数则可以直接采用偏微分求导获得^[6]。当滤波 $k-1$ 时刻到 k 时刻,总结 MEKF 算法流程如下。

1) 时间更新。

$$\text{定义滤波状态量和滤波方差分别为 } \hat{\mathbf{x}}_{k-1} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^g \\ \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^e \end{bmatrix}$$

和 \mathbf{P}_{k-1} 。其中, $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^e = [\hat{\mathbf{p}}_{k-1} \quad \hat{\mathbf{v}}_{k-1} \quad \hat{\boldsymbol{\epsilon}}_{k-1} \quad \hat{\mathbf{V}}_{k-1}]^T$, $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^g$ 表示四元数状态量。

一步预测滤波状态和方差分别为 $\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} = f(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}) = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}^g \\ \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}^e \end{bmatrix}$ 和 $\mathbf{P}_{k/k-1} = \boldsymbol{\Phi}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1} \boldsymbol{\Phi}_{k-1}^T + \mathbf{Q}_{k-1}$ 。其中: $\boldsymbol{\Phi}_{k-1}$ 是离散化的状态矩阵 \mathbf{F} , $\boldsymbol{\Phi} = \exp(\mathbf{F} \cdot \Delta t)$, Δt 表示采样时间; $f(\cdot)$ 表示离散化的捷联惯导基本方程; \mathbf{Q}_{k-1} 表示系统噪声方差。

2) 量测更新。

滤波增益: $\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1}$, 其中, \mathbf{R}_k 表示量测噪声方差。

状态误差量: $\delta\hat{\mathbf{x}}_k = \mathbf{K}_k [\mathbf{y}_k - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1})] = [\delta\hat{\boldsymbol{\alpha}}_k; \delta\hat{\mathbf{x}}_k^e]$ 。其中: \mathbf{y}_k 是观测量; $\mathbf{h}(\cdot)$ 是量测方程; \mathbf{H}_k 是量测方程矩阵; $\delta\hat{\mathbf{x}}_k^e = [\delta\hat{\mathbf{p}}_k; \delta\hat{\mathbf{v}}_k; \delta\hat{\boldsymbol{\epsilon}}_k; \delta\hat{\mathbf{V}}_k]$ 。

$$\text{姿态状态量更新: } \hat{q}_k = \hat{q}_{k/k-1} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\Xi}(\hat{q}_{k/k-1}) \delta\hat{\boldsymbol{\alpha}}_k,$$

$$\boldsymbol{\Xi}(\hat{q}_{k/k-1}) = [q_4 \mathbf{I}_{3 \times 3} + [\boldsymbol{\rho} \times]; -\boldsymbol{\rho}^T]$$

$$\text{其他状态量更新: } \hat{\mathbf{x}}_k^e = \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}^e + \delta\hat{\mathbf{x}}_k^e$$

$$\text{滤波方差更新: } \mathbf{P}_k = (\mathbf{I}_n - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k/k-1}$$

3 MEMS/GPS 车载松组合实验

MEMS/GPS 车载实验平台系统主要包括 MEMS(XW-IMU5220)、姿态航向参考系统(AHRS)以及 GPS 接收机。XW-IMU5220 的惯性测量单位的性能指标如表 1 所示, GPS 接收机位置精度小于 2 m, 速度小于 0.1 m/s, 组合导航系统采用 GPS 速度和位置作为观测量, 实验过程中全程都能够较好地接收 GPS 信号。

表 1 XW-IMU 5220 惯性测量单位的性能

Table 1 The Specifications of XW-IMU 5220

性能	陀螺/($^\circ$) \cdot s $^{-1}$	加速度计
动态范围	± 150	$\pm 10g$
器件误差	≤ 0.5	$\leq 0.005g$
器件误差稳态	≤ 0.02	$\leq 0.001g$
器件误差重复性	≤ 0.02	$\leq 0.002g$
更新率	100 Hz	100 Hz

表 2 状态量初始化

Table 2 The initialization of state variables

滤波算法	状态量	初始化参数
Euler-KF	$\boldsymbol{\varphi}, \delta v_N, \delta v_E, \delta \lambda, \delta \boldsymbol{\varphi}, \delta \boldsymbol{\epsilon}$	$\boldsymbol{\theta}_{10 \times 1}$
MEKF	$q, v_N, v_E, \lambda, \boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\epsilon}$	$(q, v_N, v_E, \lambda, \boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\epsilon})_0$ $\boldsymbol{\epsilon} = \boldsymbol{\theta}_{3 \times 1}$
USQUE	$q, v_N, v_E, \lambda, \boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\epsilon}$	$(q, v_N, v_E, \lambda, \boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\epsilon})_0$ $\boldsymbol{\epsilon} = \boldsymbol{\theta}_{3 \times 1}$

表 2 中, $(q, v_N, v_E, \lambda, \boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\epsilon})_0$ 均由 AHRS 提供初始参数, 另外, 系统噪声方差 \mathbf{Q} 可参考表 1, 其他滤波参数为 $\mathbf{P}_0 = \text{diag}([1; 1; 1] \cdot R_e; [1; 1]; [10/R_e; 10/R_e]; [10; 10; 10] \cdot (R_e/3600))^2$, $\mathbf{R}_0 = \text{diag}(0.01; 0.01; 0.01/R_e; 0.01/R_e)^2$ 。其中, R_e 等效半径为 6378 137 m(GPS-84), 实验采样周期为 0.1 s, 实验时间为 250 s。由于实验过程将速度和位置作为观测量, 因此, 本文重点比较姿态量和陀螺常值漂移估计结果, 如图 3~图 6 所示。

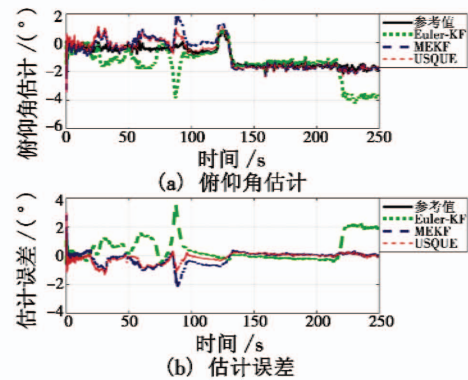


图 3 俯仰角估计效果

Fig. 3 Pitch angle estimates

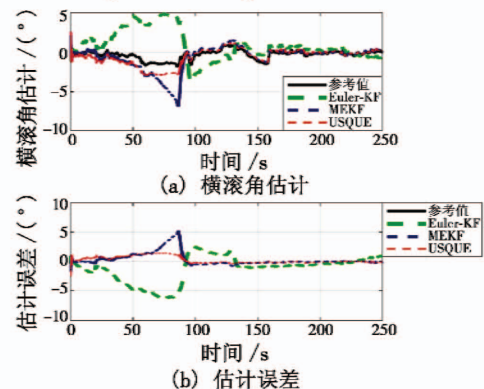


图 4 横滚角估计效果

Fig. 4 Roll angle estimates

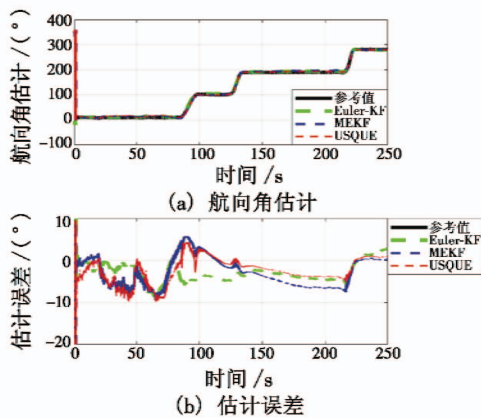


图5 航向角估计效果

Fig. 5 Yaw angle estimates

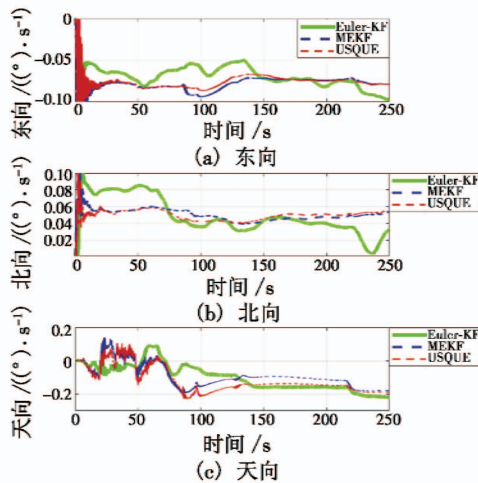


图6 陀螺常值漂移估计效果

Fig. 6 Gyro drift estimates

图3~图6所示是姿态量估计效果,从图中可以发现,USQUE算法的计算精度要普遍优于MEKF算法和Euler-KF算法,而Euler-KF算法的估计精度是最低的,MEKF算法和USQUE算法的姿态估计精度相差较小。这说明了MEKF算法的系统状态方程虽然也有线性化,但其本质与Euler-KF算法的线性模型是不同的。由于MEKF算法构造 F 矩阵的初衷是为了实现滤波方差的传递更新,而与状态量的传递并没有关系,即 F 矩阵并没有直接参与状态量的传递更新,因此MEKF算法的模型精度要高于Euler-KF算法。图6是3种滤波对于陀螺常值漂移估计,相比于USQUE算法和MEKF算法,Euler-KF算法在100s之后仍存在滤波波动,而USQUE算法和MEKF算法在100s之后估计结果趋于平缓,实现了滤波收敛,即趋近于常值,这说明在陀螺常值漂移估计上,USQUE算法和MEKF算法要优于Euler-KF算法。

从计算量方面来看,本文将滤波算法时间作为衡量计算量大小的标准,滤波算法时间是指采用滤波算法,利用Matlab完成车载实验轨迹滤波所需的时间。其中,Euler-KF算法仅需要5.51s即可完成滤波估计,

MEKF算法需要9.85s,而USQUE算法则需要61.36s。USQUE算法的计算量几乎是MEKF算法的7倍之多,原因在于姿态切换以及UKF滤波产生的Sigma点。由于MEKF算法计算量小,如果在非线性量测方程中,采用多次迭代计算方式可以进一步提高MEKF的估计精度,这也是在工程应用中MEKF算法相比于USQUE算法的优势所在。

4 结束语

本文开展捷联惯性基组合导航滤波算法的分析和比较研究,重点对MEKF和USQUE算法流程和滤波关键点进行了分析和探讨,通过MEMS/GPS车载实验,比较了Euler-KF,MEKF和USQUE这3种典型组合导航滤波算法在实际应用中的估计效果。实验表明,虽然Euler-KF算法与MEKF算法均存在线性化,但是,两者的线性化本质并不相同;MEKF算法相比USQUE算法计算量更小,估计精度相差较小,在实际应用中,MEKF算法可以更好地融合滤波迭代等数值计算方法进一步提高估计精度,具有更广泛的工程应用空间。

参考文献

- [1] 周卫东,乔相伟,吉宇人,等. 基于四元数平方根UKF算法的SINS/GPS紧组合导航系统研究[J]. 系统工程与电子技术,2010,32(12):2643-2647.
- [2] 房德君. 改进自适应Kalman滤波的SINS/GPS紧组合导航[J]. 电光与控制,2017,24(10):102-105.
- [3] 张新豪,李顺. 抗差模型预测Unscented卡尔曼滤波算法研究[J]. 电光与控制,2018,25(2):58-64.
- [4] MARKLEY F L. Fast quaternion attitude estimation from two vector measurements[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2002, 25(2):411-414.
- [5] 常路宾. Unscented卡尔曼滤波及其在捷联惯导中的应用研究[D]. 武汉:海军工程大学,2014.
- [6] MARKLEY F L, CRASSIDIS J L. Fundamentals of spacecraft attitude determination and control[M]. New York: Springer, 2015.
- [7] CRASSIDIS J L, MARKLEY F L, CHENG Y. Survey of nonlinear attitude estimation methods[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2007, 30(1):12-28.
- [8] CRASSIDIS J L, MARKLEY F L. Unscented filtering for spacecraft attitude estimation[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2003, 26(4):536-542.
- [9] SHIN E H, EL-SHEIMY N. An unscented Kalman filter for in-motion alignment of low cost IMUs[C]//Proceedings of the IEEE Position Location and Navigation Symposium, 2004:273-279.
- [10] YANG Y H, ZHOU J C, LOFFELD O. Quaternion-based Kalman filtering on INS/GPS[C]//The 15th IEEE International Conference on Information Fusion, 2012:511-518.