

引用格式:刘骐玮,马彦恒,李根,等.一种稳健的盲波束形成方法[J].电光与控制,2019,26(7):9-14. LIU Q W, MA Y H, LI G, et al. A new robust blind beam-forming method[J]. Electronics Optics & Control, 2019, 26(7):9-14.

一种稳健的盲波束形成方法

刘骐玮, 马彦恒, 李根, 董健
(陆军工程大学石家庄校区, 石家庄 050003)

摘要:针对现有的盲波束形成方法在采用级联模式时存在的结构复杂的问题和在采用并联模式时系统的稳定性较差的问题,在时频分析的基础上利用能量的定向积累作用获得频率轴的截距与信号的一维线性分布关系,然后根据二阶差分运算确定导向矢量的不确定集,最后由二阶锥规划约束精确地估计导向矢量并利用 Capon 波束形成方法实现多目标盲波束的并行输出。理论分析及实验结果表明,该方法较之现有方法计算量较小,可精确估计出导向矢量并形成波束,实现对期望信号的接收,干扰信号的抑制。

关键词:阵列信号处理;盲波束形成算法;时频分析;能量积累;导向矢量估计;二阶锥规划

中图分类号: TN911.7 **文献标志码:** A **doi:**10.3969/j.issn.1671-637X.2019.07.002

A New Robust Blind Beam-Forming Method

LIU Qi-wei, MA Yan-heng, LI Gen, DONG Jian

(Shijiazhuang Campus, Army Engineering University, Shijiazhuang 050003, China)

Abstract: In order to solve the problems that the existing blind beam-forming method has complicated structure when using the cascade mode and the stability of the system is unsatisfactory when using the parallel mode, this paper uses the directional accumulation of energy based on the time-frequency analysis to obtain the one-dimensional linear distribution relationship between the intercept and the signal of the frequency axis. Then the uncertainty set of the steering vector is determined according to the second-order difference operation. Finally, the steering vector is accurately estimated by the second-order cone programming constraint. The multi-target, parallel output of blind beams is realized by the Capon beam-forming method. Theoretical analysis and experimental results show that the proposed method is less computationally intensive than the existing method, and can accurately estimate the steering vector and form a beam to receive the desired signal and to suppress the interference signal.

Key words: array signal processing; blind beam-forming algorithm; time-frequency analysis; accumulation of energy; estimation of steering vector; second-order cone programming

0 引言

自适应波束形成是阵列信号处理的重要组成部分,在雷达信号处理、通信、声呐等领域有着广泛而深远的影响^[1-3]。传统的波束形成主要依靠获知期望阵列流型和信号来向等先验信息准确形成期望波束。但在实际应用中,先验信息的获取往往是困难的,即使获得也存在一定的偏差,导致算法的效果较之期望值有较大的下降^[4],而盲波束形成算法的优点是在无法获得阵列流型和信号来向的情况下估计参数时,仍能形成波束,较

大地提高了波束形成算法的稳健性和输出性能,降低了在先验条件不足情况下的算法恶化。

目前为止,较成熟的盲波束形成算法主要有恒模算法^[5](Constant Modulus Algorithm, CMA),基于循环平稳性的盲波束形成算法^[6](Spectral Self-Coherence Restoral, SCORE),高阶累积量的盲波束形成算法^[7](High-Order Cumulant, HOC)和基于独立分量分析(Independent Component Analysis, ICA)的盲波束形成算法^[8]。特别地,基于时频分析的方法被引入盲波束形成的方法中^[4,9],由于其应用范围较广,可形成多目标的波束,适应性较强,国内有许多学者正在从事这方面的研究工作。

恒模算法主要依靠信号的恒模特性检测信号,通过随机梯度、最小均方误差等方法来恢复信号,收敛速

收稿日期:2018-08-27

作者简介:刘骐玮(1993—),男,云南文山人,硕士生,研究方向为雷达信号处理。

度较慢,性能好坏与迭代次数多少有关。基于循环平稳性的盲波束形成算法要求所检测的信号具有周期平稳特性,并且循环频率是已知的,否则该方法将不适用。基于高阶累积量的盲波束形成算法因对高斯噪声不敏感受到许多学者的青睐,但是其计算量较大,应用条件较为苛刻,在一些实时性要求较高的场合效果较差。基于独立分量分析的盲波束形成算法,在信号间是相互独立的基础上进行分析,利用其独立性构造测度的代价函数,通过学习算法求解最优解,但是要求至多一个信号满足高斯分布,否则算法将失效。

通过对上述算法的分析可知,它们主要用于单个目标的情况,而当需要处理多目标信号时,常采用级联或者并联的方式进行处理,这样虽能达到处理多目标的目的,但是增加了系统的复杂程度,加大了计算量,并且对于信号和噪声的限制条件也更为苛刻。为了更好地解决此问题,文献[4]提出了基于时频分析的盲波束形成算法,主要是利用各个信号在时频域上的能量分布具有可分离的特性来提取每个信号的导向矢量,再通过 Capon 方法形成波束。由于可以根据不同目标的导向矢量同时输出多个波束,使算法具有更好的适应性和稳健性。但是该方法在导向矢量的提取上步骤繁琐,计算量大,且形成波束时由于仍使用经典方法,需要求逆,增加计算量的同时也会导致主瓣偏移、旁瓣电平升高等问题出现,输出性能受到限制。使用能量聚集的方法完成信号探测可提高估计的准确性。能量聚集方法主要有 Hough^[10]变换和 Radon^[11-12]变换,但是这两种方法计算量较大,另外,基于凸优化等自适应波束形成方法^[13-15]也可以起到提高估计性能的作用。

针对上述算法存在的问题,本文利用能量的定向积累作用获得频率轴的截距与信号分布的一维线性分布关系解决信号的分离问题,然后根据上述关系利用二阶差分运算确定导向矢量的不确定集,最后根据凸优化方法精确估计导向矢量,并利用 Capon 方法形成波束。理论分析及实验结果表明,该算法运算简单,波束输出性能稳定,在工程上具有较大的应用前景。

1 算法原理

1.1 信号模型

假设有 M 个阵元的均匀线阵,为了消除方位模糊,阵元间距 $d = \lambda_{\min}/2$, λ_{\min} 是所有接收信号中的最小波长。有 K ($K < M$) 个远场单频信号,分别从方向 θ_i ($i = 1, 2, \dots, K$) 入射到阵列上,如图 1 所示。

以阵元 1 为参考,第 k 个阵元的输出信号可表示为

$$x_k(t) = \sum_{i=1}^K s_i(t) e^{-j(2\pi/\lambda)d(k-1)\sin\theta_i} + n_k(t) \quad (1)$$

式中: $s_i(t)$ 为第 i 个信号的复包络; λ 为信号波长; $n_k(t)$ 为第 k 个阵元接收到的高斯白噪声。 N 快拍的阵列输出数据可以用矢量表示为

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}(\theta)\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad t = 1, \dots, N \quad (2)$$

式中: $\mathbf{s}(t) = (s_1(t) \ s_2(t) \ \dots \ s_K(t))^T$; $\mathbf{A}(\theta) = (\mathbf{a}(\theta_1) \ \mathbf{a}(\theta_2) \ \dots \ \mathbf{a}(\theta_K)) \in \mathbf{C}^{M \times K}$ 为阵列流型矩阵, $\mathbf{a}(\theta_k) = (1 \ e^{-j2\pi/\lambda d \sin\theta_k} \ \dots \ e^{-j2\pi/\lambda d(M-1)\sin\theta_k})^T$ 为第 k 个信号的导向矢量; $\mathbf{n}(t)$ 为加性高斯白噪声。假设信号 $\mathbf{s}(t)$ 是零均值的,各信号为宽平稳过程并有各态历经性。设噪声 $\mathbf{n}(t)$ 为时空独立的复高斯过程,且与信号 $\mathbf{s}(t)$ 不相关,则

$$E\{\mathbf{n}(t_1)\mathbf{n}^H(t_2)\} = \sigma_n^2 \mathbf{I}_M \quad (3)$$

式中: $E\{\cdot\}$ 表示期望运算; σ_n^2 为噪声功率; \mathbf{I}_M 表示 M 阶单位阵。因此阵列接收数据的协方差矩阵可表示为

$$\mathbf{R}_x = E[\mathbf{X}(t) \cdot \mathbf{X}^H(t)] = \mathbf{A}(\theta) \cdot \mathbf{R}_s \cdot \mathbf{A}^H(\theta) + \sigma_n^2 \mathbf{I}_M \quad (4)$$

式中, $\mathbf{R}_s = E[\mathbf{s}(t) \cdot \mathbf{s}^H(t)]$ 为信源 $\mathbf{s}(t)$ 的协方差矩阵,假设信源 $\{s_k(t)\}_{k=1}^K$ 之间互不相关,则 $\mathbf{R}_s = \text{diag}(\sigma_s)$, $\sigma_s = (\sigma_1^2 \ \dots \ \sigma_K^2)^T$, \mathbf{R}_s 表示以 σ_s 为主对角元素的对角矩阵, σ_k^2 表示第 k 个信源的功率。

对于接收到的信号 $\mathbf{X}(t)$ 做短时傅里叶变换 (Short Time Fourier Transformation, STFT), 其时频域的表达式为

$$\mathbf{X}_m(f, t) = \langle \mathbf{x}_m(t) \mathbf{w}(g, \tau, f) \rangle \quad (5)$$

式中: $\mathbf{X}_m(f, t)$ 表示第 m 个阵元接收到的数据做短时傅里叶变换后的数据; $\mathbf{x}_m(t)$ 表示第 m 个阵元接收到的数据; $\mathbf{w}(g, \tau, f)$ 表示时延因子和频移因子影响下的非零窗函数, g 是非零窗函数, τ 是时延因子, f 是频移因子; $\langle \cdot \rangle$ 表示内积。

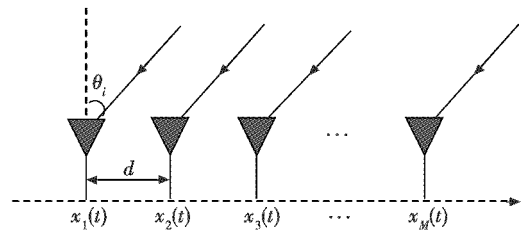


图 1 均匀线性阵列模型

Fig. 1 Uniform linear array model

1.2 Capon 波束形成

假设本文中的波束权矢量是 \mathbf{w} , 阵列的输出可表示为

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(t) \quad (6)$$

式中, $\mathbf{w} = (w_1 \ w_2 \ \dots \ w_M)^T$ 表示波束的权矢量。

同时,根据权矢量可以得到波束的输出信干噪比 (Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio, SINR), 定义为

$$R_{\text{SINR}} = \frac{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_s \mathbf{w}}{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{i+n} \mathbf{w}} \quad (7)$$

式中, $\mathbf{R}_s = \sigma_k^2 \mathbf{a}(\theta_k) \mathbf{a}^H(\theta_k)$ 表示第 k 个信号的协方差矩阵, 而剩下的信号作为干扰信号, 如 $\mathbf{R}_{i+n} = \sum_{l \neq k} \sigma_l^2 \cdot \mathbf{a}(\theta_l) \mathbf{a}^H(\theta_l) + \sigma_n^2 \mathbf{I}_M$, $\sigma_l^2 (l \neq k)$ 表示第 l 个干扰信号的功率。

经典的最小方差无畸变 (Minimum Variance Distortionless Response, MVDR) 波束形成的具体方法可表示为

$$\min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{i+n} \mathbf{w} \quad (8)$$

$$\text{s. t. } \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_k) = 1.$$

利用 Lagrange 乘数法计算最优权矢量可写为

$$\mathbf{w}_{\text{opt}} = \frac{\mathbf{R}_{i+n}^{-1} \mathbf{a}(\theta_k)}{\mathbf{a}^H(\theta_k) \mathbf{R}_{i+n}^{-1} \mathbf{a}(\theta_k)}. \quad (9)$$

但是在实际的计算中, 很难获取仅含有干扰和噪声的协方差矩阵, 常采用上文提到的采样协方差矩阵来近似。

2 多目标盲波束形成算法

2.1 信号的时频分布与导向矢量之间的关系分析

对于接收到的每个通道的信号做短时傅里叶变换 (STFT), 如式(5)所示, 写成矩阵的形式为

$$\mathbf{X}(t, f) = \mathbf{A}(f) \mathbf{S}(t, f) \quad (10)$$

式中: $\mathbf{X}(t, f) \in \mathbf{C}^{M \times N \times N}$ 是接收数据做短时傅里叶变换后的数据矩阵; $\mathbf{A}(f) \in \mathbf{C}^{M \times K}$ 是频点 f 处的阵列流型, 对于单频信号, 可看作不变的常量; $\mathbf{S}(t, f) \in \mathbf{C}^{K \times N \times N}$ 表示源信号的短时傅里叶变换。多个信号的时频分布见图2。

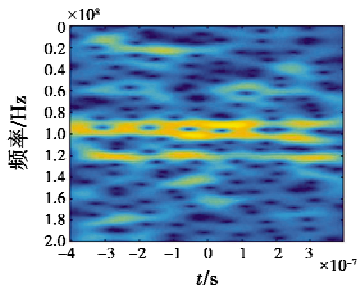


图2 多个信号的时频能量分布图

Fig. 2 Time-frequency energy distribution of multiple signals

根据式(10), 由单个信号 $S_k(t)$ 计算的时频变换在每一个时频点 (t', f') 上有这样的等式成立

$$\mathbf{X}(t', f') = \mathbf{a}_k \mathbf{S}_k(t', f'). \quad (11)$$

由于短时傅里叶变换是线性变换, 运算时不损失相位信息, 可以由式(11)反求导向矢量 \mathbf{a}_k , 其中, k 表示第 k 个信号, 运算后得到

$$\mathbf{a}_k = \frac{\mathbf{X}(t', f')}{\mathbf{S}_k(t', f')}. \quad (12)$$

实际在信号处理中为规范表示导向矢量, 一般以第一个阵元为参考阵元进行归一化, $\mathbf{a}_k^{(1)} = 1$, $\mathbf{X}^{(1)}(t', f') = \mathbf{S}_k^{(1)}(t', f')$, 其中, 上标(1)表示其属于第一个阵元。联立式(11)和式(12)可得

$$\mathbf{a}_k = \frac{\mathbf{X}(t', f')}{\mathbf{X}^{(1)}(t', f')}. \quad (13)$$

因此, 对于每一个信号都可以做这样的分析得到导向矢量, 但是无法确定导向矢量属于哪一个信号。需要通过聚类的方法确定属于同一个信号的导向矢量集。

2.2 基于定向能量累积的聚类方法

通过分析图2可知, 由于入射信号是远场单频信号, 其在时频分布上平行于时间轴分布, 所以与信号分布有关的就是其在频率轴也就是 Y 轴的截距, 据此, 沿着 $y = b$ 的直线做定向的能量累积, 可以得到频率轴的截距与信号分布的一维线性分布关系。由于不同的信号之间中心频率不同, 可以在时频分析的基础上通过分离不同信号与频率轴的关系, 确定每个信号对应的导向矢量不确定集。频率轴的截距与信号分布的一维线性分布关系如图3所示。

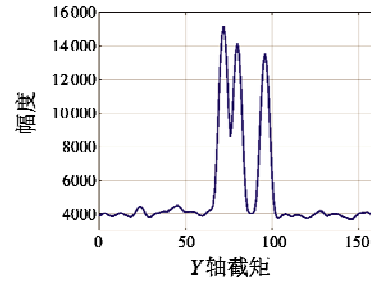


图3 Y轴变化示意图

Fig. 3 Y-axis schematic

分析图3可知, 对图2的信号做能量的定向累积, 图3出现了3个较大的峰值, 说明沿着时间轴做能量的定向积累可以得到信号能量的波动情况。进而通过确定 Y 轴截距的大小可以确定属于某个信号能量分布的直线参数集合。

首先, 对得到的时频分布做定向累加并设置阈值, 把微弱的干扰排除在外, 以简化后续分析的难度, 即

$$\mathbf{x}_{\text{sum}}(f) = \sum_{t=0}^{N-1} \sum_{m=1}^M \mathbf{X}^{(m)}(t, f) \quad (14)$$

$$\mathbf{x}'_{\text{sum}} = \begin{cases} \mathbf{x}_{\text{sum}}(f) & \mathbf{x}_{\text{sum}}(f) \geq \alpha_1 \\ 0 & \mathbf{x}_{\text{sum}}(f) < \alpha_1 \end{cases} \quad (15)$$

式中, α_1 表示设定的阈值, 起到消除噪声干扰、简化运算量的作用。

然后, 设计二阶差分运算, 计算出所有的极大值点, 对应地可知极大值点的个数就是所估计的信号个数, 即

$$f = \text{diff}(\text{sgn}(\text{diff}(\mathbf{x}'_{\text{sum}}))) \quad (16)$$

式中: x'_{\min} 有 N_1 ($N_1 \leq N$) 个非零离散值; $\text{diff}(\cdot)$ 表示差分运算; $\text{sgn}(\cdot)$ 表示符号运算。规定计算时先计算对应坐标靠右的数。第一次差分运算, 利用极值点之间的异号性得到互相异号的两个数, 取符号后得到 1 和 -1, 非极值点会得到相同的两个数; 然后进行第二次差分运算。若为极小值点, 则为 2; 若为极大值点, 则为 -2; 若为非极值点, 则为 0。算式为

$$f_{\text{peak}} = \{n | f(n) = -2\}。 \quad (17)$$

最后, 每个极大值点对应存在一个信号, 在每个极大值点附近设置一定范围的区间

$$f_k = f_{\text{peak}} \pm \alpha_2。 \quad (18)$$

再根据下式得到相应信号的导向矢量不确定集, 即

$$\mathbf{a}_k = \mathbf{X}(t', f') / \mathbf{X}^{(1)}(t', f') \quad (19)$$

式中: $f' \in f_k; t' \in t。$

对于同一个信号而言, 本文方法可以得到信号在不同时频点下的导向矢量

$$\mathbf{A}_k = (a_{k1} \ a_{k2} \ \dots \ a_{kL}) \quad (20)$$

式中: a_{kl} 表示第 k 个信号的第 l 个时频点解算出的导向矢量。

2.3 精确估计导向矢量

对第 k 个信号的导向矢量求平均获得初始估计值 $\bar{\mathbf{a}}_k$ 。为了进一步提高估计精度, 根据不确定集理论^[9], 由 $\bar{\mathbf{a}}_k$ 确定不确定集半径, 即

$$\gamma_k = \max((\mathbf{a}_k(t, f) - \bar{\mathbf{a}}_k)^H (\mathbf{a}_k(t, f) - \bar{\mathbf{a}}_k))。 \quad (21)$$

在导向矢量的不确定集内, 导向矢量的精确估计值是使期望信号的功率最大的 $\hat{\mathbf{a}}_k$, 可列出

$$\max_{\hat{\mathbf{a}}_k} \hat{\sigma}_k^2 \quad (22)$$

$$\text{s. t. } \mathbf{R} - \hat{\sigma}_k^2 \hat{\mathbf{a}}_k \hat{\mathbf{a}}_k^H \geq 0, (\hat{\mathbf{a}}_k - \bar{\mathbf{a}}_k)^H (\hat{\mathbf{a}}_k - \bar{\mathbf{a}}_k) \leq \gamma_k。$$

式(22)符合凸优化求解的条件, 可以使用内点法或者 CVX 凸优化工具箱计算。

2.4 波束形成

根据前面的分析可知, 利用 Capon 波束理论可形成所需的波束, 即

$$\min_{\mathbf{w}_{\text{opt}}} \mathbf{w}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w} \quad (23)$$

$$\text{s. t. } \mathbf{w}^H \hat{\mathbf{a}}_k = 1。$$

根据 Lagrange 乘数法可以得到最优权矢量

$$\mathbf{w}_{\text{opt}} = \frac{\mathbf{R}_x^{-1} \hat{\mathbf{a}}_k}{\hat{\mathbf{a}}_k^H \mathbf{R}_x^{-1} \hat{\mathbf{a}}_k}。 \quad (24)$$

综合上述分析, 算法最后可形成稳定的波束, 对稳定的接收期望信号有一定的意义。

2.5 算法复杂度分析

时频计算部分主要涉及到的是双线性自时频算法

和短时傅里叶变换算法的区别, 短时傅里叶变换的运算量较小, 但不是本文研究的重点, 本文主要分析后面的聚类方法。

文献[4]在分析时需要提取单源自项时频点, 其中涉及到的矩阵运算量为 $KM^2N^2 + (o(M^3) + 1)N_1$, 其中, $o(M^3)$ 表示矩阵特征分解的运算量, N_1 表示去除噪声后的时频点。本文涉及到矩阵运算量是 $(M+1)N^2$, 本文算法运算量明显较低。

提取导向矢量不确定集的运算量也存在一定的差异。文献[4]的运算量主要是 $N_1(N_1 - 1)M/2 + K \cdot [(o(M^3) + M^2)L + 2M^2 + MN]$, 其中, $o(M^3)$ 表示矩阵求逆的运算量。本文算法的计算量主要是 $2(N_1 - 1)$, 对比可知本文的运算量较低。

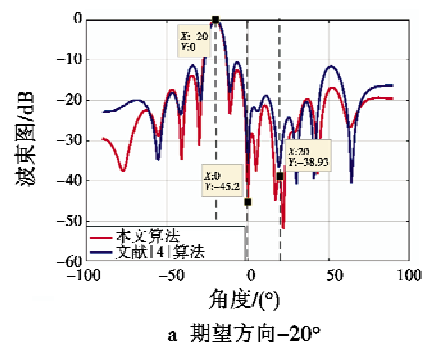
3 仿真分析

考虑一个 10 阵元的均匀线性阵列, 阵元间距 $d = \lambda_{\min}/2$, 为了不失一般性, 有 3 个不相干的远场信号射入, 并且频率附近存在一定的波动。假设一个是单频信号 S_1 , 入射角是 -20° , 信号频率是 100 MHz, 频率波动范围是 90 ~ 101 MHz; 一个是单频信号 S_2 , 入射角为 0° , 信号频率为 120 MHz, 频率波动范围为 119 ~ 121 MHz; 一个是单频信号 S_3 , 入射角为 20° , 信号频率为 90 MHz, 频率波动范围为 89 ~ 91 MHz, 输入信噪比均为 -5 dB。设置不同的仿真条件, 分别进行 400 次蒙特卡罗实验, 将本文算法与文献[4]算法和高阶累积量^[7]的方法进行对比, 分析总结算法性能。

3.1 阵列波束形成性能

本次实验中分别对 3 个期望信号做波束形成, 从主瓣宽度、形成零陷等方面进行分析。

如图 4 所示, 在 3 个信号从不同角度入射时, 可以形成多个信号的波束, 并且对非期望信号位置形成较深的零陷, 实现信号的盲源分离。由于 3 个信号的导向矢量是同时得到, 所以对应的 3 个波束也是同时形成的, 可以大大提高波束形成的效率, 同时实现多目标的信号分离接收。



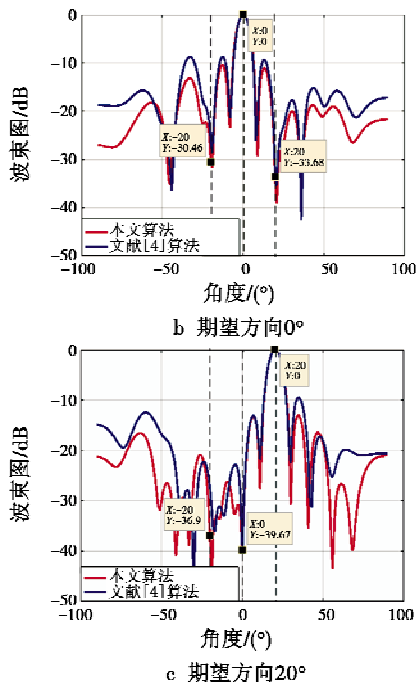


图4 本文算法所得的波束响应图
Fig. 4 The beam response diagram obtained by our algorithm

从图4中可看出,本文算法与文献[4]算法在主瓣宽度和零陷深度上基本一致,但是本文算法由于上文分析中提到的计算量较小,可以更快地形成波束。

3.2 算法输出性能的比较分析

本次实验中信噪比为 $-20 \sim 20$ dB,步长为 5 dB,采样频率是 200 MHz。将入射角度为 -20° 的信号作为期望信号,对其形成波束。

如图5a所示,比较本文算法与文献[4]算法和高阶累积量方法的输出信噪比随输入信噪比的变化趋势。当信噪比较低时,本文算法与文献[4]算法相比,由于利用了信号本身的能量聚集特性,分类时受到噪声的干扰更小,表现出较好的输出性能。随着信噪比的提高,本文算法与文献[4]算法性能相当。高阶累积量的算法由于受到噪声的干扰,子空间之间的耦合作用较大,导致输出性能较弱。

将信噪比固定为 -5 dB,采样快拍数为 $160 \sim 400$,步长为 40 。其他条件不变,比较本文算法与文献[4]算法和高阶累积量方法的输出信噪比与输入信噪比的关系。从图5b中可以看出,本文算法在不同快拍数的情况下,与文献[4]算法的性能相近,优于高阶累积量的方法。

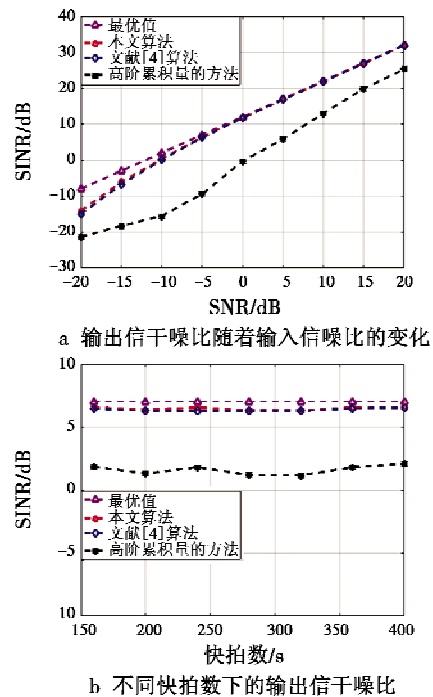
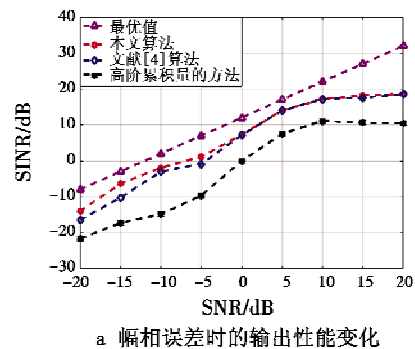


图5 各算法的波束输出性能
Fig. 5 Beam output performance of different algorithms

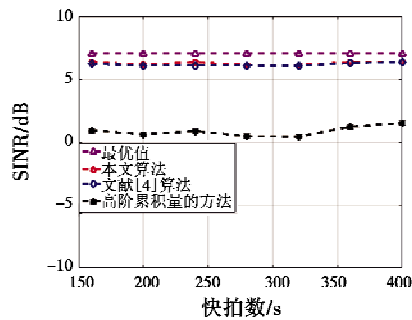
3.3 波束形成的稳健性能

本次实验中将考虑通道存在一定误差的情况下波束形成的效果,接收通道存在幅相误差,幅度误差服从方差是 -2 dB 的高斯分布,相位误差服从 $[-30^\circ, 30^\circ]$ 的均匀分布。将入射角度 -20° 信号作为期望信号,对其形成波束。

从图6中可以看到,当通道存在幅相误差时,各个算法输出性能受到较大的限制,这是由于幅相误差造成估计出的导向矢量与理想的导向矢量之间存在较大的差异导致干扰抑制深度变浅,主瓣指向发生偏差。但是本文算法与其他算法相比,在信噪比较低和快拍数较少的情况下仍具有较好的输出性能。



a 幅相误差时的输出性能变化



b 幅相误差时不同快拍数下的输出性能变化

图6 不同算法在存在幅相误差时的波束图

Fig. 6 The beam patterns of different algorithms with gain-phase error

4 结论

针对现有的盲波束形成算法在多目标探测时通用性较差、系统结构复杂、计算量较大的问题,本文提出一种结合短时傅里叶变换和能量定向累积的信号探测算法,运算量较之其他算法有明显减少,最后利用凸优化工具估计导向矢量并行快速形成盲波束,简化算法结构。

仿真实验结果表明,本文提出的算法较之传统的方法运算量小、系统结构比较简单。通过基于二阶差分运算的聚类方法结合不确定集思想精确估计信源数以及相对应的导向矢量,使本文算法在有通道误差的情况下仍具有较好的输出性能。

参考文献

[1] 鄢社锋,马晓川. 宽带波束形成器的设计与实现[J]. 声学学报,2008,33(4):317-326.
 [2] 刘振,孙超,刘雄厚,等. 一种加权稀疏约束稳健 Capon 波束形成方法[J]. 物理学报,2016,65(10):151-159.
 [3] 李宁,汤俊,彭应宁. 频域宽带波束形成算法[J]. 清华大学学报:自然科学版,2008,48(7):1127-1130.

[4] 刘亚奇,刘成城,赵拥军,等. 基于时频分析的多目标盲波束形成算法[J]. 物理学报,2015,64(11):239-249.
 [5] 刘可,钱华明,马俊达. 一种基于导向矢量约束的恒模盲波束形成算法[J]. 哈尔滨工业大学学报,2016,48(9):151-156.
 [6] 史公正,陈建春,耿富录. 基于循环平稳性的盲波束形成改进算法[J]. 西安电子科技大学学报,2003,30(3):370-373.
 [7] 沈怡平,滕升华. 基于四阶累积量的稳健盲波束形成算法[J]. 电波科学学报,2008,23(6):1056-1060.
 [8] 李良敏,任景岩. 基于粒子群算法优化的独立分量分析算法[J]. 振动与冲击,2015,34(8):8-11.
 [9] 熊坤来,柳征,姜文利. 基于阵列接收模型的宽带盲源分离算法[J]. 系统工程与电子技术,2014,36(4):613-618.
 [10] 宋晓宇,袁帅,郭寒冰,等. 基于自适应阈值区间的广义 Hough 变换图形识别算法[J]. 仪器仪表学报,2014,35(5):1109-1117.
 [11] 吴涛,袁嗣杰,陈进军,等. 一种新的 LFM 信号检测算法仿真分析[J]. 系统仿真学报,2008,20(9):2395-2428.
 [12] 赵彤璐,廖桂生,杨志伟. 基于短时迭代自适应-逆 Radon 变换的微多普勒提取方法[J]. 电子学报,2016,44(3):505-513.
 [13] GERSHMAN A B, SIDIROPOULOS N D, SHAHBAZ PAN-AHI S, et al. Convex optimization-based beamforming[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2010, 27(3):62-75.
 [14] YU Z L, SER W, MENG H E, et al. Robust adaptive beamformers based on worst-case optimization and constraints on magnitude response[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(7):2615-2628.
 [15] NAI S E, SER W, YU Z L, et al. A robust adaptive beamforming framework with beampattern shaping constraints [J]. IEEE Transactions on Antennas & Propagation, 2009, 57(7):2198-2203.