

引用格式:程雷,符强,孙希延,等.基于最大似然估计的锁频环改进算法[J].电光与控制,2019,26(6):45-48,53. CHENG L, FU Q, SUN X Y, et al. An improved algorithm of frequency-locked loop based on maximum likelihood estimation[J]. Electronics Optics & Control, 2019, 26(6):45-48, 53.

## 基于最大似然估计的锁频环改进算法

程雷<sup>a</sup>, 符强<sup>a</sup>, 孙希延<sup>a</sup>, 任风华<sup>b</sup>, 李基武<sup>a</sup>

(桂林电子科技大学, a. 广西精密导航技术与应用重点实验室; b. 电子工程与自动化学院, 广西 桂林 541004)

**摘要:** 在森林、室内、高空轨道等弱信号环境中,卫星导航接收机已不能使用传统锁频环正常跟踪接收信号多普勒频率,针对这一问题,基于最大似然估计提出了一种改进的锁频环算法,在传统锁频环混频器之前加入最大似然估计模块,给出了该算法的推导过程,结合传统锁频环的实现结构,提出一种整合了该算法的实现方案。仿真结果表明,该算法比传统锁频环在频率跟踪性能上有很大的改进。

**关键词:** 载波跟踪; 锁频环; 弱信号; 最大似然估计; 多普勒频率

中图分类号: O213.2 文献标志码: A doi:10.3969/j.issn.1671-637X.2019.06.009

## An Improved Algorithm of Frequency-Locked Loop Based on Maximum Likelihood Estimation

CHENG Lei<sup>a</sup>, FU Qiang<sup>a</sup>, SUN Xi-yan<sup>a</sup>, REN Feng-hua<sup>b</sup>, LI Ji-wu<sup>a</sup>

(Guilin University of Electronic Technology, a. Guangxi Key Laboratory of Precision Navigation Technology and Application; b. College of Electronic Engineering and Automation, Guilin 541004, China)

**Abstract:** In such environments as forests, indoor rooms and high-altitude orbits with weak signals, the satellite navigation receiver can not use the traditional Frequency-Locked Loop (FLL) to track the Doppler frequency of received signal normally. To solve this problem, an improved algorithm of FLL based on maximum likelihood estimation is proposed. In this algorithm, the maximum likelihood estimation module is inserted before the mixer of the traditional FLL. The proposed algorithm is formulated in detail. Based on the structure of traditional FLL, an implementation scheme is also proposed to enhance its performance. Simulation results show that: Compared with the traditional FLL, the improved algorithm has a great improvement on the performance of frequency tracking.

**Key words:** carrier tracking; frequency-locked loop; weak signal; maximum likelihood estimation; Doppler frequency

### 0 引言

为了满足室内、城市峡谷、高轨航天器等特殊环境下的导航定位需求,对于高灵敏度 GNSS 接收机的研究已有多年历史。载波跟踪环路是整个 GNSS 接收机设计中最重要也是最薄弱的一环,是对接收信号的载

波频率和载波相位进行精确跟踪的过程<sup>[1-4]</sup>。在上述特殊环境中,载噪比低于 35 dB/Hz 的微弱卫星导航信号十分常见,传统载波环已不能满足跟踪需求。为了解决这个问题,增加相干积分时间以提高信噪比是一种常用的手段,但受导航电文长度和本地时钟误差等因素影响,相干积分时间不能无限增加,需寻求载波跟踪环路结构上的改进,目前已提出的方法主要有 3 类:第一类为利用外界传感器辅助载波跟踪,如利用惯导系统(INS)辅助跟踪微弱卫星导航信号<sup>[5]</sup>,能有效减小环路带宽并且保持良好的动态性能,但该方法受限于外部传感器提供信息的精确度;第二类为基于传统载波环的改进,如文献[6]在分析传统锁相环的基础上提出了 4 种归一化的锁相环鉴别器算法,文献[7]提出一种 UFAPLL 鉴别器算法,文献[8]提出快速傅里

收稿日期:2018-07-12 修回日期:2018-08-19

基金项目:国家自然科学基金(61362005,61561016,11603041);广西技术创新引导专项(桂科 AC16380014);广西精密导航技术与应用重点实验室项目(DH201707);四川科技计划项目(17ZDYF1495);桂林电子科技大学研究生教育创新计划资助项目(2018YJXC19, 2018YJXC31)

作者简介:程雷(1994—),男,河南永城人,硕士生,研究方向为卫星导航技术。

叶变换(FFT)鉴频器算法,文献[9]在对传统锁相环和锁频环(FFL)进行分析的基础上,提出了一种锁相锁频环共用四象限反正切函数单元的鉴别器算法;第三类为基于信号估计理论的载波环参数估计方法,如最大似然估计<sup>[10-12]</sup>与卡尔曼滤波<sup>[13-15]</sup>,这类载波参数估计方法理论上都能够低载噪比时精确估计卫星信号载波参数,但现有的估计技术都采用闭环设计结构,这种基于反馈估计的方法虽然估计精度较高,但存在估计时间较长、且当载波环锁在一个错误的频率或相位上时不再向真实值收敛的现象,而基于前向的估计方法估计速度较快,但是精度较差,跟踪性能较差。

本文结合反馈估计和前向估计的特点,提出一种基于最大似然估计的锁频环改进算法,采用最大似然估计在卫星导航信号解调前对载波频率进行估计,并输入给本地载波模块,然后结合传统二阶锁频环进一步反馈调节,实现在极低载噪比条件下的高精度载波跟踪。

### 1 传统锁频环

接收到的 GPS 信号经过下变频和 AD 采样处理后得到中频信号为

$$R(t) = A\cos(\omega_i t + \theta_i)C(t - \tau_0)D(t) + w(t) \quad (1)$$

式中: $A$  为信号幅度; $\omega_i$  为接收信号载波频率; $\theta_i$  为接收信号载波初始相位; $C(\cdot)$  为伪码; $\tau_0$  为接收信号伪码与本地复制伪码之间的码位差; $D(t)$  表示导航电文; $w(t)$  为服从  $N(0, \sigma^2)$  分布的高斯白噪声。

如图 1 所示,中频信号  $R(t)$  与本地载波正弦信号、余弦信号混频后得到基带信号,输入相关器中与本地伪码做相关运算,然后通过积分清除器低通滤波除基带信号中的高频信号成分和噪声,以提高信噪比。

积分清除器输出相干积分值,鉴频器对相干积分值进行处理,输出接收信号与本地载波的频率差,再经环路滤波器低通滤波后把载波频率差反馈给载波数控振荡器。

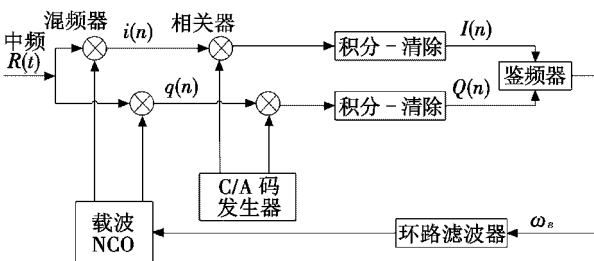


图 1 传统锁频环

Fig. 1 Traditional frequency-locked loop

### 2 最大似然多普勒频率估计算法的推导

为了实现在极弱 GPS 信号条件下仍能高精度跟

踪,对传统锁频环进行改进。如图 2 所示,在接收信号载波与本地载波混频之前加入最大似然估计模块,利用最大似然估计原理对多普勒频率进行粗略估计,再利用鉴频器进一步精确调频,实现对极弱信号的高精度载波跟踪。

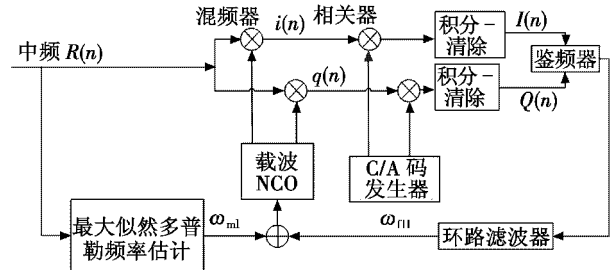


图 2 基于最大似然多普勒频率估计的锁频环

Fig. 2 Frequency-locked loop based on maximum likelihood Doppler frequency estimation

由于实际接收机中,对数字中频信号进行分段矢量处理,如可以每 1 ms 做一次信号处理,即按一个伪码周期进行处理,如果 AD 采样率是 16.368 MHz,那么中频信号矢量长度  $N$  为 16368。先对式(1)进行展开,然后转化成矢量形式。式(1)的展开式为

$$R(t) = A\cos(\omega_i t) \cos(\theta_i)C(t - \tau_0)D(t) - A\sin(\omega_i t) \sin(\theta_i)C(t - \tau_0)D(t) \quad (2)$$

式(2)写成矢量形式为

$$\mathbf{R} = [\cos(\omega_i t)C(t - \tau_0) \quad -\sin(\omega_i t)C(t - \tau_0)] \cdot \begin{bmatrix} A\cos(\theta_i)D(t) \\ A\sin(\theta_i)D(t) \end{bmatrix} + \mathbf{W} \quad (3)$$

令

$$P_1(\omega_i, \tau_0) = \cos(\omega_i t)C(t - \tau_0) \quad (4)$$

$$P_2(\omega_i, \tau_0) = -\sin(\omega_i t)C(t - \tau_0) \quad (5)$$

$$b_1(\theta_i, A) = A\cos(\theta_i)D(t) \quad (6)$$

$$b_2(\theta_i, A) = A\sin(\theta_i)D(t) \quad (7)$$

由于  $\mathbf{W}$  服从正态分布  $N(0, \sigma^2)$ ,则接收到的中频信号矢量  $\mathbf{R}$  的概率密度函数为

$$p(\mathbf{R}; \omega_i, \tau_0, \theta_i, A, D) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{N/2}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \|\mathbf{R} - P_1(\omega_i, \tau_0)b_1(\theta_i, A) - P_2(\omega_i, \tau_0)b_2(\theta_i, A)\|^2\right) \quad (8)$$

式中,  $\|\cdot\|^2$  表示 2-范数。

最大似然估计需要使式(8)中频信号矢量  $\mathbf{R}$  的概率密度函数取得最大值,即需要使

$$J(\omega_i, \tau_0, \theta_i, A) = \|\mathbf{R} - P_1(\omega_i, \tau_0)b_1(\theta_i, A) - P_2(\omega_i, \tau_0)b_2(\theta_i, A)\|^2 \quad (9)$$

非线性最小二乘估计值最小。

显然,使式(9)最小是一个非线性最小二乘估计问题,由此可见,在噪声为服从正态分布的高斯白噪声

时,最大似然估计问题可等价转化为最小二乘估计问题, $[\omega_i, \tau_0, \theta_i, A]$ 为其待估计参数,其中, $\omega_i$ 和 $\theta_i$ 是研究人员真正关心的参数。使用参数变换和参数分离相结合的方法求解这个最小二乘估计问题。

令

$$\mathbf{P} = [P_1(\omega_i, \tau_0) \quad P_2(\omega_i, \tau_0)] \quad (10)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1(\theta_i, A) \\ b_2(\theta_i, A) \end{bmatrix} \quad (11)$$

则式(3)可写成

$$\mathbf{R} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{B} + \mathbf{W} \quad (12)$$

若给定参数 $\omega_i, \tau_0$ ,则 $\mathbf{P}$ 变为常量,根据最小二乘估计原理<sup>[16]</sup>, $\mathbf{B}$ 的最小二乘估计为

$$\hat{\mathbf{B}} = (\mathbf{P}^H \mathbf{P})^{-1} \mathbf{P}^H \mathbf{R} \quad (13)$$

当参数 $\omega_i, \tau_0$ 为给定值时,则使用二维搜索法来求解。由于接收到的卫星信号经过捕获后,捕获模块会输出一个载波频率值给跟踪模块作为跟踪模块的本地载波频率初始值,将捕获输出的载波频率值记为 $\omega_0$ , $\omega_0$ 和 $\omega_i$ 的关系为 $\omega_i = \omega_0 + \omega_e$ , $\omega_e$ 是本地载波与接收信号载波的载波频率差,因此可以把对参数 $\omega_i, \tau_0$ 的二维搜索转化为对参数 $\omega_e, \tau_0$ 的二维搜索。由于经过捕获后,载波频率差 $\omega_e$ 会缩小到一个较小的范围,将 $\omega_e$ 的取值范围设定在 $[-500, 500]$ (单位 Hz),搜索步长设为 10 Hz 的整数倍。 $\tau_0$ 的取值范围在正负一个码片之间,搜索步长为中频数据采样周期的整数倍。以下结合二维搜索法给出整个最大似然多普勒频率估计算法的步骤流程。

1) 首先给定参数 $\omega_e$ 和 $\tau_0$ 的初始值,复制出本地载波和本地伪码。

2) 由式(13)计算出 $\hat{\mathbf{B}}$ 。为了减小计算量,可根据搜索步长事先计算出矩阵 $\mathbf{P}$ ,进而计算出 $(\mathbf{P}^H \mathbf{P})^{-1} \mathbf{P}^H$ ,并做成一个存储表。

3) 根据式(9)计算出 $J(n)$ 。

4) 由步骤2)得到 $\hat{\mathbf{B}}$ 后,结合式(11)得到 $\hat{b}_1$ 和 $\hat{b}_2$ ,此时可由四象限反正切函数法求得 $\theta_i$ 为

$$\theta_i = \arctan 2 \frac{\sin \theta_i}{\cos \theta_i} = \arctan 2 \frac{\hat{b}_2}{\hat{b}_1} \quad (14)$$

5) 重复步骤1)~步骤4),得到 $J(0), J(1), J(2), \dots$ ,然后对所有 $J$ 值进行比较,找到最小值,其所对应的参数 $[\omega_e, \tau_0, \theta_i]$ 即为最大似然估计值,其中 $\omega_e$ 和 $\theta_i$ 是我们真正关心的参数。

6) 由于实际接收机中对中频信号进行分段矢量处理,如每 1 ms 进行一次信号跟踪,由上述步骤求得当前 1 ms 的参数 $\omega_e$ 和 $\theta_i$ 的最大似然估计值后,记为 $\omega_{ml}$ 和 $\theta_{ml}$ ,输入本地载波 NCO 中;与此同时,鉴频器从上一个相干积分环路中得到一个载波频率差,记为

$\omega_{fll}$ ,把 $\omega_{ml}$ 和 $\omega_{fll}$ 相加后共同调控载波 NCO。

### 3 性能仿真与分析

用于测试本文提出的最大似然多普勒频率估计算法性能的仿真卫星号为 GPS L1 频点 1 号星,改进锁频环和传统锁频环中的鉴频器均使用四象限反正切函数法,整个锁频环路均为二阶锁频环,环路带宽设定为 21 Hz。下面分别从静态和动态两种情形来仿真算法性能。

#### 3.1 静态仿真结果与分析

仿真参数:接收 GPS 信号的多普勒频移为 150 Hz,多普勒频率变化率为 0 Hz/s,载噪比有 22 dB/Hz 和 28 dB/Hz 两种。

图 3a 和图 3b 分别仿真了在静态情况下典型低载噪比  $C/N_0$  为 28 dB/Hz 和 22 dB/Hz 时传统锁频环及本文提出的改进锁频环的频率估计值。当载噪比  $C/N_0$  为 28 dB/Hz 时,两种锁频环均能锁定多普勒频率,但改进锁频环的频率估计误差明显低于传统锁频环,改进锁频环的频率误差保持在  $-14 \sim 14$  Hz 的范围内。当载噪比降至 22 dB/Hz 时,传统锁频环已不能锁定多普勒频率,而改进锁频环仍能正常跟踪,只是频率误差波动范围有所扩大,但仍保持在  $-34 \sim 34$  Hz 的范围内。

图 4 仿真了改进锁频环和传统锁频环在不同载噪比时对测试信号多普勒频率的频率误差均方差,其结果表明,在静态情况下,改进锁频环较传统锁频环在低载噪比条件下对多普勒频率跟踪性能有显著改善。

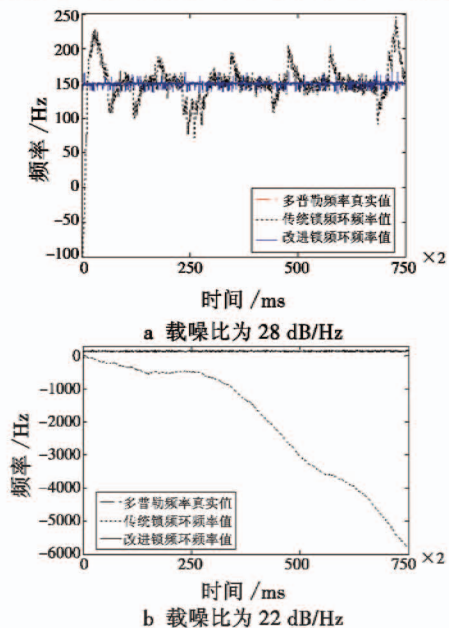


图3 静态时改进与传统锁频环在典型低载噪比下的频率误差

Fig. 3 The static frequency errors of the traditional and improved FLL under low carrier-to-noise ratios

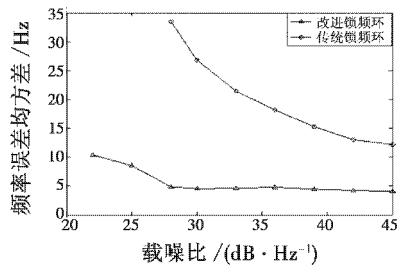


图4 静态时改进与传统锁频环在不同载噪比下的频率误差均方差

Fig. 4 MSE of static frequency error of the improved and traditional FLLs under different carrier-to-noise ratios

### 3.2 动态仿真结果与分析

仿真参数:接收 GPS 信号的多普勒初始频率为 150 Hz,多普勒频率变化率为 100 Hz/s,载噪比分别为 22 dB/Hz 和 28 dB/Hz。

在动态条件下,改进和传统锁频环在两种载噪比情形时的频率估计值如图 5 所示。从图中可以看出,当载噪比  $C/N_0$  为 28 dB/Hz 时,两种锁频环都能跟踪多普勒频率,但传统锁频环的频率误差波动范围明显大于改进锁频环。随着载噪比降低至 22 dB/Hz,与传统时的情形一样,传统锁频环失锁,改进锁频环仍能很好地跟踪多普勒频率,且频率误差保持在一个较小的范围内。

图 6 仿真了动态情形下两种锁频环在不同载噪比下的多普勒频率误差均方差。从图中可以看出,传统锁频环频率误差均方差范围为 18 ~ 63 Hz,而改进锁频环的频率误差均方差保持在 15 Hz 范围内,其结果充分表明,改进锁频环较传统锁频环对多普勒频率有更稳定的跟踪性能。

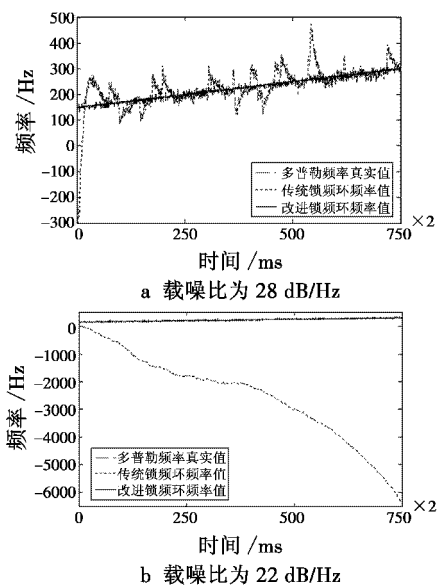


图5 动态时改进与传统锁频环在两种载噪比下的频率误差  
Fig. 5 The dynamic frequency error of the traditional and improved FLL under two carrier-to-noise ratios

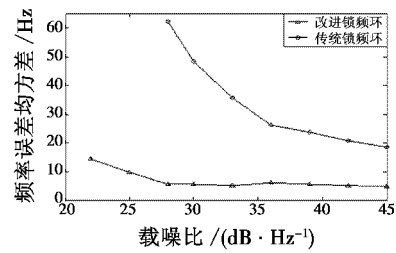


图6 动态时改进与传统锁频环在不同载噪比下的频率误差均方差

Fig. 6 MSE of dynamic frequency error of the traditional and improved FLLs under different carrier-to-noise ratios

## 4 结论

在锁频环混频器前加入最大似然估计模块,利用最大似然估计原理对接收信号的多普勒频率进行粗略估计,并结合传统二阶锁频环共同调控本地载波 NCO,可以有效地提高对弱信号的跟踪门限、跟踪精度以及跟踪稳定性。

仿真实验表明,基于最大似然多普勒频率估计的锁频环有着更低的跟踪门限,能准确跟踪载噪比低至 22 dB/Hz 的弱信号,且在相同载噪比条件下,改进锁频环的跟踪精度高于传统锁频环,跟踪稳定性也更好。然而上述方法也存在计算量大、硬件资源消耗多的缺点。

## 参考文献

- [1] WANG X L, JI X C, FENG S J, et al. A high-sensitivity GPS receiver carrier-tracking loop design for high-dynamic applications [J]. GPS Solutions, 2015, 19 (2): 225-236.
- [2] PSIAKI M L. Smoother-based GPS signal tracking in a software receiver [C]//Proceedings of 14th International Technical Meeting of the Satellite Division of the U. S. Institute of Navigation, 2001:2900-2913.
- [3] LIU Y, ZHANG J, ZHU Y B. Weak satellite signal tracking loop based on traditional tracking framework [J]. Wireless Personal Communications, 2013, 70 (4): 1761-1775.
- [4] BORIO D. Double phase estimator; new unambiguous binary offset carrier tracking algorithm [J]. IET Radar, Sonar and Navigation, 2014, 8(7): 729-741.
- [5] BABU S R, WANG J L. Analysis of INS derived Doppler effects on carrier tracking loop [J]. The Journal of Navigation, 2005, 58(3): 493-507.
- [6] PROGRI I F, KELLEY C W, GAO G J, et al. Discrete vs continuous carrier tracking loop theory, implementation, and testing with large BT [C]//The 20th International Technical Meeting of the Satellite Division of the U. S. Institute of Navigation, 2007:2584-2610.

## 4 结论

本文针对 GPS/BDS 双模卫星导航系统提出了一种改进的快速卫星选择算法,该算法有效地运用 GDOP 快速计算的优点,并对卫星的信噪比情况加以利用。实验结果表明,所提选星算法满足定位实时性、精度和鲁棒性的要求,在此基础上极大减少了 GDOP 的计算量,为多星座导航系统卫星选择提供了一个新方法。

## 参考文献

- [1] MENG F C, WANG S, ZHU B C. Research of fast satellite selection algorithm for multi-constellation [J]. Chinese Journal of Electronics, 2016, 25(6):1172-1178.
  - [2] 黄继拯,刘红,赵艳,等. GPS/北斗的组合选星算法研究[J]. 舰船电子工程,2011,31(8):81-83.
  - [3] KONG J H, MAO X C, SHAO Y. BDS/GPS satellite selection algorithm based on polyhedron volumetric method [C]//IEEE/SICE International Symposium on System Integration, 2014:340-345.
  - [4] 田安红,付承彪,董德春,等. 一种改进的选星算法在 GPS 定位系统中的应用[J]. 海军工程大学学报,2014,26(2):45-48.
  - [5] AZAMI H, SANEI S, ALIZADEH H. GPS GDOP classification via advanced neural network training[C]//International Conference on Contemporary Issues in Computer and Information Sciences, 2012. doi:10.13140/2.1.3368.5769.
  - [6] RANJBAR M, MOSAVI M R. Simulated annealing clustering for optimum GPS satellite selection [J]. International Journal of Computer Science Issues, 2012, 9(3):100-104.
  - [7] 刘帅,赵国荣,高超,等. GPS/北斗组合卫星导航系统快速选星算法[J]. 电光与控制,2017,24(3):32-35.
  - [8] 张文炳,刘以安,薛松,等. 北斗/GPS 卫星导航系统选星算法研究[J]. 计算机仿真,2016,33(5):84-87,130.
  - [9] 公才赫,茅旭初,李少远. 一种 BDS/GPS 双系统融合导航的快速选星方法[J]. 上海交通大学学报,2017,51(6):641-646.
  - [10] 谢钢. GPS 原理与接收机设计[M]. 北京:电子工业出版社,2015.
  - [11] 张兆龙,王跃钢,腾红磊,等. 一种基于遗传算法和 BP 神经网络的选星方法[J]. 物探与化探,2017,41(5):946-950.
  - [12] MENG F, ZHU B, WANG S. A new fast satellite selection algorithm for BDS-GPS receivers [C]//SiPS Proceedings, 2013:371-376.
  - [13] 黄健,巴晓辉,刘海洋,等. 一种基于定位误差的多星座快速选星算法[J]. 科学技术与工程,2015,15(13):87-91.
  - [14] 冯彪,柴洪洲,潘宗鹏,等. 一种改进的组合导航系统选星算法[J]. 测绘工程,2018,27(2):26-31.
  - [15] DAN S, EL-SHERIEF H. Navigation satellite selection using neural networks[J]. Neurocomputing, 1995, 7(3):247-258.
  - [16] WEI M M, WANG J, YANG X B. An improved satellite selection algorithm [C]//The 11th International Conference on Signal Processing, IEEE, 2012:2258-2261.
- 
- (上接第 48 页)
- [7] RONCAGLIOLO P A, GARCIA J G, MURAVCHIK C H. Pull-out probability and tracking threshold analysis for high dynamics GNSS carrier loops [C]//Proceedings of the 21th International Technical Meeting of the Satellite Division of the U. S. Institute of Navigation, 2008:221-228.
  - [8] 程乃平,任宇飞,吕金飞. 高动态扩频信号的载波跟踪技术研究[J]. 电子学报,2003,31(12A):2147-2150.
  - [9] 姜毅,张淑芳,胡青. 一种低复杂度 GPS 载波跟踪环路设计[J]. 电子学报,2010,38(12):2822-2826.
  - [10] HE Z, PETOVELLO M. Performance comparison of Kalman filter and maximum likelihood carrier phase tracking for weak GNSS signal [C]//International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN), IEEE, 2015. doi:10.1109/IPIN.2015.7346959.
  - [11] WON J H, PANY T, ELSSFELLER B. Noniterative filter-based maximum likelihood estimators for GNSS tracking [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2012, 48(2):1100-1114.
  - [12] 郇浩,陶选如,陶然. 多普勒频率变化率快速最大似然估计辅助的高动态载波跟踪环路[J]. 电子与信息学报,2014,36(3):577-582.
  - [13] PSIAKI M L, JUNG H. Extended Kalman filter methods for tracking weak GPS signals [C]//Proceedings of 14th International Technical Meeting of the Satellite Division of the U. S. Institute of Navigation, 2002:2539-2553.
  - [14] 欧春湘,杨嘉伟,胡强. 基于卡尔曼滤波的锁频环改进算法[J]. 系统工程与电子技术,2014,36(12):2371-2375.
  - [15] TANG X H, FALCO G, FALLETTI E, et al. Theoretical analysis and tuning criteria of the Kalman filter-based tracking loop [J]. GPS Solutions, 2015, 19(3):489-503.
  - [16] MEHRABI H, VOOSOGHI B. Recursive moving least squares [J]. Engineering Analysis with Boundary Elements, 2015, 58:119-128.