

引用格式:张红梅,初源峰,徐光延.基于联合误差模型的无人机编队扩展一致性控制[J].电光与控制,2019,26(8):17-23. ZHANG H M, CHU Y F, XU G Y. UAV formation extension consensus control based on joint errors[J]. Electronics Optics & Control, 2019, 26(8):17-23.

基于联合误差模型的无人机编队扩展一致性控制

张红梅, 初源峰, 徐光延
(沈阳航空航天大学自动化学院, 沈阳 110136)

摘要: 针对无人机编队的通信拓扑切换问题,研究了一种基于联合误差的编队控制方法。基于无人机自身位置设置弹性前视点,通过各无人机间位置误差和速度误差,建立了带有联合误差的线性状态方程。引入编队中其他无人机之间的误差反馈,设计了一种弹性的扩展一致性控制器。经典的一致性控制是该扩展一致性控制律在某些无人机之间的误差未知情况下的一个特例。最后,应用 Hurwitz 稳定性分析方法验证了固定通信拓扑结构系统的稳定性,并给出了其稳定的充分条件。采用 Lyapunov 稳定性分析方法得出了切换通信拓扑结构的指数收敛的条件。仿真结果表明该方法在固定和切换的拓扑下均能保持稳定队形,而且弹性编队能很好地适应长机速度变化。

关键词: 无人机; 编队控制; 一致性; 切换拓扑结构; 联合误差

中图分类号: TP249.122 **文献标志码:** A **doi:**10.3969/j.issn.1671-637X.2019.08.004

UAV Formation Extension Consensus Control Based on Joint Errors

ZHANG Hong-mei, CHU Yuan-feng, XU Guang-yan
(School of Automation, Shenyang Aerospace University, Shenyang 110136, China)

Abstract: To solve the problem of communication topology switching for UAV formation, a method for UAV formation control based on the joint errors is proposed. This method is essentially an extension of the consensus control theory. Based on the position of the UAV, an elastic look-ahead point is set. Using the position and velocity errors of each UAV, the linear state equation with the joint errors is established. The error feedback between other UAVs in the formation is introduced and an elasticity extension consensus controller is designed. The classic consistency controller is a special case for the extended consensus control in the case of not knowing certain errors between the UAVs. Finally, the stability of the fixed communication topology system is verified by using the Hurwitz stability analysis method, and the sufficient conditions for its stability are given. The condition of exponential convergence of switching communication topology is obtained by using Lyapunov stability analysis method. The simulation results show that the method can keep the formation stable under fixed and switched topologies and the elasticity formation can adapt to the speed change of the leader UAV.

Key words: UAV; formation control; consensus; topology switching; joint errors

0 引言

在复杂的战场环境中,多无人机编队日益成为主要形式。集中式控制是各无人机不依赖于彼此间的信息交互进行编队,而将自己的状态信息和运动目标传递给

中心处理器,由中心处理器分配任务给各无人机。集中式控制的运算数据庞大,导致其故障率高、鲁棒性低。

与集中式控制相比,分布式控制是将自身信息与编队之中相邻的无人机进行交互,这种交互方式鲁棒性较强。基于分布式思想的编队控制方法主要有3种:领导跟随法^[1](leader-follower)、基于行为法^[2](behavior approach)和虚拟结构法^[3](virtual structure),这些方法与一致性方法结合使用时^[4]具有较好的鲁棒性。借助图论^[5],可以表述编队的通信拓扑结构。文献[6]给出了一种在无向图下采用隐式领导的无人机编队控制

收稿日期:2018-09-05 修回日期:2019-07-09

基金项目:国家自然科学基金(61703286);辽宁省教育厅项目(L201711)

作者简介:张红梅(1973—),女,辽宁昌图人,博士,副教授,研究方向为飞行控制技术。

方法,当领导者受到干扰时,可重新分配给僚机新的领导者;文献[7]在有外部干扰的情况下,给出了一种具有强连通的有向图的线性多智能体系统的一致性控制器设计方法;文献[8]对僚机与其相邻僚机通信拓扑结构进行加权,设计了一种一致性分布式控制器,并与未加权通信拓扑进行比较,验证了该方法能更好地进行编队控制。该控制策略不仅可以应用于一个领导,也可以应用于多个领导。但是,以上这些研究的通信拓扑结构是固定的,不可切换的。文献[9]研究了无向通信网络切换拓扑的编队问题,其研究表明,无向图下编队可以不受通信拓扑切换影响。但是,其结论并不适用于有向切换拓扑图下的编队问题。文献[10]研究了有向通信拓扑,假设各无人机之间的通信拓扑图都是强连通和平衡的,不具有普遍性;文献[11]重点解决了无人机之间在通信拓扑假定是有向和切换条件下的具有二阶积分动态特性的无人机轨迹跟踪和时变编队问题,相比于文献[10]更具有普遍性。

本文在一致性策略的基础上,引入联合误差设计了一种扩展一致性控制器来解决固定拓扑结构和切换拓扑结构的编队问题,并且证明了固定通信拓扑结构和切换拓扑结构的稳定性。采用有向的通信拓扑结构,使通信结构更为简洁。当编队通信拓扑结构进行切换时,系统仍能保持稳定,并且弹性编队实现了无人机编队飞行时的安全性。为避免碰撞,僚机可以根据长机状态,自适应调节无人机间的弹性安全距离。

1 系统描述

1.1 UAV 单机运动模型

假设无人机编队定高飞行,则编队飞行近似成一个二维平面运动。单架无人机运动模型可简写为^[12]

$$\begin{cases} \dot{x}_i = V_i \cos \psi_i \\ \dot{y}_i = V_i \sin \psi_i \\ \dot{V}_i = a_i^t \\ V_i \dot{\psi}_i = a_i^n \end{cases} \quad (1)$$

式中:无人机 $i \in \{1, 2, \dots, n\}$; V_i 为无人机速度; a_i^t 和 a_i^n 分别为切向加速度和法向加速度; ψ_i 为偏航角。机体坐标系下加速度为 $a_i^b = [a_i^t \ a_i^n]^T$ 。

图1为无人机僚机与长机的关系示意图。图1中: $[x_i, y_i]$ 为 UAV_{*i*} 在惯性系下的位置; P_0 为长机; P_i 为第 *i* 架僚机; \hat{P}_i 和 \bar{P}_i 分别为第 *i* 架无人机弹性前视点和期望前视点。惯性坐标系到机体坐标系间的转换矩阵为 R_i , 则在惯性坐标系下

$$a_i^g = R_i^T a_i^b \quad (2)$$

$$u_i = a_i^g = \begin{bmatrix} a_i^t \cos \psi_i - a_i^n \sin \psi_i \\ a_i^t \sin \psi_i + a_i^n \cos \psi_i \end{bmatrix} \quad (3)$$

P_i 与 \hat{P}_i 之间的弹性距离 \hat{d}_i 在惯性系下为

$$\hat{d}_i = q(V_i) R_i^T(\psi_i) \bar{d}_i \quad (4)$$

式中,弹性系数 $q(V_i) = V_i/v_d$, v_d 为编队期望飞行速度,机体坐标系下的前视点距离 $\bar{d}_i = [\bar{d}_i^x \ \bar{d}_i^y]^T$ 。

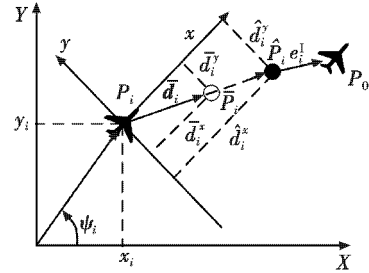


图1 无人机僚机与长机的关系示意图

Fig. 1 The relationship of leader UAV with follower UAVs

1.2 长机与僚机间相对运动

在惯性坐标系下,定义误差向量为

$$\begin{cases} e_{i0}^I = (z_i^I + \hat{d}_i) - z_0^I \\ e_{i0}^{II} = z_i^{II} - z_0^{II} \end{cases} \quad (5)$$

式中: e_{i0}^I 和 e_{i0}^{II} 分别为长机与僚机弹性前视点之间的位置误差和速度误差; $z_i^I = [x_i, y_i]^T$; $z_i^{II} = [V_i \cos \psi_i \ V_i \sin \psi_i]^T$ 。对式(5)求微分可得

$$\dot{e}_{i0} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} e_{i0} + \begin{pmatrix} \mathbf{G}_i \\ \mathbf{I} \end{pmatrix} u_i - \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \end{pmatrix} u_0 = \mathbf{A} e_{i0} + \mathbf{B}_i u_i - \mathbf{B}_0 u_0 \quad (6)$$

式中: $e_{i0} = [e_{i0}^I \ e_{i0}^{II}]^T$;

$$\mathbf{G}_i = \frac{1}{v_d} \begin{bmatrix} \bar{d}_i^x & -\bar{d}_i^y \\ \bar{d}_i^y & \bar{d}_i^x \end{bmatrix} \quad (7)$$

1.3 僚机与僚机间相对运动

同理,任意两架僚机 $i, j (j \neq i)$ 间的运动方程为

$$\begin{cases} \dot{e}_{ij} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} e_{ij} + \begin{pmatrix} \mathbf{G}_i \\ \mathbf{I} \end{pmatrix} u_i - \begin{pmatrix} \mathbf{G}_j \\ \mathbf{I} \end{pmatrix} u_j \\ \dot{e}_{ij} = \mathbf{A} e_{ij} + \mathbf{B}_i u_i - \mathbf{B}_j u_j \end{cases} \quad (8)$$

1.4 图论基础

编队的通信拓扑可以用有向图 $\zeta = (U, \varepsilon)$ 来表示,其中,边的集合为 $\varepsilon \subseteq U \times U$, $U = \{1, \dots, n\}$ 表示节点的集合。边节点为 $U_i \in U$, 边 $a_{ij} \in \varepsilon$ 是从 U_j 到 U_i 的有向边。 U_i 可以获取 U_j 的有向信息,也称从节点 j 到节点 i 是可达的,反之则不可达。

若从某一节点信息出发可达其他的任意节点,称图 ζ 包含 1 个有向生成树。该节点为全局可达节点,全

局可达节点也称为图上生成树的根节点。如果存在至少一个全局可达节点,那么图 ζ 是连通的。 L 为图 ζ 的Laplacian矩阵。定义 $l_{ii} = \sum_{j=1}^n a_{ij}$, $l_{ij} = a_{ij}$, 即 l_{ij} 表示UAV $_i$ 与UAV $_j$ 之间有向边 $a_{ij} \in \varepsilon$ 的非负通信权重。当 $a_{ij} = 1$ 时, U_i 可以获取 U_j 的有向信息;否则, $a_{ij} = 0$ 。

$$L = \begin{cases} -l_{ij} & a_{ij} \in \varepsilon, j \neq i \\ 0 & a_{ij} \notin \varepsilon, j \neq i \\ \sum_{q=1, q \neq i}^n l_{ij} & j = i \end{cases} \quad (9)$$

2 编队系统联合误差

第 i 架无人机在编队整体中的联合误差为

$$e_i = l_{i0}e_{i0} + \sum_{j \neq i} l_{ij}e_{ij} \quad (10)$$

则多架无人机联合误差为 $e = [e_1 \ \cdots \ e_n]^T$, 所以

$$\dot{e} = \begin{pmatrix} l_{10} \dot{e}_{10} \\ \vdots \\ l_{n0} \dot{e}_{n0} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sum_{j \neq 1} l_{1j} \dot{e}_{1j} \\ \vdots \\ \sum_{j \neq n} l_{nj} \dot{e}_{nj} \end{pmatrix} = (I_n \otimes A)e + L \begin{pmatrix} B_1 u_1 \\ \vdots \\ B_n u_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} l_{10} B_1 u_1 \\ \vdots \\ l_{n0} B_n u_n \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} l_{10} \\ \vdots \\ l_{n0} \end{pmatrix} \otimes (B_0 u_0) \quad (11)$$

令

$$u = \begin{pmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_n \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} B_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & B_n \end{pmatrix}, L_0 = \begin{pmatrix} l_{10} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & l_{n0} \end{pmatrix}, L = \begin{pmatrix} l_{12} + \cdots + l_{1n} & -l_{12} & 0 & 0 & -l_{1n} \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ -l_{n1} & 0 & 0 & -l_{n,n-1} & l_{n1} + \cdots + l_{n,n-1} \end{pmatrix} \quad (12)$$

进一步令

$$\begin{cases} \bar{A} = I_n \otimes A \\ \bar{B} = ((L + L_0) \otimes I_4) B \\ \bar{D} = (L_0 \otimes I_4) (I_{n \times 1} \otimes B_0) \end{cases} \quad (13)$$

式中: I_n 为 n 维单位矩阵; $I_{n \times 1} = [1 \ 1 \ \cdots \ 1]^T_{n \times 1}$ 。

则式(11)可写为

$$\dot{e} = \bar{A}e + \bar{B}u - \bar{D}u_0(t) \quad (14)$$

3 控制器设计

3.1 一致性控制器

基于联合误差的扩展一致性控制器设计为

$$u = -\bar{K}e = - \begin{pmatrix} K_{11} & \cdots & K_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ K_{n1} & \cdots & K_{nn} \end{pmatrix} e \quad (15)$$

式中, \bar{K} 为控制增益矩阵。

若令式(15)扩展一致性控制器中的 $K_{ij} = 0$, 即可得经典的一致性控制器为

$$u_i = -K_{ii}e_i = -l_{i0}K_{ii}e_{i0} - \sum_{j \neq i} l_{ij}K_{ii}e_{ij} \quad (16)$$

故可以认为一致性控制策略是扩展一致性控制策略的一种特例。

式(16)展开形式中包含每架无人机与其编队中邻近成员的位置、速度误差。在编队飞行过程中通过速度误差反馈和位置误差反馈等可实现各无人机的状态一致,完成队形保持。

3.2 扩展一致性控制器设计

当 $n=2$ 时

$$\begin{cases} \bar{A} = \begin{pmatrix} A & \\ & A \end{pmatrix} \\ \bar{B} = \begin{pmatrix} (l_{10} + l_{12})B_1 & -l_{12}B_2 \\ -l_{21}B_1 & (l_{20} + l_{21})B_2 \end{pmatrix} \\ \bar{D} = \begin{pmatrix} l_{10}B_0 \\ l_{20}B_0 \end{pmatrix} \\ \bar{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \end{cases} \quad (17)$$

引入联合误差概念,扩展一致性控制策略不仅包含僚机自身与其他无人机间的位置误差和速度误差,同时也引入其他僚机的误差反馈,设反馈控制律为

$$u = -\bar{K}e = - \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \end{pmatrix} \quad (18)$$

将式(18)代入式(14),并忽略 $u_0(t)$, 则

$$\dot{e} = He \quad (19)$$

式中,

$$H = \bar{A} - \bar{B}\bar{K} = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix} \quad (20)$$

$$\begin{cases} H_{11} = A - (l_{10} + l_{12})B_1K_{11} + l_{12}B_2K_{21} \\ H_{12} = -(l_{10} + l_{12})B_1K_{12} + l_{12}B_2K_{22} \\ H_{21} = l_{21}B_1K_{11} - (l_{20} + l_{21})B_2K_{21} \\ H_{22} = A + l_{21}B_1K_{12} - (l_{20} + l_{21})B_2K_{22} \end{cases} \quad (21)$$

令

$$\begin{cases} (l_{10} + l_{12})B_1K_{12} = l_{12}B_2K_{22} \\ (l_{20} + l_{21})B_2K_{21} = l_{21}B_1K_{11} \end{cases} \quad (22)$$

则 $H_{12} = H_{21} = 0$, 进而求得

$$\begin{cases} \mathbf{H}_{11} = \mathbf{A} + \left(\frac{l_{12}l_{21}}{l_{20} + l_{21}} - (l_{10} + l_{12}) \right) \mathbf{B}_1 \mathbf{K}_{11} \\ \mathbf{H}_{22} = \mathbf{A} + \left(\frac{l_{21}l_{12}}{l_{10} + l_{12}} - (l_{20} + l_{21}) \right) \mathbf{B}_2 \mathbf{K}_{22} \end{cases} \quad (23)$$

$l_{i0} + l_{ij} \neq 0$, 即僚机至少可感知与长机和僚机中的 1 个误差。若 $l_{10} = l_{20} = 0$, 则式(23)变成 $\mathbf{H}_{11} = \mathbf{H}_{22} = \mathbf{A}$, 系统将无法收敛。因此无论是双机还是多机编队, 都应至少有一架僚机必须感知与长机的误差。为使 \mathbf{H}_{11} , \mathbf{H}_{22} 满足赫尔维茨 (Hurwitz) 稳定条件, 可构造 $\mathbf{K}_{11}, \mathbf{K}_{22}$ 。由式(22)可求解出

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{12} \\ \mathbf{K}_{21} \end{bmatrix} = [(l_{10} + l_{12}) \mathbf{B}_1 \quad (l_{20} + l_{21}) \mathbf{B}_2]^{-1} [l_{21} \mathbf{B}_1 \quad l_{12} \mathbf{B}_2] \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11} \\ \mathbf{K}_{22} \end{bmatrix} \quad (24)$$

所以编队控制律为

$$\begin{cases} \mathbf{u}_1 = -\mathbf{K}_{11} \mathbf{e}_1 - \mathbf{K}_{12} \mathbf{e}_2 \\ \mathbf{u}_2 = -\mathbf{K}_{21} \mathbf{e}_1 - \mathbf{K}_{22} \mathbf{e}_2 \end{cases} \quad (25)$$

令

$$\begin{cases} \bar{l}_1 = \frac{l_{12}l_{21}}{l_{20} + l_{21}} - (l_{10} + l_{12}) \\ \bar{l}_2 = \frac{l_{21}l_{12}}{l_{10} + l_{12}} - (l_{20} + l_{21}) \end{cases} \quad (26)$$

$$\mathbf{K}_{ii} = [\mathbf{K}_{ii1} \quad \mathbf{K}_{ii2}] \quad i = 1, 2 \quad (27)$$

式中,

$$\mathbf{K}_{ii1} = \begin{bmatrix} k_i \\ k_i \end{bmatrix} \quad (28)$$

将式(26)、式(27)代入式(23)得

$$\mathbf{H}_i = \begin{pmatrix} \bar{l}_i \mathbf{G}_i \mathbf{K}_{ii1} & \mathbf{I} + \bar{l}_i \mathbf{G}_i \mathbf{K}_{ii2} \\ \bar{l}_i \mathbf{K}_{ii1} & \bar{l}_i \mathbf{K}_{ii2} \end{pmatrix} \quad (29)$$

令 $\mathbf{K}_{ii2} = 0$, 即只有位置反馈时得

$$\mathbf{H}_i = \begin{pmatrix} \bar{l}_i \mathbf{G}_i \mathbf{K}_{ii1} & \mathbf{I} \\ \bar{l}_i \mathbf{K}_{ii1} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (30)$$

同理可得多架无人机的赫尔维茨矩阵 \mathbf{H} 为

$$\mathbf{H} = \text{diag} [\mathbf{H}_{11} \quad \mathbf{H}_{22} \quad \cdots \quad \mathbf{H}_{mm}] \quad (31)$$

$$\text{式中, } \mathbf{H}_{ii} = \begin{pmatrix} \bar{l}_i \mathbf{G}_i \mathbf{K}_{ii1} & \mathbf{I} \\ \bar{l}_i \mathbf{K}_{ii1} & \mathbf{0} \end{pmatrix}, i = 1, \dots, n。$$

定理 1 针对式(14)编队系统, k_i 为控制增益, \bar{d}_i^x , \bar{d}_i^y , v_d 分别为相邻两架无人机的前向、法向弹性距离和期望飞行速度。若存在控制增益 \mathbf{K}_{ij} 使得 $\mathbf{H}_{ij} = 0$, 则 \mathbf{H}_{ii} 为赫尔维茨稳定的充分条件为

$$k_i > 0, \bar{d}_i^x > 0, v_d > 0, \bar{l}_i < 0。 \quad (32)$$

证明 若矩阵 \mathbf{H}_i 满足赫尔维茨稳定, 则式(30)的特征根实部为负。由式(30)得

$$\det(\mathbf{S}\mathbf{I} - \mathbf{H}_i) =$$

$$\begin{vmatrix} S - \frac{\bar{l}_i \bar{d}_i^x k_i}{v_d} & \frac{\bar{l}_i \bar{d}_i^y k_i}{v_d} & -1 & 0 \\ -\frac{\bar{l}_i \bar{d}_i^y k_i}{v_d} & S - \frac{\bar{l}_i \bar{d}_i^x k_i}{v_d} & 0 & -1 \\ -\bar{l}_i k_i & 0 & S & 0 \\ 0 & -\bar{l}_i k_i & 0 & S \end{vmatrix} \quad i = 1, 2 \quad (33)$$

得到的特征根实部为

$$\text{Re}(S_i) = \frac{d_i^x k_i \bar{l}_i}{2v_d} \pm \sigma < 0 \quad (34)$$

式中,

$$\begin{cases} \sigma = \frac{\delta}{2\sqrt{2} v_d \sqrt{\mu^2 + \delta^2 - a}} \\ \mu = 4v_d^2 k_i \bar{l}_i + d_i^{x2} k_i^2 \bar{l}_i^2 - d_i^{y2} k_i^2 \bar{l}_i^2 \\ \delta = 2d_i^x d_i^y k_i^2 \bar{l}_i^2 \end{cases} \quad (35)$$

式(34)求解后得

$$4v_d^2 k_i \bar{l}_i < 0。 \quad (36)$$

显然 $v_d > 0$ 。如图 1 所示, 无人机 P_i 跟随其前一架无人机飞行, 所以其弹性前视点距离 $\bar{d}_i^x > 0$ 。 \bar{d}_i^y 可以为任意实数, 则 $\bar{l}_i < 0$ 是系统稳定的必要条件。当且仅当有向图中存在有向生成树时, $\bar{l}_i < 0$ 成立, 所以存在一条有向生成树是系统稳定的必要条件。

编队进行通信切换时, 其联合误差状态方程为

$$\dot{\mathbf{e}} = (\mathbf{I}_n \otimes \mathbf{A}) \mathbf{e} + (\mathbf{L}_{\sigma(t)} \otimes \mathbf{I}_4) \begin{pmatrix} \mathbf{B}_1 \mathbf{u}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{B}_n \mathbf{u}_n \end{pmatrix} + \mathbf{L}_{0\sigma(t)} \begin{pmatrix} \mathbf{B}_1 \mathbf{u}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{B}_n \mathbf{u}_n \end{pmatrix} - \mathbf{L}_{0\sigma(t)} \otimes (\mathbf{B}_0 \mathbf{u}_0) \quad (37)$$

其系统闭环方程式(19)变为

$$\dot{\mathbf{e}} = [\bar{\mathbf{A}} - (\mathbf{L}_{\sigma(t)} + \mathbf{L}_{0\sigma(t)}) \bar{\mathbf{B}} \mathbf{K}] \mathbf{e} \quad (38)$$

式中, \mathbf{K} 为控制增益矩阵。

对任意的 $t > t_0$, 记 $t_0 = 0 < t_1 < t_2 < \cdots < t_k$ 表示拓扑切换时刻, 在某一通信拓扑图下的驻留时间为 $\tau_k = t_k - t_{k-1}$ 。

定义 1 对于任意时刻 $t > t_0$, 给定的 $\tau_a > 0$ 和 $N_0 \geq 0$, 如果

$$N_\sigma(t_0, t) \leq N_0 + \frac{t - t_0}{\tau_a} \quad (39)$$

则称 τ_a 为切换信号 $\sigma(t)$ 的平均驻留时间; N_0 可以指

定成任意一个大于零的数; $N_\sigma(t_0, t)$ 为在 $[t_0, t]$ 时间范围内的切换次数。

定理 2 若存在一个正定矩阵 P 使得

$$\begin{cases} \bar{A}^T P + P \bar{A} - 2P \bar{B} \bar{B}^T P + \beta P \leq 0 \\ P_i \leq h P_j \end{cases} \quad (40)$$

且 $K = \bar{B}^T P$, 平均驻留时间限制为 $\tau_a > \tau_a^* = \frac{\ln h}{\beta}$, 式(14)系统在切换拓扑条件下指数稳定。式中: $j = 1, 2, \dots, k; \beta > 0; h > 0$ 。

证明 选取 Lyapunov 函数为

$$V_{\sigma(t)}(t) = e^T P_{\sigma(t)} e \quad (41)$$

进一步可得

$$\dot{V}_{\sigma(t)}(t) = e^T (\bar{A}^T P_{\sigma(t)} + P_{\sigma(t)} \bar{A} - 2P_{\sigma(t)} \bar{B} \bar{B}^T P_{\sigma(t)}) e \quad (42)$$

由式(40)和式(41)得

$$\dot{V}_{\sigma(t)}(t) \leq -\beta e^T P_{\sigma(t)} e \leq -\beta V_{\sigma(t)}(t) \quad (43)$$

由式(43)可知

$$V_{\sigma(t_j)}(t) \leq e^{-\beta(t-t_j)} V_{\sigma(t_j)}(t_j^+) \quad t \in [t_j, t_{j+1}) \quad (44)$$

式中, $j = 1, 2, \dots, k$ 。

在 t_j 时刻存在关系 $V_{\sigma(t_j)}(t_j^+) \leq h V_{\sigma(t_j)}(t_j^-)$, 进而可得

$$\begin{aligned} V_{\sigma(t_j)}(t) &< e^{-\beta(t-t_j)} V_{\sigma(t_j)}(t_j^+) \leq h e^{-\beta(t-t_j)} V_{\sigma(t_{j-1})}(t_k^-) \leq \\ &h^{\frac{t-t_j}{\tau_a}} e^{-\beta(t-t_j)} V_{\sigma(t_0)}(t_0) \leq e^{(\frac{\ln h}{\tau_a} - \beta)(t-t_0)} V_{\sigma(t_0)}(t_0) \end{aligned} \quad (45)$$

进一步令 $\lambda_m = \min_{i \in N} \lambda_{\min}(P_i)$ 和 $\lambda_M = \max_{i \in N} \lambda_{\max}(P_i)$, 由上式可得

$$\lambda_m \|e(t)\|^2 \leq V_{\sigma(t)}(t) < h^{\frac{t-t_0}{\tau_a}} e^{-\beta(t-t_0)} V_{\sigma(t_0)}(t_0) \leq \lambda_M e^{(\frac{\ln h}{\tau_a} - \beta)(t-t_0)} \|e(t_0)\|^2 \quad (46)$$

所以

$$\|e(t)\|^2 \leq \frac{\lambda_M}{\lambda_m} e^{(\frac{\ln h}{\tau_a} - \beta)(t-t_0)} \|e(t_0)\|^2 \quad (47)$$

若 $\frac{\ln h}{\tau_a} - \beta < 0$, 则该切换系统是指数稳定的。

4 仿真验证分析

4 架无人机在 OXY 平面内组成一个菱形编队, 工作时间范围为 $T = [0 \text{ s}, 50 \text{ s}]$ 。编队期望速度 $v_d = 50 \text{ m/s}$, 无人机 UAV1, UAV2 和 UAV3 与其前视点距离分别为 $d_1^x = 100 \text{ m}, d_2^x = 100 \text{ m}, d_3^x = 200 \text{ m}; d_1^y = -50 \text{ m}, d_2^y = 50 \text{ m}, d_3^y = 0 \text{ m}$ 。编队初始状态如表 1 所示。无人机间通信方式如图 2 所示。

表 1 初始状态表

Table 1 The initial state parameters

无人机	X/m	Y/m	$v/(m \cdot s^{-1})$	ψ/rad
UAV0	300	3000	70	0
UAV1	200	3050	45	0
UAV2	200	2950	45	0
UAV3	100	3000	45	0

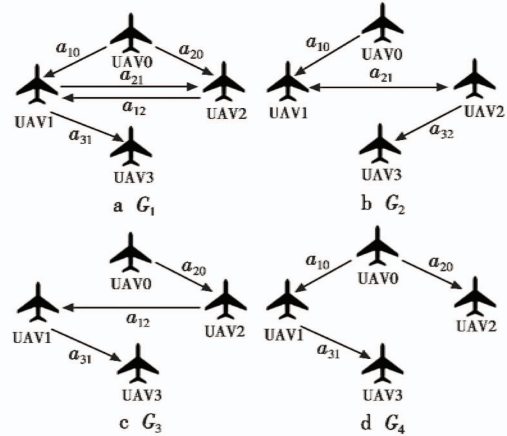


图 2 通信拓扑结构

Fig. 2 Communication topology

4 架无人机分别为 1 架长机 3 架僚机, 3 架僚机状

态方程的常系数矩阵分别为 $A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, A_2 =$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B_2 =$$

由定理 2 并通过 LMI 工具箱可求得控制参数 K 。当系统的通讯拓扑结构进行切换时, 其控制参数也随之发生变化, 以下为 K 中的各项初始值。

$$\begin{aligned} K_{11} &= \begin{bmatrix} 0.6472 & -0.0080 & 0.7579 & -0.2860 \\ 0.0080 & 0.6472 & 0.2860 & 0.7579 \end{bmatrix}, \\ K_{12} &= \begin{bmatrix} 0.0949 & 0.2102 & -0.0280 & 0.0533 \\ -0.2102 & 0.0949 & -0.0533 & -0.0280 \end{bmatrix}, \\ K_{13} &= \begin{bmatrix} -0.1008 & 0.0797 & -0.1502 & 0.0634 \\ -0.0797 & -0.1008 & -0.0634 & -0.1502 \end{bmatrix}, \\ K_{21} &= \begin{bmatrix} 0.1107 & -0.1914 & -0.0176 & -0.0458 \\ 0.1914 & 0.1107 & 0.0458 & -0.0176 \end{bmatrix}, \\ K_{22} &= \begin{bmatrix} 0.6412 & 0.0399 & 0.7418 & 0.2918 \\ -0.0399 & 0.6412 & -0.2918 & 0.7418 \end{bmatrix}, \\ K_{23} &= \begin{bmatrix} 0.0372 & 0.0008 & 0.0328 & 0.0195 \\ -0.0008 & 0.0372 & -0.0195 & 0.0328 \end{bmatrix}, \\ K_{31} &= \begin{bmatrix} 0.2310 & -0.0470 & 0.1963 & -0.0323 \\ 0.0470 & 0.2310 & 0.0323 & 0.1963 \end{bmatrix}, \\ K_{32} &= \begin{bmatrix} 0.1462 & -0.0250 & 0.1291 & 0.0061 \\ 0.0250 & 0.1462 & -0.0061 & 0.1291 \end{bmatrix}, \\ K_{33} &= \begin{bmatrix} 0.4865 & -0.0013 & 0.5432 & 0.0052 \\ 0.0013 & 0.4865 & -0.0052 & 0.5432 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

系统在 $[35 \text{ s}, 43 \text{ s}]$ 间进行通信切换, 切换通信拓

扑结构如图3所示,变换顺序依次为 $G_1 \rightarrow G_2 \rightarrow G_3 \rightarrow G_4 \rightarrow G_1$, 通讯拓扑结构变换时间分别为 35 s, 37 s, 40 s, 43 s。取 $\beta = 1.5, h = 6$, 进而求得平均驻留时间下限 $\tau_a^* = 1.195$ s, 故可取切换系统的平均驻留时间为 2 s。

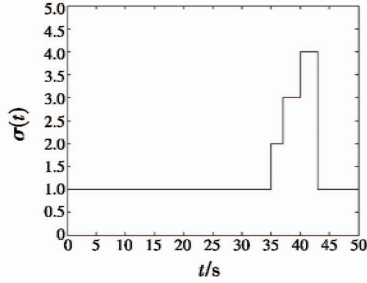


图3 切换通信拓扑结构图

Fig. 3 Communication topology switching diagram
无人机编队运动轨迹见图4。

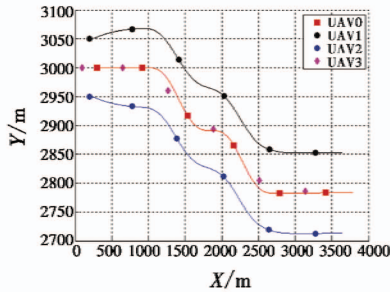


图4 编队运动轨迹

Fig. 4 Track of formation movement

从图4中可以看出,无人机编队保持菱形队形编队飞行。长机先做匀速飞行,10 s后做4次转弯机动,之后匀速向前行驶。

图5表示编队无人机速度和偏航角的变化。

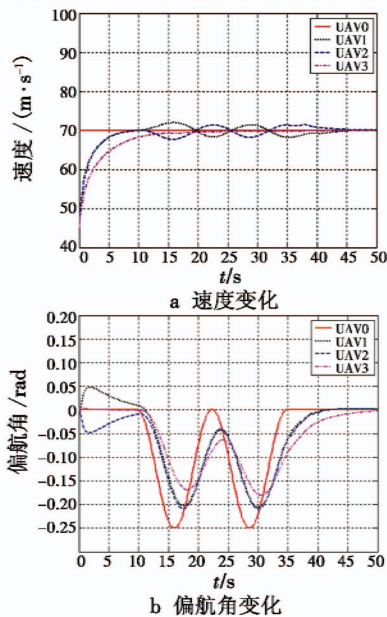


图5 编队无人机速度和偏航角变化

Fig. 5 Speed and heading angle change of UAV formation

从图5中可以看出,当长机做了4次转弯机动时,3架僚机也进行了4次加速或减速变化。由于僚机速度发生变化,为保障编队飞行的安全性,僚机间的弹性距离也随之发生改变。在转弯半径内部,僚机速度小于转弯半径外部,故其弹性距离也小于转弯半径外部。

图6表示编队中僚机的切向加速度变化和法向加速度变化。在系统通信拓扑结构进行切换时,其控制量相应发生了改变。

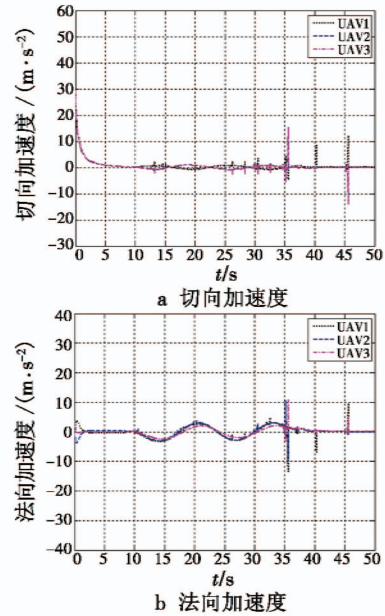


图6 切向加速度和法向加速度变化

Fig. 6 Changes of tangential and normal acceleration

5 结论

本文针对有向图通信拓扑结构的多无人机编队系统,提出了一种基于联合误差方法的扩展一致性控制策略,给出系统在固定拓扑结构下的稳定性证明和切换拓扑结构下指数收敛证明。仿真实验结果表明,具有联合误差的扩展一致性控制策略在固定通信和切换通信拓扑结构的情况下,编队均可以保持队形稳定。编队在加速、转弯等机动时控制效果理想,并可较好地保持队形稳定。

参考文献

- [1] 李杰,彭双春,安宏雷,等. 基于微分几何与李群的无人机编队会合方法[J]. 国防科技大学学报, 2013, 35(6): 157-164.
- [2] 邱华鑫,段海滨,范彦铭. 基于鸽群行为机制的多无人机自主编队[J]. 控制理论与应用, 2015, 32(10): 1298-1304.
- [3] LI X R, LI B, ZHANG P, et al. Large-scale unmanned aerial vehicle formation maintenance algorithm based on virtual structure[C]//The 8th International Symposium on

- Computational Intelligence and Design, 2015:417-421.
- [4] ZONG Q, SHAO S K. Decentralized finite-time attitude synchronization for multiple rigid spacecraft via a novel disturbance observer[J]. ISA Transactions, 2016, 65:150-163.
- [5] BAYEZIT I, FIDAN B. Distributed cohesive motion control of flight vehicle formations[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2013, 60(12):5763-5772.
- [6] HE L L, BAI P, LIANG X L, et al. Feedback formation control of UAV swarm with multiple implicit leaders[J]. Aerospace Science and Technology, 2017, 72:327-334.
- [7] WANG J Y, DUAN Z S, LI Z K, et al. Distributed H_∞ and H_2 consensus control in directed networks[J]. IET Control Theory and Applications, 2014, 8(3):193-201.
- [8] HOU Z C, FANTONI I. Distributed leader-follower formation control for multiple quadrotors with weighted topology [C]//The 10th IEEE System of Systems Engineering Conference, 2015:256-261.
- [9] NIAN X H, SU S J, PAN H. Consensus tracking protocol and formation control of multi-agent systems with switching topology[J]. Journal of Central South University of Technology, 2011, 18(4):1178-1183.
- [10] ZHOU Y, DONG X W, LU G, et al. Time-varying formation control for unmanned aerial vehicles with switching interaction topologies[J]. Control Engineering Practice, 2014, 46:1203-1209.
- [11] 刘伟,周绍磊,祁亚辉,等. 有向切换通信拓扑下多无人机分布式编队控制[J]. 控制理论与应用, 2015, 32(10):1422-1427.
- [12] 茹常剑,魏瑞轩,戴静,等. 基于纳什议价的无人机编队自主重构控制方法[J]. 自动化学报, 2013, 39(8):1349-1359.

(上接第 16 页)

- [7] DEMIM F, BOUCHELOUKH A, NEMRA A, et al. A new adaptive smooth variable structure filter SLAM algorithm for unmanned vehicle [C]//International Conference on Systems and Control, 2017:6-13.
- [8] JIANG X Y, LI T T, YU Y H. A novel SLAM algorithm with adaptive Kalman filter [C]//International Conference on Advanced Robotics and Mechatronics, 2016:107-111.
- [9] 杜航原,郝燕玲,高忠强,等. 基于鲁棒非线性卡尔曼滤波的自适应 SLAM 算法[J]. 宇航学报, 2012, 33(5):620-627.
- [10] 王祖麟,秦菘,梁毓明. 基于噪声缩放的自适应 UKF-SLAM 算法[J]. 计算机工程, 2014, 40(10):143-149.
- [11] PHAM V C, JUANG J C. Robust and efficient SLAM via compressed H_∞ filtering[J]. Asian Journal of Control, 2014, 16(3):878-889.
- [12] 朱奇光,袁梅,陈卫东,等. 基于 CEH^{*}F 的移动机器人 SLAM 算法研究[J]. 仪器仪表学报, 2015, 36(10):2304-2311.
- [13] YU Y H. Combining H_∞ filter and cost-reference particle filter for conditionally linear dynamic systems in unknown non-Gaussian noises[J]. Signal Processing, 2013, 93(7):1871-1878.
- [14] 罗元,苏琴,张毅,等. 基于迭代无迹 H_∞ 滤波的移动机器人 SLAM[J]. 计算机科学, 2017, 44(8):306-311.
- [15] HUR H, AHN H S. Discrete-time H_∞ filtering for mobile robot localization using wireless sensor network [J]. IEEE Sensors Journal, 2013, 13(1):245-252.



请扫描二维码关注我刊