

引用格式:卫强强,刘蓉,张衡.四旋翼无人机高阶一致性编队控制方法[J].电光与控制,2019,26(8):1-5. WEI Q Q, LIU R, ZHANG H. A high-order consensus based formation control algorithm of quadrotor UAVs[J]. Electronics Optics & Control, 2019, 26(8):1-5.

四旋翼无人机高阶一致性编队控制方法

卫强强¹, 刘蓉², 张衡¹

(1. 南京航空航天大学自动化学院, 南京 210016;

2. 南京航空航天大学中小型无人机先进技术工信部重点实验室, 南京 210016)

摘要:设计了一种基于高阶一致性理论的四旋翼无人机编队飞行控制方法。首先,利用反馈线性化将四旋翼无人机非线性数学模型简化为两个四阶线性子系统和两个二阶线性子系统;然后,利用代数图论和矩阵分析,采用位置偏差矩阵描述编队队形,设计了一种固定拓扑结构下的高阶一致性编队控制算法,并给出其渐近一致的充分条件;最后,通过 Matlab 仿真实验证明,在该算法下四旋翼无人机可以完成编队集结和编队队形变化等行为。

关键词:四旋翼无人机;编队控制;高阶一致性;代数图论;固定拓扑

中图分类号: V279 **文献标志码:** A **doi:**10.3969/j.issn.1671-637X.2019.08.001

A High-Order Consensus Based Formation Control Algorithm of Quadrotor UAVs

WEI Qiang-qiang¹, LIU Rong², ZHANG Heng¹

(1. College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;

2. Key Laboratory of Advanced Technology for Unmanned Aerial Vehicle Research Institute,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: A formation control method of quadrotor UAVs based on high-order consensus is designed. Firstly, by using feedback linearization, the nonlinear mathematical model of quadrotor UAVs is simplified into two four-order linear subsystems and two two-order linear subsystems. Then, the fundamental knowledge of algebraic graph theory and matrix analysis are introduced and the position deviation matrix is used to describe the UAV formation shape. Under the above conditions, a high-order consensus formation control algorithm under fixed topology is designed, and the sufficient conditions for its gradual consistency are given. Finally, the Matlab simulation experiment shows that the quadrotor UAVs can complete the behavior of formation gathering and formation shape changes.

Key words: quadrotor UAV; formation control; high-order consensus; algebraic graph theory; fixed topology

0 引言

一致性编队控制作为多智能体协同控制领域的一个重要课题,近年来引起了国内外众多研究人员的关注^[1]。一致性编队控制是指智能体利用与之通信的邻居智能体的状态信息更新自身的状态,并最终使所有智能体状态达到一致。过去十年中,以四旋翼无人机为对象的一致性编队控制已取得一些研究成果。文献[2]

利用二阶一致性算法设计了一种四旋翼编队形成时避免碰撞控制策略;文献[3]设计了一种有领航者的四旋翼二阶一致性编队算法;文献[4]研究了基于一致性理论的小型四旋翼机群自主编队分布式运动规划方法;文献[5-6]研究了基于一致性理论的无人机时变编队的控制算法,并在四旋翼硬件平台上进行了验证;文献[7]考虑编队系统存在通讯时延的情况下,利用一致性理论设计了分布式编队控制算法。

目前,大多数研究成果都是将四旋翼无人机描述为二阶积分器动力系统,但关于四旋翼高阶一致性编队控制的研究成果较少。本文将四旋翼数学模型简化为2个四阶线性子系统和2个二阶线性子系统,利用代数图论和矩阵分析,采用位置偏差矩阵描述编队队

收稿日期:2018-08-20

修回日期:2018-10-14

基金项目:航空科学基金(20165852052);陆军“十三五”预研项目(30102080101)

作者简介:卫强强(1994—),男,安徽合肥人,硕士,研究方向为无人机编队控制。

形,设计了一种基于高阶一致性理论的四旋翼无人机编队飞行控制方法,并验证了在固定有向拓扑结构下该算法的有效性。

1 四旋翼数学模型

1.1 四旋翼数学模型建立

在惯性坐标系 E 和机体坐标系 B 下,分别从动力学和运动学角度推导四旋翼飞行器的数学模型^[8-9]为

$$\begin{cases} \ddot{x} = (\sin \theta \cos \phi \cos \varphi + \sin \phi \sin \varphi) U_1/m \\ \ddot{y} = (\sin \theta \cos \phi \sin \varphi - \sin \phi \cos \varphi) U_1/m \\ \ddot{z} = \cos \phi \cos \theta U_1/m - g \\ \ddot{\phi} = U_2/I_x \\ \ddot{\theta} = U_3/I_y \\ \ddot{\varphi} = U_4/I_z \end{cases} \quad (1)$$

式中: m 为四旋翼质量; g 为重力加速度; $\mathbf{r} = [x \ y \ z]^T$ 和 $\boldsymbol{\eta} = [\phi \ \theta \ \varphi]^T$ 为机体坐标系相对惯性坐标系的位置和姿态角; $\mathbf{I} = \text{diag}(I_x, I_y, I_z)$ 为转动惯量矩阵; U_1, U_2, U_3 和 U_4 分别为系统的4个虚拟控制输入量。

利用反馈线性化知识,定义式(1)系统的输入为 $\mathbf{U} = [U_1 \ U_2 \ U_3 \ U_4]^T$,输出为 $\mathbf{Y} = [z \ \phi \ \theta \ \varphi]^T$,令系统输出 \mathbf{Y} 的各阶导数为零,可得系统零动态为

$$\begin{cases} \ddot{x} = (\sin \theta \cos \phi \cos \varphi + \sin \phi \sin \varphi) g / (\cos \phi \cos \theta) \\ \ddot{y} = (\sin \theta \cos \phi \sin \varphi - \sin \phi \cos \varphi) g / (\cos \phi \cos \theta) \end{cases} \quad (2)$$

当 $t \rightarrow \infty$ 时,有 $\boldsymbol{\eta} \rightarrow 0$ 。此时, $\sin \boldsymbol{\eta} \rightarrow 0, \cos \boldsymbol{\eta} \rightarrow 1$,零动态式(2)分别简化为 $\ddot{x} \approx g \tan \theta, \ddot{y} \approx -g \tan \phi$,考虑四旋翼在不做大机动动作的情况下,进一步简化后得到数学模型为^[10]

$$\begin{cases} \ddot{x} = g \theta \\ \ddot{y} = -g \phi \\ \ddot{z} = \cos \phi \cos \theta U_1/m - g \\ \ddot{\phi} = U_2/I_x \\ \ddot{\theta} = U_3/I_y \\ \ddot{\varphi} = U_4/I_z \end{cases} \quad (3)$$

若控制算法能使系统零动态稳定,则该反馈线性化是成功的。

1.2 四旋翼数学模型简化

从式(3)可以看出,状态 x 和 y 分别仅与欧拉角 θ 和 ϕ 有关,特别是与控制输入 U_1 无关。考虑将 $\ddot{x} = g\theta$ 和 $\ddot{\theta} = U_3/I_y$ 结合, $\ddot{y} = -g\phi$ 和 $\ddot{\phi} = U_2/I_x$ 结合并利用三角函数性质,可以将式(3)简化成2个四阶线性子系统和2个二阶线性子系统分别为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{x}^{(1)} \\ \dot{\mathbf{x}}^{(1)} = \mathbf{x}^{(2)} \\ \dot{\mathbf{x}}^{(2)} = \mathbf{x}^{(3)} \\ \dot{\mathbf{x}}^{(3)} = U_3' \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} y = y^{(1)} \\ \dot{y}^{(1)} = y^{(2)} \\ \dot{y}^{(2)} = y^{(3)} \\ \dot{y}^{(3)} = U_2' \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} \dot{z} = z^{(1)} \\ \dot{z}^{(1)} = U_1' \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \dot{\phi} = \phi^{(1)} \\ \dot{\phi}^{(1)} = U_4' \end{cases} \quad (7)$$

式中: $U_3' = gU_3/I_y; U_2' = -gU_2/I_x; U_1' = \cos \phi \cos \theta U_1/m - g; U_4' = U_4/I_z$ 。

基于此,可以把四旋翼的复杂非线性模型转化为4个解耦的线性子系统,只需对4个子系统分别设计分布式一致性编队控制算法,就可控制各四旋翼飞行器的空间飞行位置 (x, y, z) 和姿态角 (ϕ, θ, φ) ,达到编队控制的目的。

2 四旋翼无人机编队控制

2.1 代数图论和矩阵理论

在研究四旋翼无人机一致性编队控制问题时,通常用代数图论来描述无人机之间的通信模型,然后用矩阵论知识进行分析与处理^[11]。

代数图由若干节点和连接这些节点的边组成,分为无向图和有向图两种,用来描述无人机编队系统的个体之间的相互通信模型,记为 $G = (V, E, A)$ 。其中: $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 表示节点(即无人机)的集合;而 $E \subseteq V \times V$ 代表所有边(即通信关系)组成的集合,有向图中 $(v_i, v_j) \subseteq E$ 称为有向路径,表示第 j 个节点可以接收第 i 个节点的信息, v_i 称为父节点, v_j 称为子节点; $A = [a_{ij}] \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 表示带有权值的邻接矩阵, a_{ij} 为每条边 (v_i, v_j) 赋予的权值,当 $(v_i, v_j) \subseteq E$ 时, $a_{ij} > 0$,否则, $a_{ij} = 0$,规定 $a_{ii} = 0$,特别地,无向图中 $a_{ij} = a_{ji}$ 。

针对一个有向图 G ,如果该图中至少有1个节点到其他所有节点都存在有向路径,则称图 G 存在有向生成树,令 $\mathbf{D} = \text{diag}\{d_{\text{out}1}, d_{\text{out}2}, \dots, d_{\text{out}n}\} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为有向图 G 的度矩阵,其中, $d_{\text{out}i} = \sum_{j=1}^n a_{ij}$ 是节点 v_i 的出度。则定义有向图 G 的Laplace矩阵为 $\mathbf{L} = \mathbf{D} - \mathbf{A}$,设 $\mathbf{L} = [l_{ij}] \in \mathbf{R}^{n \times n}$,其中, l_{ij} 表示为

$$l_{ij} = \begin{cases} -a_{ij} & v_j \in N_i \\ \sum_{j \in N_i} a_{ij} & v_j = v_i \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (8)$$

式中,邻集 N_i 是节点 v_i 的全部子节点,即 $N_i = \{v_j \in V: (v_i, v_j) \in E, j \neq i\}$ 。

2.2 高阶一致性编队控制算法设计

考虑四旋翼无人机编队系统中含有 n 个成员,且各四旋翼数学模型如式(4)~式(7)所示,本节的目的是在固定有向拓扑结构 G 下为线性子系统式(4)~式(7)设计一致性编队控制算法,使各四旋翼的位置向量 $\mathbf{r} = [x \ y \ z]^T$ 趋于一致,姿态向量 $\boldsymbol{\eta} = [\phi \ \theta \ \varphi]^T$ 趋于零。

由于在实际编队飞行中,各无人机的位置向量 \mathbf{r} 不可能趋于同一个值,因为各机质心是不能重合到一起的,所以本文采用位置偏差矩阵来描述编队队形。设 Δ_{ij} 为第 i 架与第 j 架四旋翼在某一方向上的相对位置偏差,由相对位置偏差构成的矩阵称为位置偏差矩阵,记为 \mathbf{R} 。显然,通过设置不同的位置偏差矩阵 \mathbf{R} 即可设计出不同的编队形状。

下面以式(4)四阶线性子系统为例设计一致性编队控制算法。

在参考文献[12]的基础上,为式(4)系统选取分布式一致性编队控制算法为

$$U'_{3i} = -\gamma_1 x_i^{(1)} - \gamma_2 x_i^{(2)} - \gamma_3 x_i^{(3)} - \beta \sum_{j \in N_i} a_{ij} (x_i - x_j - \Delta_{sij}) \quad (9)$$

式中: $i = 1, 2, \dots, n$; $\gamma_k > 0$ 是绝对信息的反馈增益; β 是相对信息的反馈增益; N_i 是第 i 架四旋翼的邻居集合; a_{ij} 为连接权重; Δ_{sij} 为第 i 架和第 j 架四旋翼在 x 方向上的相对距离偏差。

定义1 令 $\mathbf{x}_i = [x_i \ x_i^{(1)} \ x_i^{(2)} \ x_i^{(3)}]^T$, $\mathbf{\Delta}_x = [\Delta_x \ 0 \ 0 \ 0]^T$, 若在任意的初始条件下,各四旋翼的状态满足

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j - \mathbf{\Delta}_x| = 0 \quad (10)$$

则称式(9)算法可以渐近地解决式(4)系统的一致性问题。

接下来对上述高阶分布式一致性编队控制算法的适用性进行证明。

基于式(9)算法,第 i 架四旋翼的动态可描述为

$$\dot{\mathbf{x}}_i = \mathbf{A} \mathbf{x}_i - \sum_{j \in N_i} a_{ij} \mathbf{B} (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j - \mathbf{\Delta}_x) \quad (11)$$

式中: $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{0} & -\boldsymbol{\gamma}^T \end{bmatrix}$; $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0}_3 \\ \boldsymbol{\beta} & \mathbf{0}^T \end{bmatrix}$; $\boldsymbol{\gamma} = [\gamma_1 \ \gamma_2 \ \gamma_3]^T$, $\mathbf{0} = [0 \ 0 \ 0]^T$ 。其中, \mathbf{I}_3 和 $\mathbf{0}_3$ 分别为单位矩阵和零矩阵。

若令 $\mathbf{x} = [x_1^T \ x_2^T \ \dots \ x_n^T]^T$ 为整个四旋翼无人机编队系统的状态,则整个闭环网络的动态可以描述为

$$\dot{\mathbf{x}} = [\mathbf{I}_n \otimes \mathbf{A} - (\mathbf{L} - \mathbf{R}_x) \otimes \mathbf{B}] \mathbf{x} \triangleq \boldsymbol{\Phi} \mathbf{x} \quad (12)$$

式中: \mathbf{L} 是拓扑结构 G 下的 Laplace 矩阵; \mathbf{R}_x 为四旋翼编队系统在 X 方向上的位置偏差矩阵。

设 $\boldsymbol{\eta}_i = \mathbf{S} \mathbf{x}_i$, 其中 $\boldsymbol{\eta}_i = [\eta_{(4i-3)} \ \dots \ \eta_{4i}]$, $i = 1, 2, \dots, n$, 变换矩阵 \mathbf{S} 定义为

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & S_1 & 0 & 0 \\ 1 & \sum_{i=1}^2 S_i & S_1 S_2 & 0 \\ 1 & \sum_{i=1}^3 S_i & \sum_{i=1}^2 \sum_{j=2}^3 S_i S_j & \prod_{i=1}^3 S_i \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中, $S_i \in P$, $i = 1, 2, 3$, P 是由正数构成的有限集。令模型变换后的整个闭环网络的状态为 $\boldsymbol{\eta} = [\boldsymbol{\eta}_1^T \ \boldsymbol{\eta}_2^T \ \dots \ \boldsymbol{\eta}_n^T]^T$, 则整个网络的动态为

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = [\mathbf{I}_n \otimes \mathbf{E} - (\mathbf{L} - \mathbf{R}_x) \otimes \mathbf{F}] \boldsymbol{\eta} \triangleq \boldsymbol{\Psi} \boldsymbol{\eta} \quad (14)$$

式中: $\mathbf{F} = \mathbf{B} \prod_{i=1}^4 S_i$;

$$\mathbf{E} = \mathbf{S} \mathbf{A} \mathbf{S}^{-1} = \begin{bmatrix} -1/S_1 & 1/S_1 & 0 & 0 \\ 0 & -1/S_2 & 1/S_2 & 0 \\ 0 & 0 & -1/S_3 & 1/S_3 \\ E_{4,1} & E_{4,2} & E_{4,3} & E_{4,4} \end{bmatrix} \quad (15)$$

由 $\mathbf{E} \mathbf{S} = \mathbf{S} \mathbf{A}$, 得 $\sum_{i=1}^4 E_{4,i} = 0$ 。若令

$$E_{4,4} < 0, E_{4,i} > 0, E_{4,1} > \beta \max_{1 \leq i \leq n} (l_{ii}) \prod_{i=1}^3 S_i \quad (16)$$

则可以把一阶一致性控制算法的收敛性结果扩展到高阶系统的一致性分析中来。

定理1 在满足式(16)条件的情况下,若有向图 G 中有生成树,则四旋翼无人机编队系统(即式(4))在固定拓扑下可以实现渐近一致^[12]。

接下来,根据模型的转化关系,把 U'_{3i} 控制量转化为实际的控制输入量 U_{3i} ,即

$$U_{3i} = \mathbf{I}_y / \mathbf{g} (-\gamma_1 x_i^{(1)} - \gamma_2 x_i^{(2)} - \gamma_3 x_i^{(3)} - \beta \sum_{j \in N_i} a_{ij} (x_i - x_j - \Delta_{sij})) \quad (17)$$

同理,为式(5)子系统选取类似式(9)的分布式一致性控制算法,可以得到实际的控制输入量 U_{2i} ,即

$$U_{2i} = -\mathbf{I}_x / \mathbf{g} (-\gamma_1 y_i^{(1)} - \gamma_2 y_i^{(2)} - \gamma_3 y_i^{(3)} - \beta \sum_{j \in N_i} a_{ij} (y_i - y_j - \Delta_{sij})) \quad (18)$$

针对式(6)子系统的二阶特性,选取分布式一致性控制算法

$$U'_{1i} = -\gamma_1 \dot{z}_i - \beta \sum_{j \in N_i} a_{ij} (z_i - z_j - \Delta_{sij}) \quad (19)$$

转化为实际的控制输入量 U_{1i} ,即

$$U_{1i} = m / \cos \phi \cos \theta (\mathbf{g} - \gamma_1 \dot{z}_i - \beta \sum_{j \in N_i} a_{ij} (z_i - z_j - \Delta_{sij})) \quad (20)$$

同理,为式(7)子系统选取类似式(19)的分布式一致性控制算法(无相对位置偏差项),得到实际的控制输入量 U_{4i} ,即

$$U_{4i} = \mathbf{I}_z (-\gamma_1 \dot{\varphi}_i - \beta \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\varphi_i - \varphi_j)) \quad (21)$$

这样,完成对四旋翼无人机系统的一致性编队控制算法设计,下面通过仿真验证该算法的有效性。

3 仿真与分析

3.1 仿真参数设置

在 Simulink 环境中搭建四旋翼模型,模拟 4 架 ($n = 4$) 小型四旋翼无人机从初始自由位置悬停状态到达成一致性聚集的编队飞行过程。

每架四旋翼无人机的参数为 $m = 1.5 \text{ kg}$, $I_{xx} = I_{yy} = 0.018 \text{ kg/m}^2$, $I_{zz} = 0.026 \text{ kg/m}^2$, $g = 10 \text{ m/s}^2$ 。选取各架四旋翼的初始位置向量为 $x = [100 \ 67 \ 82 \ 52]^T$, $y = [100 \ 55 \ 88 \ 72]^T$, $z = [90 \ 60 \ 100 \ 75]^T$ (单位 m), 初始姿态向量皆为零。通信拓扑结构如图 1 所示,为了简便起见,假设通信网络的权值 a_{ij} 仅为 1 或 0 (二者有通信连接即为 1, 否则为 0)。

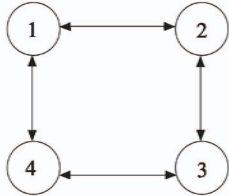


图 1 仿真拓扑结构

Fig. 1 Simulation topology

本实验模拟两种编队飞行过程:1) 初始状态各架四旋翼自由位置悬停,最终达到高度相同并在 X - Y 平面形成正方形编队队形;2) 初始状态各架四旋翼自由位置悬停,最终达到具有高度差并在 X - Y 平面形成正方形编队队形。

对应的位置偏差矩阵分别为

$$R_x = \begin{bmatrix} 0 & -10 & -10 & 0 \\ 10 & 0 & 0 & 10 \\ 10 & 0 & 0 & 10 \\ 0 & -10 & -10 & 0 \end{bmatrix}, R_y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 10 & -10 \\ 0 & 0 & 10 & 10 \\ -10 & -10 & 0 & 0 \\ -10 & -10 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$R_{z1} = \mathbf{0}_4, R_{z2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 10 & -10 \\ 0 & 0 & 10 & 10 \\ -10 & -10 & 0 & 0 \\ -10 & -10 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

在满足 2.2 节设计的控制算法的前提下,经过反复调试,选用的参数如表 1 所示。

表 1 四旋翼编队控制系统一致性参数
Table 1 Consensus parameter of quadrotor formation control system

参数	X 方向值	Y 方向值	Z 方向值	φ 值
β	1.8	2	1.5	1.7
γ_1	-18.4	-24.1	-5.5	-4.9
γ_2	-24.4	-30.3	0	0
γ_3	-10.8	-12.8	0	0

3.2 仿真结果及分析

图 2、图 3 为两种情况下四旋翼无人机编队系统中各架四旋翼在 X - Y - Z 方向上的位置变化过程。

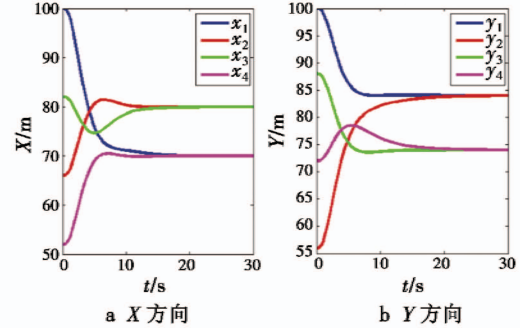


图 2 多旋翼 X 和 Y 方向一致性编队

Fig. 2 Consensus formation of quadrotors in Direction X and Y

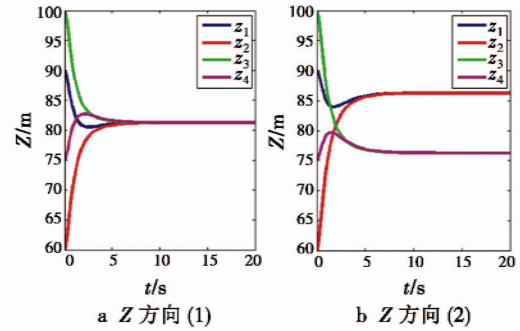


图 3 多旋翼 Z 方向一致性编队

Fig. 3 Consensus formation of quadrotors in Direction Z

从图中可以看出,各架四旋翼开始在 X - Y - Z 方向上均处于不同位置,仿真开始后位置逐渐变化,10 s 左右在 Z 方向上实现一致性聚集并保持相对位置差,20 s 左右在 X 和 Y 方向上实现一致性聚集并保持相对位置差,这与系统的阶次是相关的,并且各架四旋翼在 X - Y - Z 方向上的相对位置偏差与位置偏差矩阵 R_x , R_y 和 R_z 的值是吻合的。

为了更好地展示飞行编队的控制效果,图 4 和图 5 分别描绘了在情形 1 和情形 2 下四旋翼编队系统飞行三维轨迹图。

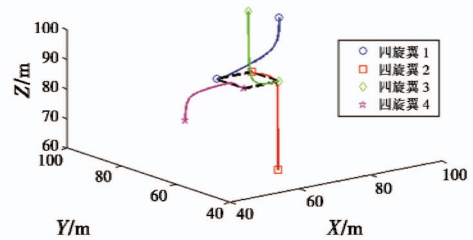


图 4 情形 1 下编队飞行三维轨迹图

Fig. 4 3D trajectory of formation flight in Situation 1

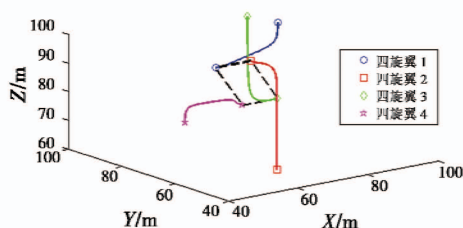


图 5 情形 2 下编队飞行三维轨迹图

Fig. 5 3D trajectory of formation flight in Situation 2

由图可得,各架四旋翼从不同初始位置最终实现了指定编队队形,且保持队形稳定不变,一致性控制算法有效。下面以四旋翼 1 为例,分析在编队形成过程中姿态角的变化过程。

如图 6 所示,仿真开始前,四旋翼处于悬停状态,姿态角皆为零,当仿真开始后,姿态角逐渐变化并最终稳定为零,这与四旋翼 1 的编队飞行过程是吻合的。其他四旋翼的姿态角变化类似,不再展开说明。

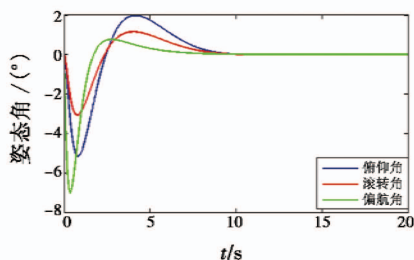


图 6 四旋翼 1 姿态角变化过程

Fig. 6 Attitude angle change process of Quadrotor 1

4 结束语

本文将四旋翼无人机数学模型简化为一组 4 个线性子系统,利用代数图论和矩阵分析,采用位置偏差矩阵描述编队队形,设计了一种基于高阶一致性理论的四旋翼无人机编队飞行控制方法,最后在固定有向拓扑结构下通过 Matlab 仿真验证该算法的有效性,实现了编队集结和编队队形变化的目标。但在本文算法中尚未考虑变换拓扑结构和通信时延等不确定因素,下一阶段工作将考虑这些因素以提高实用性和工程性。

参考文献

- [1] 宗群,王丹丹,邵士凯,等.多无人机协同编队飞行控制研究现状及发展[J].哈尔滨工业大学学报,2017,49(3):1-14.
- [2] 秦文静,林勇,戚国庆.基于一致性的无人机编队形成与防碰撞研究[J].电子设计工程,2018,26(9):83-85,90.
- [3] 李磊,李小民,郑忠贵,等.基于一致性理论的四旋翼无人机分布式编队控制方法[J].光电与控制,2015,22(10):19-23,29.
- [4] 邢关生,杜春燕,宗群,等.基于一致性的小型四旋翼机群自主编队分布式运动规划[J].控制与决策,2014,29(11):2081-2084.
- [5] DONG X W, YU B C, SHI Z Y, et al. Time-varying formation control for unmanned aerial vehicles: theories and applications[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2014, 23(1):340-348.
- [6] YU B C, DONG X W, SHI Z Y, et al. Formation control for quadrotor swarm systems: algorithms and experiments [C]//The 32nd Chinese Control Conference, 2013:7099-7104.
- [7] 薛瑞彬,宋建梅,张民强.具有时延及联合连通拓扑的多飞行器分布式协同编队飞行控制研究[J].兵工学报,2015,36(3):492-502.
- [8] XU R, OZGUNER U. Sliding mode control of a quadrotor helicopter[C]//Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control, 2006:4957-4962.
- [9] 凌金福.四旋翼飞行器飞行控制算法的研究[D].江西:南昌大学,2013.
- [10] WANG Y Q, WU Q H, WANG Y. Distributed consensus protocols for coordinated control of multiple quadrotors under a directed topology [J]. IET Control Theory and Applications, 2013, 7(14):1780-1792.
- [11] GODSIL C, ROYLE G. Algebraic graph theory[M]. New York:Springer, 2001.
- [12] 于镛,伍清河,王寅秋.高阶多智能体网络在固定和动态拓扑下的一致性分析[J].兵工学报,2012,33(1):56-62.