

引用格式:张新帅,蔡伟,王蓓,等.基于信噪比的北斗观测量随机模型实时估计[J].电光与控制,2019,26(9):5-8,97. ZHANG X S, CAI W, WANG B, et al. Real-time estimation of BDS observation stochastic model based on SNR[J]. Electronics Optics & Control, 2019, 26(9):5-8, 97.

基于信噪比的北斗观测量随机模型实时估计

张新帅, 蔡伟, 王蓓, 侯雨果
(火箭军工程大学,西安 710025)

摘要: 基于 $\sigma\text{-}\varepsilon$ 模型估计并分析了不同接收机、不同类型卫星载波相位观测量的方差分量,发现该分量的变化与卫星的类型和接收机均有密切联系。为构建更真实的随机模型,结合最小二乘法和 MINQUE 法来实时估计不同类型卫星的方差分量。然后,通过实验对该方法的性能进行了评估,结果表明:相比于经验模型,该方法在短基线的情况下能提高相对定位或方位角的精度和稳定性,方位角精度和极差均可提高 10% 左右,东、北、天 3 个分量的精度和极差也有约 5% ~ 10% 的提升。

关键词: 北斗卫星导航系统; 载波相位; 信噪比; 实时估计; 随机模型

中图分类号: TN967.1 **文献标志码:** A **doi:**10.3969/j.issn.1671-637X.2019.09.002

Real-time Estimation of BDS Observation Stochastic Model Based on SNR

ZHANG Xin-shuai, CAI Wei, WANG Bei, HOU Yu-guo
(Rocket Force Engineering University, Xi'an 710025, China)

Abstract: The carrier phase variance components from different receivers and different types of satellite were estimated based on the $\sigma\text{-}\varepsilon$ model. The results implied that the variation of these components was closely related to the types of the receivers and satellites. In order to establish more realistic stochastic model, this paper combined the least square method with MINQUE method to estimate the variance components from different type of satellites in real-time. Experiments were carried out to evaluate its performance. The results showed that: 1) In short baseline case, this method is able to improve the solution accuracy and stability of relative positioning; and 2) Compared with empirical models, the azimuth accuracy and range are improved by about 10%, and the accuracy and range in North, East, and Up directions are also improved by about 5% to 10%.

Key words: BDS; carrier phase; SNR; real-time estimation; stochastic model

0 引言

在高精度的应用场景中常应用载波相位观测量和最小二乘法进行相关解算。但是,若要在参数估计时得到可靠的结果不仅要有确定的函数模型,还要有能够真实反映数据质量的随机模型。当使用最小二乘法解算参数时,随机模型描述观测量的随机特性越准确,参数的估计结果越优。函数模型描述了载波相位观测量与未知参数之间的函数关系,随机模型则描述了载波相位观测量的随机特性,反映了观测数据的实际观测质量。在过去的几十年中,函数模型的研究已经相

对比较成熟^[1],但是,随机模型的研究仍存在很多问题,主要是由于对观测量随机特性的建模并不能很好地符合观测量的实际。

通常,随机模型以高度角或信噪比为表征因子,过去十几年中在这方面的研究有很多。EUELER 等首次提出了利用卫星高度角建立随机模型的策略,并给出了一个指数模型和相关的经验参数^[2];JIN 等随后将该模型应用于 GPS 载波相位和伪距随机特性的建模观^[3];HAN 等研究了此类高度角模型对参数估计和模糊度解算的影响,发现该类模型可有效提高模糊度的解算性能^[4];基于信噪比数据,HARTINGER 等提出了基于信噪比的 $\sigma\text{-}\varepsilon$ 模型来描述载波相位的随机特性^[5];随后在 $\sigma\text{-}\varepsilon$ 模型的基础上,WIESER 等又提出了 $\sigma\text{-}\Delta$ 模型,该模型能够较好地抑制信号衍射的影响^[6];SATI-RAPOD 等比较了高度角和信噪比作为 GPS 载波相位质

收稿日期:2018-09-06 修回日期:2019-05-22

基金项目:航空科学基金(201551U8008)

作者简介:张新帅(1990—),男,山东滨州人,博士,研究方向为卫星定位定向技术。

量因子的可行性,发现信噪比作为信号质量因子要比高度角更为符合实际^[7]。近些年,在北斗随机模型的建立方面也有了一定的研究成果。张小红等分析了北斗 B1 和 B2 频率的数据观测质量,并建立相应的高度角模型^[8];王丽霏等对比分析了北斗 B1 和 B2 频率与 GPS 的 L1 和 L2 频率伪距和载波相位的观测精度以及与卫星高度角的关系^[9];严超等主要分析了北斗三频载波相位的几类高度角随机模型对定位精度等的影响情况^[10];刘建永等针对北斗的三类卫星观测量的精度进行了分析,并建立了 B1 和 B2 频率载波相位与伪距的高度角模型^[11]。这种随机模型相比于等权模型在一定程度上能改善结果的精度和稳定性,但是,这种随机模型中所使用的模型参数是保持不变的,而观测量的观测质量可能随周边环境等变化而变化,此外,该方法也忽略了观测量之间的相关关系。

为了更好地描述观测量,协方差估计方法(VCE)被提出并应用^[12-13]。关于 VCE 方法的研究也很多,包括最小二乘估计、最小方差估计、极大似然估计、最小范数二次无偏估计(MNQUE)和最小方差二次无偏估计(BIQUE)等^[14-18]。XU 等分析了 VCE 的可估计性问题,并证明了最多有 $r(r+1)/2$ 个协方差阵中的独立元素能被估计,其中, r 为冗余度^[19];WANG 等提出了一种基于 MINQUE 的迭代方法来估计协方差^[20]。北斗观测量的随机模型与 GPS 观测量存在一定相似性,因此一般方差分量与 GPS 相同。虽有学者研究北斗卫星的方差分量^[21-24],但仍认为其为常量,且一般采用高度角模型,然而,相比于高度角,信噪比作为表征因子能够更贴近实际。

本文基于信噪比模型估计并分析了不同接收机、不同类型卫星载波相位观测量的方差分量后发现,两者大小有较大差异性且时变特性也不同。因此,为构建更真实的基于信噪比的随机模型,本文采用最小二乘法与 MINQUE 相结合的方法来实时估计不同类型卫星的方差分量,最后,通过实验对该方法的性能进行了评估。

1 不同类型卫星载波相位方差分量的差异性分析

站间单差是两个测站间的载波相位差分,其优势在于:1) 没有引入数学上的相关性,站间单差观测量的协方差阵仍为对角阵;2) 由单差残差计算某颗卫星的随机特征很方便,因为站间单差中只涉及单颗卫星。因此,短基线站间单差残差常用于观测量随机特性的分析。载波相位的站间单差模型为

$$\lambda_i \Delta \phi_i^s = \Delta \rho^s + \Delta \delta_i + \lambda_i \Delta N_i^s + \Delta \varepsilon_i^s \quad (1)$$

式中: λ_i 为波长; Δ 表示单差运算; ϕ_i^s 为载波相位观测量; ρ^s 为接收机和卫星间的几何距离; δ_i 为接收机硬件

延迟; N_i^s 为模糊度; ε_i^s 为观测量残差; 下标 i 表示频率; 上标 s 表示卫星。单差载波相位模型中的模糊度难以直接求解,可通过双差模型进行处理,若已知双差整周模糊度及基线矢量,式(1)重新参数化可得

$$\Delta L_i^s = \Delta \delta_i + \lambda_i \Delta N_i^s + \Delta \varepsilon_i^s \quad (2)$$

式中: $\Delta L_i^s = \lambda_i \Delta \phi_i^s - \Delta \rho^s + \lambda_i \Delta \nabla N_i^s$, 在双差模糊度和基线矢量已解算的情况下, ΔL_i^s 不包含未知参数, $\Delta \nabla N_i^s = \Delta N_i^s - \Delta N_i^r$ 为双差模糊度; ΔN_i^r 为参考星的单差模糊度。从式(2)可知,在没有发生周跳的情况下, $\Delta \delta_i + \lambda_i \Delta N_i^s$ 将作为一个固定的常数。从而,某历元中卫星 k 的单差载波相位残差的估计值为

$$\Delta \hat{\varepsilon}_i^k = \Delta L_i^k - \frac{1}{m} \sum_{s=1}^m \Delta L_i^s \quad (3)$$

式中, m 为当前历元所观察到的卫星的数量。同理,可计算得到该历元中其他卫星的单差残差估计值。

得到单差残差的估计值后即可计算非差观测量的方差。单差残差估计值的方差与单差残差的方差具有以下关系

$$D(\Delta \hat{\varepsilon}_i^k) = D(\Delta L_i^k) - \frac{1}{m^2} \sum_{s=1}^m D(\Delta L_i^s) \quad (4)$$

式中, $D(\cdot)$ 表示求方差。又 $D(\Delta L_i^k) = D(\Delta \varepsilon_i^k)$, 因此式(4)可进一步写为

$$\frac{D(\Delta \hat{\varepsilon}_i^k)}{D(\Delta \varepsilon_i^k)} = \frac{(m-1)^2 + \sum_{s=1, s \neq k}^m \frac{D(\Delta L_i^s)}{D(\Delta L_i^k)}}{m} \approx \frac{m-1}{m} \quad (5)$$

即 $D(\Delta \varepsilon_i^k) = r \cdot D(\Delta \hat{\varepsilon}_i^k)$, $r = \frac{m-1}{m}$ 。当两测站接收机类型相同时,假设所观测的观测量精度一致,此时非差观测量方差与单差残差方差之间的关系为 $D(\lambda_i \phi_i^k) = D(\Delta \varepsilon_i^k)/2$, 由此可以得到非差载波相位的方差为

$$D(\lambda_i \phi_i^k) = D(\Delta \hat{\varepsilon}_i^k)/2r \quad (6)$$

由于短时间内可认为 $\Delta \hat{\varepsilon}_i^k$ 的方差不变,因此可通过多个历元数据计算单差残差估计值的方差,即

$$D(\Delta \hat{\varepsilon}_i^k) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (\Delta \hat{\varepsilon}_{i,t}^k)^2 \quad (7)$$

式中: n 为历元的数量; t 表示历元。将式(7)代入式(6),最终可得非差载波相位方差的计算式为

$$D(\lambda_i \phi_i^k) = \frac{1}{2nr} \sum_{t=1}^n (\Delta \hat{\varepsilon}_{i,t}^k)^2 \quad (8)$$

在卫星定位定向中,观测量方差可近似为卫星信噪比的函数,即

$$\sigma_k^2 = b_k \cdot 10^{(-C/N_0)/10} \quad (9)$$

式中: b_k 为与接收机和观测量类型有关的参数,此处称为方差分量,常设为常量; C/N_0 表示信噪比。由式(8)、式(9)可估计方差分量的估计值,即 $\hat{b}_k = \sigma_k^2 / 10^{(-C/N_0)/10}$, 以此可分析方差分量的大小和变化情况。地球同步轨

道(GEO)、倾斜地球同步轨道(IGSO)和中地球轨道(MEO)卫星观测量方差分量的算式均可写为

$$\hat{b} = \frac{1}{P} \sum_{k=1}^p \hat{b}_k \quad (10)$$

式中, p 为某一类卫星的观测数量。

图1所示为不同接收机、不同类型卫星的方差分量估计结果,实验所用基线长度约为10 m,采样频率1 Hz。

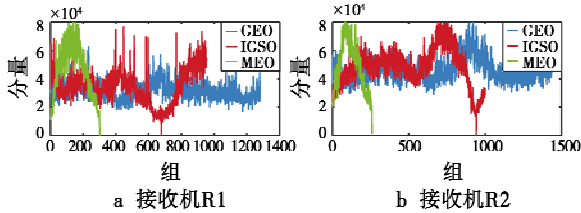


图1 卫星观测量的方差分量

Fig. 1 Variance components of carrier phase measurements

由于计算观测量精度时采用60 s的时间间隔,因此图中24 h的数据最多为1440组。从图中可知,无论哪个接收机,IGSO和MEO卫星的波动性都十分显著,相反GEO卫星则较为平滑。表1所示为两个接收机不同类型卫星方差分量的标准差和均值。

表1 观测量方差分量的标准差和均值

Table 1 The standard deviation and mean value of variance components

		GEO	IGSO	MEO
接收机 R1	标准差	6210.8	12440	18910
	均值	31550	35890	46230
接收机 R2	标准差	7807.7	13454	17551
	均值	45975	48294	48428

从表1中可知,不同接收机、不同卫星类型观测量方差分量的大小存在较大差异。此外,各类型卫星的方差分量的标准差存在GEO < IGSO < MEO的关系,这主要与卫星所处的轨道有关。GEO卫星轨道相对静止,高度角变化很小,而IGSO卫星运行周期为24 h, MEO卫星运行周期约为12 h,高度角变化幅度大,因此后两者方差分量的变化幅度也更大。由上述分析可知,不同的接收机、不同类型的卫星,其方差分量的大小存在较大差异且时变特性也不同。

2 基于MINQUE方法的方差分量实时估计

由上述分析可知,不同类型卫星观测量的方差分量大小存在差异且具有明显的时变特性,因此,实时估计其值可得到更为实际的随机模型。本文采用最小二乘法与MINQUE相结合的方法来实现实时估计。MINQUE是一种协方差估计方法,其核心之一是观测量协方差模型的设计。本文所使用的非差载波相位观测量的协方差模型包含3个未知量,其方程可表示为

$$\hat{Q} = \bar{U}_1 \theta_1 + \bar{U}_2 \theta_2 + \bar{U}_3 \theta_3 \quad (11)$$

式中: θ_1, θ_2 和 θ_3 分别代表GEO,IGSO和MEO卫星载波相位的方差分量; \bar{U}_1, \bar{U}_2 和 \bar{U}_3 为伴随矩阵,均为对角矩阵,且只有与未知参数对应位置的元素为 $(-C/N_0)/10$,其他元素均为0。

相对定位或定向时一般采用双差载波相位观测量,模糊度已知时,其一般形式为

$$L = AX + \epsilon \quad (12)$$

式中: L 为双差观测量; A 为系数矩阵; X 为基线矢量; ϵ 为残差向量。由式(11)可推得双差观测量 L 的协方差阵为

$$Q = U_1 \theta_1 + U_2 \theta_2 + U_3 \theta_3 = U\theta \quad (13)$$

式中: $U_i = M \Delta \bar{U}_i M^T$, M 为双差变换阵, $\Delta \bar{U}_i$ 为由 \bar{U}_i 单差变换而来的单差观测量协方差阵的伴随矩阵,其仍为对角阵且与未知参数对应位置的元素为 $(-C/N_0)_{\text{base}}^k / 10 + (-C/N_0)_{\text{rover}}^k / 10$, k 表示卫星,下标base和rover分别表示两个测站,短基线无信号异常的情况下可认为两测站所观测卫星的信噪比相同; $U = [U_1 \ U_2 \ U_3]$; $\theta = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]^T$ 。

利用最小二乘法与MINQUE相结合的方法实时估计协方差阵中的未知参数的基本流程:1)给定 θ_0 的初值,并由式(13)计算 Q_0 ;2)由 $N\theta = q$ 解算未知参数 θ , N 为系数矩阵, q 为向量;3)更新 θ_0 的值并用最小二乘法计算基线矢量;4)迭代计算直到基线矢量 X 变化小于阈值。其中,系数矩阵 N 的元素和向量 q 的元素分别为

$$\begin{cases} n_{ij} = \text{tr}(R_0^T Q_0^{-1} R_0 U_i R_0^T Q_0^{-1} R_0 U_j) \\ R_0 = I_n - A(A^T Q_0^{-1} A)^{-1} A^T Q_0 \end{cases} \quad (14)$$

$$q_i = \text{tr}(v_0^T Q_0^{-1} R_0 U_i R_0^T Q_0^{-1} v_0) \quad (15)$$

式中: $\text{tr}(\cdot)$ 表示取矩阵的迹; I_n 为单位矩阵; $v_0 = R_0 L$ 。

3 实验与对比分析

为分析基于信噪比的实时估计协方差阵的性能,本章将通过实验将其与经验模型进行对比分析。实验使用上述两台接收机进行了静态单历元定向测试,卫星截止高度角为 10° ,采样频率1 Hz,基线长度约为10 m,数据处理采用自研的多频定位定向工具包,所使用的数据为两台接收机24 h的观测数据,定向解算时使用最小二乘法进行单历元解算,每个历元计算一次。

采用经验模型时,先将卫星高度角输入经验模型并计算观测量方差,然后将其变换为双差观测量的协方差,最后采用加权最小二乘法计算定向结果。采用实时估计时,先给定协方差初值,然后按照上述过程估计协方差阵中的未知参数并使用最小二乘法和估计得到的协方差阵解算定向结果,迭代计算直到基线矢量

变化小于阈值。计算结果如图2和表2、表3所示。

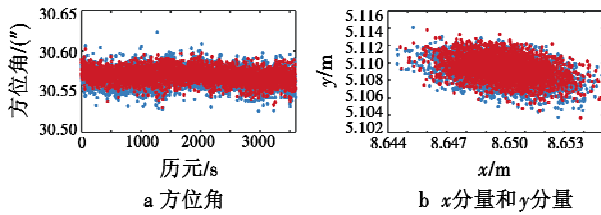


图2 接收机 R1 方位角和基线矢量

Fig. 2 Azimuth and baseline vector of receiver R1

表2 单历元定向结果标准差

Table 2 Standard deviation of single-epoch directioning result

		结果标准差			
		x/mm	y/mm	z/mm	方位角/(")
接收机 R1	经验模型	1.73	1.33	3.71	34.87
	实时估计	1.57	1.26	3.55	31.09
接收机 R2	经验模型	4.24	3.63	7.56	72.56
	实时估计	3.86	3.24	7.03	64.29

表3 单历元定向结果极差

Table 3 Range of single-epoch directioning result

		结果极差			
		x/mm	y/mm	z/mm	方位角/(")
接收机 R1	经验模型	13.57	10.59	29.88	301.00
	实时估计	11.58	9.50	27.77	260.43
接收机 R2	经验模型	26.42	29.12	33.24	434.32
	实时估计	23.61	26.98	30.10	381.68

从图2中比较难以分辨两种随机模型对结果的影响,而表2和表3则详细给出了各接收机计算的结果。从表中可知,实时估计随机模型的精度和稳定性均要高于经验模型。接收机 R1 所解算的基线矢量和方位角的精度和稳定性都有提升, x (东向), y (北向)和 z (天向)的精度分别提升了9.1%,5.4%和4.1%,方位角则提升了约10.9%。极差方面, x , y 和 z 分别提升了14.7%,10.3%和7.1%,方位角则提升了约13.5%。由于接收机 R2 观测精度要差于 R1,因此解算结果的精度和稳定性都更差。但是,从表2和表3中仍可以发现,实时估计随机模型提高了解算结果的精度和稳定性。其中, x , y , z 和方位角的精度分别提升了约8.9%,10.8%,6.7%和11.4%,极差分别提升了10.1%,7.32%,9.4%和12.1%。

4 结论

本文首先基于 sigma- ϵ 模型估计并分析了不同接收机、不同类型卫星载波相位观测量的方差分量,发现该分量的变化与卫星的类型和接收机均有关且存在明显的大小差异和时变差异。两台接收机 IGSO 和 MEO 卫星的波动性都十分显著,相反 GEO 卫星则较为平滑。因此,为构建更真实的基于信噪比的随机模型,本

文采用最小二乘法与 MINQUE 相结合的方法来实时估计不同类型卫星的方差分量。最后,通过实验对该方法的性能进行了评估,实验基线长度约为 10 m。结果表明:相比于经验模型,基于信噪比的随机模型实时估计能提高相对定位或方位角的精度和稳定性,方位角精度和极差均可提高 10% 以上,东、北、天 3 个分量的精度和极差也有约 5% ~ 10% 的提升。

参考文献

- [1] HOFMANN-WELLENHOF B, LICHTENEGGER H, COLLINS J. GPS theory and practice[M]. 5th ed. New York: Springer, 2001.
- [2] EUELER H, GOAD C. On optimal filtering of GPS dual frequency observations without using orbit information[J]. Bulletin Géodésique, 1991, 65(2): 130-143.
- [3] JIN X X, DE JONG C C. Relationship between satellite elevation and precision of GPS code observations[J]. Journal of Navigation, 1996, 49(2): 253-265.
- [4] HAN S W. Quality-control issues relating to instantaneous ambiguity resolution for real time GPS kinematic positioning[J]. Journal of Geodesy, 1997, 71(6): 351-361.
- [5] HARTINGER H, BRUNNER F K. Variances of GPS phase observations: the SIGMA- ϵ model [J]. GPS Solutions, 1999, 2(4): 35-43.
- [6] WIESER A, BRUNNER F K. An extended weight model for GPS phase and observations [J]. Earth, Planets and Space, 2000, 52(10): 777-782.
- [7] SATIRAPOD C, LUANSANG M. Comparing stochastic model used in GPS precise point positioning technique[J]. Survey Review, 2008, 40(308): 188-194.
- [8] 张小红, 丁乐乐. 北斗二代观测值质量分析及随机模型精化[J]. 武汉大学学报: 信息科学版, 2013, 38(7): 832-836.
- [9] 王佃霖, 李博峰, 张兴福. 北斗与 GPS 随机模型对比分析[J]. 测绘工程, 2014, 23(10): 9-13.
- [10] 严超, 余学祥, 徐炜, 等. 北斗 IGSO/GEO/MEO 卫星三频单历元基线解算随机模型比较研究[J]. 金属矿山, 2017(10): 52-58.
- [11] 刘永建, 江勇. 北斗 GEO/IGSO/MEO 卫星观测值精度分析及随机模型精化[J]. 全球定位系统, 2018, 43(1): 36-45.
- [12] SATIRAPOD C, WANG J L, RIZOS C. Comparing different global positioning system data processing techniques for modeling residual systematic errors [J]. Journal of Surveying Engineering, 2003, 129(4): 129-135.

(下转第 97 页)

- [6] WANG H D, CHEN S Z, XU F, et al. Application of deep-learning algorithms to MSTAR data [C]//International Geoscience and Remote Sensing Symposium, IEEE, 2015; 3743-3745.
- [7] ZHAO Q, PRINCIPE J C. Support vector machines for SAR automatic target recognition [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2001, 37(2) :643-654.
- [8] O'SULLIVAN J A, DEVORE M D, KEDIA V, et al. SAR ATR performance using a conditionally Gaussian model [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2001, 37(1) :91-108.
- [9] SUN Y J, LIU Z P, TODOROVIC S, et al. Adaptive boosting for SAR automatic target recognition [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2007, 43(1) :112-125.
- [10] 陈湘涛, 高亚静. 不平衡数据分类研究综述 [J]. 邵阳学院学报: 自然科学版, 2017, 14(2) :1-11.
- [11] 项鹏, 郭炜炜, 张增辉, 等. 面向 SAR 解译的 OpenSAR 数据开放共享平台 [J]. 信息技术, 2016(9) :1-4.
- [12] SIMONYAN K, ZISSERMAN A. Very deep convolutional networks for large-scale image recognition [J]. Computer Science, 2014, 1409 :1-14.
- [13] SHEN L, LIN Z C, HUANG Q M. Relay backpropagation for effective learning of deep convolutional neural networks [C]//ECCV-2016, 2016 :467-482.
- [14] KRIZHEVSKY A, SUTSKEVER I, HINTON G. ImageNet classification with deep convolutional neural networks [J]. Advances in Neural Information Processing Systems, 2012, 25(2) :1097-1105.
- [15] HE K M, ZHANG X Y, REN S Q, et al. Deep residual learning for image recognition [C]//Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, IEEE, 2016 :770-778.
- [16] SIFRE L, MALLAT S G. Rigid-motion scattering for texture classification [J]. Computer Science, 2014, 3559 :501-515.
- [17] CHOLLET F. Xception: deep learning with depthwise separable convolutions [C]//Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, IEEE, 2017 :1800-1807.
- [18] HUANG L Q, LIU B, LI B Y, et al. OpenSARShip: a dataset dedicated to sentinel-1 ship interpretation [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations & Remote Sensing, 2018, 11(1) :195-208.
- (上接第8页)
- [13] LUO X G. GPS stochastic modelling [D]. Karlsruhe: Karlsruhe Institute of Technology, 2012.
- [14] 杨徐, 徐爱功, 秦小茜, 等. 高度角定权模型的 BDS/GPS 伪距单点定位分析 [J]. 导航定位学报, 2017, 5(2) :72-78, 85.
- [15] CROCKETTO N, GATTI M, RUSSO P. Simplified formulae for the BIQUE estimation of variance components in disjunctive observation group [J]. Journal of Geodesy, 2000, 74(6) :447-457.
- [16] GRODECKI J. Generalized maximum-likelihood estimation of variance-covariance components with non-informative prior [J]. Journal of Geodesy, 2001, 75(2) :157-163.
- [17] TEUNISSEN P J G, AMIRI-SIMKOOEI A R. Least-squares variance component estimation [J]. Journal of Geodesy, 2008, 82(2) :65-82.
- [18] XU P L, LIU Y M, SHEN Y Z, et al. Estimability analysis of variance and covariance components [J]. Journal of Geodesy, 2007, 81(9) :593-602.
- [19] XU P L, SHEN Y Z, FUKUDA Y, et al. Variance component estimation in linear inverse ill-posed models [J]. Journal of Geodesy, 2006, 80(2) :69-81.
- [20] WANG J L, STEWART M P, TSAKIRI M. Stochastic modeling for static GPS baseline data processing [J]. Journal of Surveying Engineering, 1998, 124(4) :171-181.
- [21] ODOLINSKI R, TEUNISSEN P J G, ODIJK D. First combined COMPASS/BeiDou-2 and GPS positioning results in Australia. part I: single-receiver and relative code-only positioning [J]. Journal of Spatial Science, 2014, 59(1) :3-24.
- [22] ODOLINSKI R, ODIJK D, TEUNISSEN P J G. Combined GPS and BeiDou instantaneous RTK positioning [J]. Journal of the Institute of Navigation, 2014, 61(2) :135-148.
- [23] ODOLINSKI R, TEUNISSEN P J G, ODIJK D. Quality analysis of a combined COMPASS/BeiDou-2 and GPS RTK positioning model [C]//International Global Navigation Satellite Systems Society Symposium, 2013 :11-26.
- [24] TEUNISSEN P J G, ODOLINSKI R, ODIJK D. Instantaneous BeiDou + GPS RTK positioning with high cut-off elevation angles [J]. Journal of Geodesy, 2014, 88(4) :335-350.