

引用格式:罗菁,段广青,齐晓光,等.基于稀疏超分辨的机载TS-MIMO雷达慢速运动目标检测方法研究[J].电光与控制,2019,26(7):70-74.
LUO J, DUAN G Q, QI X G, et al. A method for slow moving target detection with airborne TS-MIMO radar based on sparse super-resolution spectrum estimation[J]. Electronics Optics & Control, 2019, 26(7):70-74.

基于稀疏超分辨的机载 TS-MIMO 雷达慢速运动 目标检测方法研究

罗菁^{1,4}, 段广青², 齐晓光³, 袁华东¹, 许红⁴

(1. 空军预警学院, 武汉 430019; 2. 武警士官学院, 杭州 311400;

3. 中国人民解放军93246部队, 长春 130022; 4. 海军工程大学, 武汉 430033)

摘要: 相比于传统机载相控阵雷达, 机载发射子孔径-多输入多输出(TS-MIMO)雷达的空域自由度成倍扩大, 采用空时自适应处理(STAP)时所需训练样本也显著增长, 因此性能在实际非均匀杂波环境下急剧下降, 导致慢速运动目标无法检测。不同于传统 STAP 方法, 提出了一种基于空时二维稀疏超分辨谱估计的慢速运动目标检测方法。该方法采用稀疏贝叶斯学习算法直接对待检测距离门数据进行空时二维谱估计, 然后再基于雷达先验参数将空时二维超分辨谱中主要杂波分量置零, 最后在角-多普勒域进行常规恒虚警处理的检测目标。所提方法无需训练样本, 因此可显著提升机载 TS-MIMO 雷达在实际应用中的慢速运动目标检测能力。仿真实验验证了所提方法的有效性。

关键词: 机载雷达; 发射子孔径-多输入多输出; 慢速运动目标; 稀疏贝叶斯; 杂波置零

中图分类号: TN957 **文献标志码:** A **doi:**10.3969/j.issn.1671-637X.2019.07.014

A Method for Slow Moving Target Detection with Airborne TS-MIMO Radar Based on Sparse Super-Resolution Spectrum Estimation

LUO Jing^{1,4}, DUAN Guang-qing², QI Xiao-guang³, YUAN Hua-dong¹, XU Hong⁴

(1. Air Force Early Warning Academy, Wuhan 430019, China; 2. Noncommissioned Officer School of CAPF, Hangzhou 311400, China; 3. No. 93246 Unit of PLA, Changchun 130022, China; 4. Navy University of Engineering, Wuhan 430033, China)

Abstract: Compared with traditional airborne phased array radar, the spatial-domain degrees-of-freedom of the airborne Transmit Subaperturing-Multiple Input Multiple Output (TS-MIMO) radar are multiplied, and the training samples required for Space-Time Adaptive Processing (STAP) are also significantly increased, so the performance degrades sharply in the actual non-uniform clutter environment, and slow moving targets cannot be detected. Different from the traditional STAP method, this paper proposes a slow moving target detection method based on two-dimensional space-time sparse super-resolution spectrum estimation. The method uses the sparse Bayesian learning algorithm to directly measure the range cell data for space-time spectrum estimation. Then, the main clutter component in the space-time super-resolution spectrum is set to zero based on the radar prior parameters, and finally the slow target can be detected in the angle-Doppler domain based on conventional constant false-alarm processing. The proposed method does not require training samples, so it can significantly improve the slow moving target detection capability of the onboard TS-MIMO radar in practical applications. Simulation experiments verify the effectiveness of the proposed method.

Key words: airborne radar; Transmit Subaperturing-Multiple Input Multiple Output (TS-MIMO); slow moving target; sparse Bayes; clutter zero-setting

收稿日期:2018-04-18

修回日期:2018-09-18

基金项目:国家自然科学基金(61871397,61501506)

作者简介:罗菁(1984—),女,湖北安陆人,博士生,讲师,研究方向为通信与信息系统。

0 引言

多输入多输出(MIMO)雷达通过发射阵元发射全向正交波形,各接收阵元进行匹配滤波形成虚拟大孔径,

较传统相控阵雷达可得到更多的信号处理自由度和更高的目标分辨能力^[1-3]。然而,由于 MIMO 雷达各阵元发射信号不相干,无法在目标处实现相参积累,因此较相控阵雷达存在较大信噪比损失。尽管可通过增加发射脉冲的方式来补偿空间增益损失,但长时间照射无法保证运动目标回波的相关性,信杂噪比损失仍不可避免^[4-5]。近几年来提出一种发射子孔径(Transmit Subaperturing, TS) MIMO (TS-MIMO) 雷达^[6-8],其将发射阵元分为多个子阵,发射波形采用子阵内信号相干和子阵间信号正交的方式,在确保较大发射增益前提下兼具波形分集得益,因此是 MIMO 体制类雷达走向实际应用的重要可行途径^[7-8]。

众所周知,空时自适应处理(Space-Time Adaptive Processing, STAP)技术^[9]是当前机载雷达进行杂波抑制和慢速运动目标检测的有效手段。其自适应处理性能好坏主要取决于能否实现对杂波环境的准确学习,即能否得到充足的独立同分布(Independent and Identically Distributed, IID)训练样本来估计待检测距离门数据杂波特性。机载 TS-MIMO 雷达在接收端形成虚拟大孔径,因此有利于提升杂波和干扰抑制能力以及运动目标参数估计精度。然而,其数倍于相控阵雷达的空域自由度导致其对训练样本的需求成倍增长,使得当前机载雷达 STAP 处理中的样本供需矛盾愈加尖锐,以至于性能在实际应用中失效^[10-11]。针对 MIMO 体制机载雷达杂波抑制难题,已有部分研究提出采用稀疏恢复技术进行杂波和目标同时估计的解决方法^[12-13],但均采用迭代自适应(Iterative Adaptive Approach, IAA)算法,因此对较弱目标检测性能不佳。

本文针对该机载 TS-MIMO 雷达在实际杂波环境中可用 IID 训练样本严重不足的难题,提出了一种基于稀疏表示的空时二维超分辨慢速运动目标检测方法。该方法仅利用待检测距离门数据,采用可寻全局最优解的稀疏贝叶斯学习(Sparse Bayesian Learning, SBL)算法^[14-15]进行空时二维超分辨谱估计,实现慢速运动目标与杂波在角度-多普勒谱上的有效区分,然后再基于先验参数知识计算得到杂波脊线位置信息,将谱中主要杂波分量置零处理,最后再基于恒虚警率(Constant False Alarm Rate, CFAR)处理进行目标检测。不同于传统 STAP 滤波方法,本文方法本质上为空时二维谱估计方法,且无需训练样本,因此适用于实际严重非均匀杂波环境。此外,本文方法在检测到慢速运动目标的同时,还可实现对其速度和方位角的高精度估计。

1 机载 TS-MIMO 雷达空时信号模型

图 1 为机载 TS-MIMO 雷达与地面之间的几何关系

图。假设雷达天线为收发共置,阵列轴向与 Y 轴一致,且飞行方向与 Y 轴的夹角为 θ_a , H 和 v_1 分别是载机高度和速度, R_c 为雷达到杂波散射体 P 的斜距, θ , φ 和 ψ 分别表示杂波块对应的方位角、俯仰角和空间锥角。

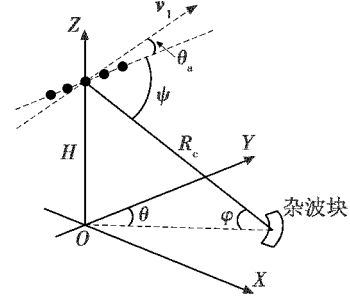


图 1 机载 TS-MIMO 雷达与地面几何关系图
Fig. 1 The geometry of airborne TS-MIMO radar with the ground

假定发射天线经子阵合成后形成 M 个子阵,接收天线通道个数为 N ,在一个相干处理时间内发射相干脉冲数为 K ,且天线摆放为正侧视情况,即 $\theta_a = 0^\circ$ 。已知机载 TS-MIMO 雷达发射端各子阵发射正交波形,则经接收端各接收通道进行匹配滤波后待检测距离门接收杂波数据可表示为

$$y = \sum_{p=1}^{N_c} \beta_p v_d(\theta_p) \otimes v_r(\theta_p) \otimes v_T(f_p) = \sum_{p=1}^{N_c} \beta_p v(\theta_p, f_{d,p}) \quad (1)$$

式中: N_c 表示待检测距离门所对应杂波块的个数; β_p 表示经匹配滤波器后的散射系数大小; θ_p 和 $f_{d,p}$ 分别表示第 p 个杂波块对应主波束的方位角和多普勒频率; \otimes 表示 Kronecker 积; $v_d \in \mathbf{C}^{K \times 1}$, $v_r \in \mathbf{C}^{N \times 1}$ 和 $v_T \in \mathbf{C}^{M \times 1}$ 分别表示时域导向矢量、接收阵元导向矢量和发射子阵导向矢量; v 表示空时二维导向矢量,且有

$$v_d = (1, e^{(j4\pi r \cos \theta_p \cos \varphi)/\lambda}, \dots, e^{[j4\pi r(K-1) \cos \theta_p \cos \varphi]/\lambda})^T \quad (2)$$

$$v_r = (1, e^{(j2\pi d_r \cos \theta_p \cos \varphi)/\lambda}, \dots, e^{[j2\pi d_r(N-1) \cos \theta_p \cos \varphi]/\lambda})^T \quad (3)$$

$$v_T = (1, e^{(j2\pi d_T \cos \theta_p \cos \varphi)/\lambda}, \dots, e^{[j2\pi d_T(M-1) \cos \theta_p \cos \varphi]/\lambda})^T \quad (4)$$

式中, d_r 和 d_T 分别为接收阵元间距和发射各子阵间距。

由式(1)可以看出,相较于传统相控阵雷达,机载 TS-MIMO 雷达接收回波数据维度增加了 M 倍。因此其估计空时自适应权系数时对 IID 训练样本的需求也增加 M 倍,这在实际非均匀杂波环境下是难以满足的。为解决该问题,本文采用稀疏恢复算法对待检测距离门数据进行空时二维谱估计,得到杂波和目标在角度和多普勒二维域上的超分辨谱图像,实现慢速运动目标和杂波的有效分离,然后再对目标进行检测处理。

2 基于稀疏超分辨的慢速运动目标检测算法

2.1 稀疏超分辨算法描述

由式(1)可知,机载 TS-MIMO 雷达回波信号实际

上由不同多普勒频率的回波信号叠加而成,如果将所有空间频率和多普勒频率均遍历并分别离散化为 $N_s = \rho_s(N \times M)$ 和 $N_d = \rho_d K$ 个频率点,则式(1)中回波信号还可表示为

$$\mathbf{y} = \sum_{q=1}^{N_s N_d} \alpha_q \mathbf{v}_q + \mathbf{n} = \mathbf{V}\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{n} \quad (5)$$

式中: ρ_s 和 ρ_d 分别表示离散化程度,在高分辨情况下一般均远大于1; α_q 为第 q 个空时网格单元幅度或稀疏系数; \mathbf{v}_q 为第 q 个空时网格单元对应空时二维导向矢量; $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, \dots, \alpha_{N_s N_d})$ 为稀疏系数矢量; $\mathbf{V} = (\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_{N_s N_d})$; \mathbf{n} 为噪声向量。由于字典 \mathbf{V} 的行数 $N \times M \times K$ 远小于列数 $N_s N_d$,因此式(5)为病态方程或欠定方程。求解得到空时平面各网格点信号幅度 $\boldsymbol{\alpha}$ 即可得到该待检测回波数据的空时二维超分辨谱图像。

与已有稀疏恢复类求解算法如正交匹配追踪法(Orthogonal Matching Pursuit, OMP)^[16]、欠定系统聚焦求解法(Focal Underdetermined System Solver, FOCUSS)^[17]、子空间扩张法(Subspace-Augmented Multiple Signal Classification, SA-MUSIC)^[18]等相比, SBL 算法具有求解全局最优、参数不依赖、样本需求少及稳健性强等优点,因此在本文中用来计算机载 TS-MIMO 雷达系数 $\boldsymbol{\alpha}$ 。

在稀疏贝叶斯框架下,待检测距离门数据 \mathbf{y} 的最大似然函数可表示为

$$p(\mathbf{y} | \boldsymbol{\alpha}, \sigma^2) = (\pi \sigma^2)^{-MNK} \exp(-\sigma^{-2} \|\mathbf{y} - \mathbf{V}\boldsymbol{\alpha}\|_2^2) \quad (6)$$

假定稀疏系数 $\boldsymbol{\alpha}$ 符合复高斯先验分布,即

$$\boldsymbol{\alpha} \sim N(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{A}) \quad (7)$$

式中: $\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{C}^{MNK \times 1}$ 为零矢量; $\mathbf{A} = \text{diag}(\boldsymbol{\gamma})$, $\boldsymbol{\gamma} = \{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{N_s N_d}\} \in \mathbb{R}^+$ 为未知方差参数。此时,稀疏系数 $\boldsymbol{\alpha}$ 的先验概率为

$$p(\boldsymbol{\alpha} | \mathbf{A}) = \pi^{-N_s N_d} \mathbf{A}^{-1} \exp(-\boldsymbol{\alpha}^H \mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{\alpha}) \quad (8)$$

结合式(6)和式(8),得到 $\boldsymbol{\alpha}$ 的最后一后验概率

$$p(\boldsymbol{\alpha} | \mathbf{y}, \mathbf{A}, \sigma^2) = \frac{p(\mathbf{y} | \boldsymbol{\alpha}, \sigma^2) p(\boldsymbol{\alpha} | \mathbf{A})}{\int p(\mathbf{y} | \boldsymbol{\alpha}, \sigma^2) p(\boldsymbol{\alpha} | \mathbf{A}) d\boldsymbol{\alpha}} \quad (9)$$

因此,估计稀疏系数 $\boldsymbol{\alpha}$ 可转化为估计超参数 $\boldsymbol{\gamma}$ 和 σ^2 。事实上,估计得到超参数 $\boldsymbol{\gamma}$,即可得到待检测距离门数据 \mathbf{y} 的空时二维稀疏谱图像。本文采用期望最大化(Expectation Maximization, EM)算法^[19]来对超参数进行估计。基于 EM 算法,在第 $q+1$ 次迭代时可得到超参数 $\boldsymbol{\gamma}$ 和 σ^2 为

$$\gamma_{n,q+1} = (\boldsymbol{\mu}_{n,q+1})^2 + \mathbf{D}_{n,q+1} \quad n = 1, 2, \dots, N_s N_d \quad (10)$$

$$\sigma_{q+1}^2 = \left[\|\mathbf{y} - \mathbf{V}\boldsymbol{\alpha}_{q+1}\|_F^2 + \sigma_q^2 \sum_{n=1}^{N_s N_d} \left(1 - \frac{\mathbf{D}_{n,n}}{\gamma_{n,q}} \right) \right] / NMK \quad (11)$$

$$n = 1, 2, \dots, N_s N_d$$

其中

$$\boldsymbol{\mu}_{q+1} = \mathbf{A}_q \mathbf{V}^H (\sigma_q^2 \mathbf{I} + \mathbf{V} \mathbf{A}_q \mathbf{V}^H)^{-1} \mathbf{y} \quad (12)$$

$$\mathbf{D}_{q+1} = \mathbf{A} - \mathbf{A} \mathbf{V}^H (\sigma_q^2 \mathbf{I} + \mathbf{A} \mathbf{V} \mathbf{A}^H)^{-1} \mathbf{A} \mathbf{V} \mathbf{A}^H \quad (13)$$

迭代中值条件可设定为 $\|\boldsymbol{\gamma}_{q+1} - \boldsymbol{\gamma}_q\|_2 / \|\boldsymbol{\gamma}_q\|_2 \leq \delta$ 或 $\sigma^2 \leq (\sigma^*)^2$,其中, δ 和 $(\sigma^*)^2$ 为足够小的正值门限。

2.2 杂波脊计算

对于机载 TS-MIMO 雷达而言,其杂波分布脊线可通过先验知识(如雷达系统参数和导航系统参数等)预先估算。根据图1中雷达和地面几何关系,可知杂波多普勒频率与空间来向的数学关系式为

$$f_d = \frac{2v_1}{\lambda} \cos(\theta + \theta_s) \cos \varphi =$$

$$\frac{2v_1}{\lambda} (\cos \psi \cos \theta_s - \sin \theta_s \sqrt{\cos^2 \varphi - \cos^2 \psi}) \quad (14)$$

式中:载机速度 v_1 可通过导航系统参数获取;波长 λ 、天线与飞行方向夹角 θ_s 和俯仰角 φ 均可由雷达系统参数获取。换句话说,杂波脊线分布可通过先验参数预先计算出来。下面通过仿真验证利用先验知识计算的杂波脊线与仿真杂波谱的关系,仿真参数如表1所示。

表1 仿真参数

Table 1 Simulation parameters

参数	数值	参数	数值
载频/GHz	3	带宽/MHz	2.5
发射阵元个数	16	主波束方位角/(°)	0
发射阵元间距	半波长	主波束俯仰角/(°)	3
发射合成子阵个数	4	载机速度/(m·s ⁻¹)	150
接收阵元个数	4	载机高度/m	8000
接收阵元间距	半波长	最大探测距离/km	400

图2为某机载 TS-MIMO 雷达在阵列不同摆放情况下杂波脊线与实际杂波谱分布图。其中,图2a~图2c分别表示正侧视、斜侧视45°和前视3种典型情况。

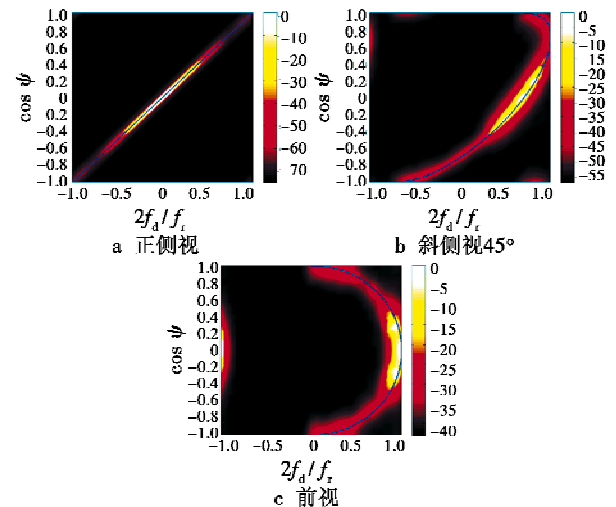


图2 计算杂波脊线与估计杂波谱对比图
Fig. 2 The comparison of calculated clutter ridge and estimated clutter spectrum

由图2可以看出,在正侧视、斜侧视45°和前视3种典型情况下,通过先验参数计算的杂波脊线与仿真杂波谱分布轨迹一致。图2中横轴表示归一化多普勒频率,纵轴表示空间锥角的余弦值,蓝色实线表示通过先验参数计算的杂波脊线。

基于所得杂波脊线,得到空时二维平面中主要杂波所在坐标信息,然后将杂波所处位置均替换为噪声电平,可实现将空时二维超分辨谱中主要杂波分量置零处理,以便于后续对目标进行CFAR检测。

3 仿真实验

本章对正侧视机载 TS-MIMO 雷达杂波和目标进行仿真并验证所提方法的有效性,仿真参数如表1所示。由于机载雷达杂波谱分布与脉冲重复频率(Pulse Repetition Frequency, PRF)紧密相关,因此本章仿真场景包含两种典型情况,即 PRF 为 6000 Hz(中重频)和 PRF 为 9000 Hz(高重频)。共设定两个慢速运动目标,均由主波束正中心方向进入且位于主瓣杂波区。其中:在中重频情况下,目标1和目标2的归一化多普勒频率分别为-0.125和0.187;在高重频情况下,目标1和目标2的归一化多普勒频率分别为-0.089和0.167。杂噪比设定为60 dB,目标1和目标2的信噪比分别设为30 dB和20 dB。MSBL算法中 ρ_s 和 ρ_d 均设为4,终止条件设定为 $(\sigma^*)^2 = 10^{-20}$ 。

为进行性能对比,本章给出了待检测距离门数据在确知杂波协方差矩阵情况下的最小方差估计功率谱和傅里叶功率谱,其具体表达式分别为

$$P_{MV}(\psi, f_d) = [\mathbf{v}^H(\psi, f_d) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{v}(\psi, f_d)]^{-1} \quad (15)$$

$$P_F(\psi, f_d) = \frac{\mathbf{v}^H(\psi, f_d) \mathbf{R} \mathbf{v}(\psi, f_d)}{\mathbf{v}^H(\psi, f_d) \mathbf{v}(\psi, f_d)} \quad (16)$$

式中, $\mathbf{R} = E\{\mathbf{y}\mathbf{y}^H\}$ 为待检测距离门数据的确知协方差矩阵。

图3为中重频情况下采用各方法估计待检测距离门数据的空时二维谱对比结果。由图3a可以看出,对于确知回波协方差矩阵,经最小方差估计后可得到杂波和目标的超分辨空时谱,杂波、目标1和目标2可在角-多普勒域分离,然而,由于最小方差估计谱基于回波协方差矩阵来估计,而在实际非均匀杂波环境中往往因训练样本严重不足而无法得到准确的回波协方差矩阵,因此该仿真结果仅作为理想情况进行对比;由图3b可以看出,由于分辨率较低,即使假定回波协方差矩阵确知,采用二维傅里叶变换后的空时二维谱仍存在较高副瓣和较宽主瓣,目标1和目标2均被主杂波掩盖而无法进行检测;在图3c中,由MSBL算法得到了杂波、目标1和目标2的超分辨谱图像,且在角-多

普勒域中目标可与杂波有效区分,然而,主杂波的存在不利于后续的CFAR检测处理;图3d进一步给出了经主杂波置零处理后的MSBL估计的空时二维超分辨谱,可以看出在主波束方向仅剩目标1和目标2,因此可沿多普勒向进行后续常规CFAR处理和目标检测。

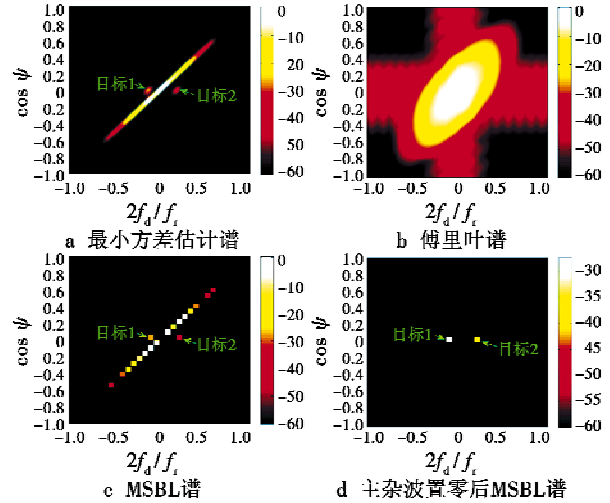


图3 中重频情况下采用各方法估计空时二维谱对比结果

Fig. 3 Estimated space-time spectrum of different methods in medium PRF

图4为高重频情况下采用各方法估计待检测距离门数据的空时二维谱对比结果。图3、图4中横轴表示归一化多普勒频率,纵轴表示空间锥角的余弦值,蓝色实线表示通过先验参数计算的杂波脊线。

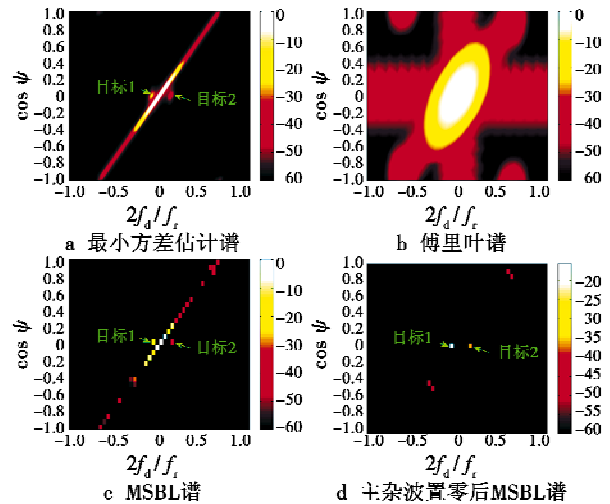


图4 高重频情况下采用各方法估计空时二维谱对比结果

Fig. 4 Estimated space-time spectrum of different methods in high PRF

由图4可以看出,尽管提高重频后杂波脊斜率变大,但所提方法仍能在空时二维平面得到准确的超分辨谱,同时实现目标和杂波的有效分离。与图3类似,

傅里叶谱由于分辨率较低仍旧导致主杂波严重展宽及副瓣杂波较高,慢速目标完全被杂波掩盖而无法检测。

4 结束语

TS-MIMO 雷达既拥有 MIMO 雷达的波形分集优势,又兼具相控阵雷达空域发射增益,具有优越的杂波抑制能力和抗干扰能力,因此是未来机载雷达的重要发展方向。然而,由于机载 TS-MIMO 雷达接收虚拟大孔径导致空域自由度成倍增加,其杂波抑制能力在实际非均匀杂波环境下因无法获取足够 IID 训练样本而使性能严重受损,导致慢速运动目标无法被检测。不同于直接进行杂波抑制的传统 STAP 方法,本文提出了基于空时二维谱估计的慢速运动目标检测方法,无需进行杂波抑制,同时在检测到目标的同时还可实现对目标速度和方位信息的估计。此外,由于采用了对样本需求极少的稀疏贝叶斯学习算法进行空时二维谱估计,因此避免了在距离上选取样本所引入的非均匀杂波难题,更适用于实际工作环境。

尽管本文给出了基于空时二维谱估计的慢速运动目标检测方法尝试,但该研究仍限于雷达天线正侧放置以及理想杂波背景。在下一步的研究中,拟重点研究机载 TS-MIMO 雷达天线非正侧放置以及存在阵列误差和杂波起伏等非理想因素时该方法性能的提升。

参 考 文 献

- [1] BLISS D W, FORSYTHE K W. Multiple-input multiple-output (MIMO) radar and imaging;degrees of freedom and resolution [C]//IEEE 37th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, Pacific Grove, 2003:54-59.
- [2] RABIDEAU D J, PARKER P. Ubiquitous MIMO multifunction digital array radar [C]//IEEE 37th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, Pacific Grove, CA, 2003:1057-1064.
- [3] 夏铭钰,李俊杰,王勇. 相控阵雷达信息在舰炮武器系统中优化使用 [J]. 火力与指挥控制, 2016, 41 (1) : 85-87.
- [4] KANTOR J M, DAVIS S K. Airborne MIMO GMTI radar [R]. [S. l.]. Technical Report, MIT Lincoln Laboratory, 2011.
- [5] DAUM F, HUANG J. MIMO radar: snake oil or good idea? [J]. Aerospace & Electronic Systems Magazine, 2009, 24 (5) : 8-12.
- [6] FUHRMANN D R, BROWNING J P, RANGASWAMY M. Signaling strategies for the hybrid MIMO phased-array radar [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2010, 4 (1) : 66-78.
- [7] LI H B, HIMED B. Transmit subaperturing for MIMO radar with co-located antennas [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2010, 4 (1) : 55-65.
- [8] HASSANIEN A, VOROBYOV S A. Phased-MIMO radar: a tradeoff between phased-array and MIMO radars [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58 (6) : 3137-3151.
- [9] BRENNAN L E, MALLETT J D, REED I S. Theory of adaptive radar [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronics Systems, 1973, 9 (2) : 237-251.
- [10] CHEN C Y, VAIDYANATHAN P P. MIMO radar space-time adaptive processing using prolate spheroidal wave functions [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56 (2) : 623-635.
- [11] WANG G H, LU Y L. Clutter rank of STAP in MIMO radar with waveform diversity [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58 (2) : 938-943.
- [12] SELESNICH I W, PILLAI S U, LI K Y, et al. Angle-Doppler processing using sparse regularization [C]//IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, Dallas, 2010:2750-2753.
- [13] LI J, ZHU X, STOICA P, et al. High resolution angle-Doppler imaging for MTI radar [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2010, 46 (3) : 1544-1556.
- [14] TIPPING M E. Sparse Bayesian learning and the relevance vector machine [J]. Journal on Machine Learning, 2001, 1 (2) : 211-244.
- [15] WIPF D P, RAO B D. An empirical Bayesian strategy for solving the simultaneous sparse approximation problem [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55 (7) : 3704-3716.
- [16] TROPP J A. Algorithms for simultaneous sparse approximation. Part II: convex relaxation [J]. Signal Processing, 2006, 86 (3) : 589-602.
- [17] COTTER S F, RAO B D, ENGAN K, et al. Sparse solutions to linear inverse problems with multiple measurement vectors [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53 (7) : 2477-2488.
- [18] DAVIES M E, ELDAR Y C. Rank awareness in joint sparse recovery [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2012, 58 (2) : 1135-1146.
- [19] DEMPSTER A P, LAIRD N M, RUBIN D B. Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm [J]. Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological), 1977, 39 (1) : 1-38.