

引用格式:郝现伟,李铎,魏双成,等.摇臂式起落架无人机地面滑跑数学模型与仿真[J].电光与控制,2019,26(6):27-33,74. HAO X W, LI D, WEI S C, et al. Mathematical modeling and simulation of taxiing of UAVs with articulated landing gear[J]. Electronics Optics & Control, 2019, 26(6):27-33, 74.

摇臂式起落架无人机地面滑跑数学模型与仿真

郝现伟, 李铎, 魏双成, 王颖
(北京宇航系统工程研究所,北京 100076)

摘要:针对具有摇臂式起落架无人机的地面滑跑数学建模问题,通过充分地分析无人机起落架缓冲器的运动特性,考虑机轮滚动摩擦特性、主轮刹车特性及机轮侧偏力对无人机的作用,同时考虑气动力及其力矩,根据刚体动力学和运动学理论,建立能全面反映无人机地面滑跑物理运动特性的六自由度非线性全量数学模型。以某无人机为例,进行了数学建模与仿真分析。仿真结果表明,所建立的六自由度非线性全量数学模型能真实地反映出无人机地面滑跑物理运动特性。

关键词:摇臂式起落架;无人机;地面滑跑;数学模型

中图分类号:V219 文献标志码:A doi:10.3969/j.issn.1671-637X.2019.06.006

Mathematical Modeling and Simulation of Taxiing of UAVs with Articulated Landing Gear

HAO Xian-wei, LI Duo, WEI Shuang-cheng, WANG Ying
(Beijing Institute of Astronautical Systems Engineering, Beijing 100076, China)

Abstract: To the problem of mathematical modeling of taxiing of UAVs with articulated landing gear, a detailed analysis is made to the movement characteristics of the landing gear buffer. Considering the wheel rolling friction characteristics, the main wheel differential braking characteristics and the lateral deflection of the wheel, also taking into account of the aerodynamic force and its torque, and based on the theory of rigid body dynamics and kinematics, we established a six-degree-of-freedom nonlinear full-scale mathematical model, which can fully reflect the physical motion characteristics of the taxiing of UAVs. Taking a certain UAV as an example, we carried out mathematical modeling and simulation analysis. The simulation results show that the established six-degree-of-freedom nonlinear full-scale mathematical model can truly reflect the physical movement characteristics for UAV taxiing.

Key words: articulated landing gear; UAV; taxiing; mathematical model

0 引言

无人机地面滑跑是整个飞行过程的关键阶段,也是飞行安全事故多发阶段^[1]。无人机在地面滑跑过程中,除了受气动力和重力作用外,还受地面作用力的影响,地面作用力包括滚动摩擦力、刹车力、机轮侧偏力。由于速度变化较大,气动力和地面作用力之间耦合严重^[2],地面滑跑数学模型难以精确建立,但精确的地面滑跑模型对无人机起飞及着陆的安全性和滑跑侧偏控制律的设计起到决定性作用^[3-4],因此建立能精确而全面反映无人机地面滑跑物理运动特性的非线性全量

数学模型是决定无人机安全着陆的关键。

无人机地面滑跑数学建模问题引起了国内学者的广泛关注,然而多数学者仅对支柱式起落架数学建模进行了研究^[5-9],鲜有对摇臂式起落架数学建模进行全面而细致的研究。相对于支柱式起落架,摇臂式起落架数学建模的难点在于全面分析地面滑跑过程中无人机所受的气动力、重力、地面作用力及其力矩,理清支柱、缓冲器、摇臂及主轮之间的运动关系,充分分析缓冲器的运动特性,准确地建立摇臂式起落架缓冲器伸缩速度方程。

本文通过对无人机的摇臂式及支柱式起落架的受力情况进行全面分析,分别建立了机轮滚动摩擦力、刹车力、侧偏力力学方程,建立了摇臂式及支柱式起落架缓冲器的伸缩度方程,进而建立了无人机地面滑跑非线性全量数学模型,并最终在某验证机的飞行控制系

收稿日期:2018-07-19

修回日期:2018-08-13

基金项目:总装预研重点基金(9140A25030109HK0103)

作者简介:郝现伟(1985—),男,山东莘县人,博士,工程师,研究方向为无人机飞行控制和航电系统技术。

统仿真中得到充分验证。

1 基本假设

建立无人机地面滑跑数学模型时做如下基本假设：

- 1) 忽略摇臂质量；
- 2) 忽略缓冲器质量；
- 3) 忽略机轮转动惯量；
- 4) 地面滑跑时机轮偏角、滚转角和俯仰角不大；
- 5) 缓冲器与支柱和摇臂连接，形成二力杆。

2 无人机着陆滑跑受力分析

无人机在着陆飞行时受气动力及气动力矩作用。为便于对滑跑模式下无人机受力分析，将气动力作用点移至无人机质心。在机体坐标系内，气动力包括阻力、升力和侧力，分别用 Q, Y 和 Z 表示，其中， Q 沿 o_1x_1 向后为正， Y 沿 o_1y_1 向上为正， Z 沿 o_1z_1 向右为正；气动力矩包括滚转力矩、偏航力矩和俯仰力矩，分别用 M_x, M_y 和 M_z 表示，其中， M_x, M_y 和 M_z 分别与 o_1x_1 轴、 o_1y_1 轴和 o_1z_1 轴同向为正。

在至少一个机轮接地后，无人机除了受气动力及气动力矩作用外，还受地面作用力作用。图 1 表示了地面滑跑状态下无人机所受的地面作用力。

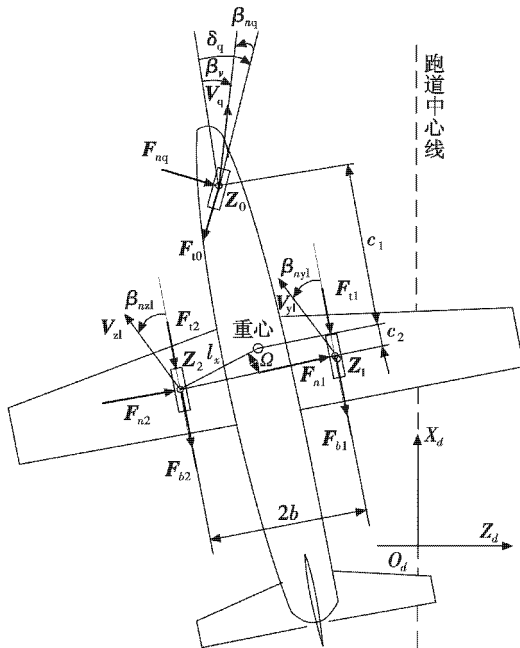


图 1 无人机的地面作用力
Fig.1 Ground forces on UAV

图 1 中： Z_0, Z_1 和 Z_2 分别为前轮、右主轮和左主轮的地面支撑力，方向垂直向上（各轮中心用圆圈表示）； F_{t0}, F_{t1} 和 F_{t2} 分别表示前轮、右主轮和左主轮所受的滚动摩擦力； F_{n2} 和 F_{n1} 分别表示左右主轮所受的侧偏力； F_{b1} 和 F_{b2} 分别表示两主轮的刹车力； δ_q 为前机轮平面相对无人机对称平面的夹角，左偏为正； β_v 为前轮速度方向相对无人机对称平面的夹角，左偏为正； β_{nq}

为前轮速度方向相对前轮轮毂平面的夹角，左偏为正； β_{nzl}, β_{nyl} 分别为左轮和右轮速度方向相对各自轮毂平面的夹角，左偏为正； c_1 和 c_2 分别为前轮和主轮到无人机质心的轴向距离； $2b$ 为主轮轮距。

3 起落架数学建模

无人机起落架由前起落架和主起落架组成，其中，前起落架为支柱式起落架，主起落架为摇臂式起落架，以下分别给出摇臂式起落架和支柱式起落架的详细建模过程。

3.1 主起落架相关力及其对质心力矩

无人机主起落架为摇臂式起落架，主要由支柱、缓冲器、摇臂和主轮组成，其中，支柱与机体固连，缓冲器与支柱和摇臂连接，摇臂与主轮轮轴和支柱连接，图 2 给出了各部件在机体中的安装位置。地面作用力通过主轮轮轴作用于起落架摇臂，摇臂可绕支柱连接点和主轮轮轴转动，带动缓冲器伸缩运动，缓冲器和摇臂再通过支柱作用于机体，来改变无人机的运动轨迹。

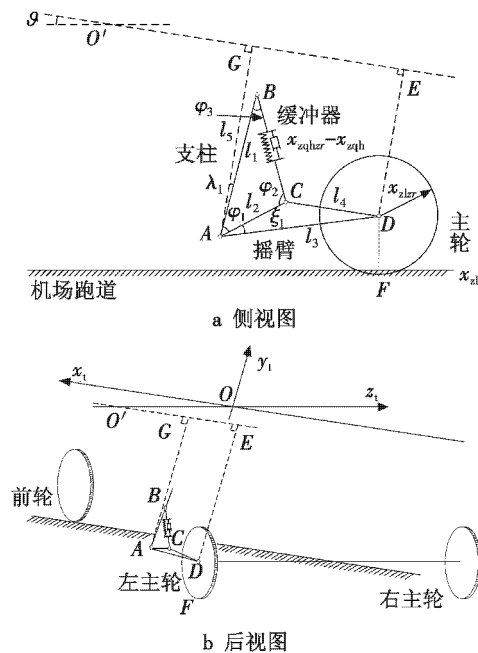


图 2 无人机主起落架结构简化图

Fig.2 Simplified structural diagram of UAV main landing gear

图 2 中， A, B 分别为支柱与摇臂和缓冲器的连接点， C 为摇臂与缓冲器的连接点， D 为主轮轮轴与摇臂的连接点。 A, B 和 C 构成的平面 ABC 与无人机对称面平行，与机体轴系中平面 $o_1x_1z_1$ 垂直相交，交线为 $O'E, O'$ 为无人机质心 O 在平面 ABC 上的投影。在平面 ABC 内，过 A 点做直线垂直于直线 $O'E$ ，交点为 G ，过 D 点做直线垂直于地面，交点为 F 。 x_{zqhr} 为主起缓冲器无压缩情况下 B 点至 C 点的长度， x_{zqh} 为主起缓冲器压缩量， x_{zlr} 为主轮轮胎无压缩情况下轮轴至轮胎边缘的长

度, x_d 为主轮轮胎压缩量。AG 与 AB 的夹角为 λ_1 , AC 与 AD 的夹角为 ξ_1 。 $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ 分别为 $\triangle ABC$ 的三条边 BC, AB, AC 对应的角。

在平面 ABC 内建立坐标系 $Ax_a y_a$, 坐标原点为 A, 轴 Ax_a 与机体轴 $o_i x_i$ 平行指向机头, 轴 Ay_a 垂直机体轴系中平面 $o_i x_i z_i$ 指向上方。A 点坐标为 (0, 0), B, C 和 D 点在坐标系 $Ax_a y_a$ 中的坐标分别为 $(x_B, y_B), (x_C, y_C)$ 和 (x_D, y_D) 。

$$\text{向量 } \vec{AB} \text{ 与向量 } \vec{AC} \text{ 的点积为}$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = |\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}| \cdot \cos \varphi_1 \quad (1)$$

则

$$x_B \cdot x_C + y_B \cdot y_C = l_1 \cdot l_2 \cdot \cos \varphi_1 \quad (2)$$

$$\text{其中, } \varphi_1 = \arccos \frac{l_1^2 + l_2^2 - (x_{zqhr} - x_{zqh})^2}{2 \cdot l_1 \cdot l_2}。$$

又由于

$$x_C^2 + y_C^2 = l_2^2 \quad (3)$$

则 C 点的坐标 (x_C, y_C) 为

$$\begin{cases} y_C = \frac{-b_C - \sqrt{b_C^2 - 4a_C c_C}}{2a_C} \\ HJx_C = \left(\frac{l_1^2 + l_2^2 - (x_{zqhr} - x_{zqh})^2}{2} - y_B \cdot y_C \right) / x_B \end{cases} \quad (4)$$

$$\text{式中: } a_C = l_1^2; b_C = [(x_{zqhr} - x_{zqh})^2 - l_1^2 - l_2^2] y_B; c_C = \left[\frac{l_1^2 + l_2^2 - (x_{zqhr} - x_{zqh})^2}{2} \right]^2 - l_2^2 \cdot x_B^2。$$

同理, D 点的坐标 (x_D, y_D) 为

$$\begin{cases} y_D = \frac{-b_D - \sqrt{b_D^2 - 4a_D c_D}}{2a_D} \\ x_D = \left(\frac{l_2^2 + l_3^2 - l_4^2}{2} - y_C \cdot y_D \right) / x_C \end{cases} \quad (5)$$

$$\text{式中: } a_D = l_2^2; b_D = -[l_2^2 \cdot y_C + l_3^2 \cdot y_C - y_C \cdot l_4^2]; c_D = \left[\frac{l_2^2 + l_3^2 - l_4^2}{2} \right]^2 - l_3^2 \cdot x_C^2。$$

已知无人机质心 O 点在地面坐标系中的坐标为 (x_d, y_d, z_d) , 则经坐标转换, 无人机质心 O 点在机体坐标系中的坐标 (x_t, y_t, z_t) 为

$$\begin{pmatrix} x_t \\ y_t \\ z_t \end{pmatrix} = \mathbf{B}_d^t \begin{pmatrix} x_d \\ y_d \\ z_d \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$\text{式中, 转换矩阵 } \mathbf{B}_d^t = \begin{bmatrix} \cos \vartheta & \sin \vartheta & 0 \\ -\cos \gamma \sin \vartheta & \cos \gamma \cos \vartheta & \sin \gamma \\ \sin \gamma \sin \vartheta & -\sin \gamma \cos \vartheta & \cos \gamma \end{bmatrix}。$$

3.1.1 地面支撑力和滚动摩擦力

1) 右主起落架。

已知 A 点在机身坐标系中的坐标为 $(x_{jsA_{yzq}}, y_{jsA_{yzq}}, z_{jsA_{yzq}})$, 则 D 点在机身坐标系中的坐标 $(x_{jsD_{yzq}}, y_{jsD_{yzq}}, z_{jsD_{yzq}})$ 为

$$\begin{pmatrix} x_{jsD_{yzq}} \\ y_{jsD_{yzq}} \\ z_{jsD_{yzq}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{D_{yzq}} \\ y_{D_{yzq}} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_{jsA_{yzq}} \\ y_{jsA_{yzq}} \\ z_{jsA_{yzq}} \end{pmatrix} \quad (7)$$

D 点在机体坐标系中的坐标 $(x_{tD_{yzq}}, y_{tD_{yzq}}, z_{tD_{yzq}})$ 为

$$\begin{pmatrix} x_{tD_{yzq}} \\ y_{tD_{yzq}} \\ z_{tD_{yzq}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_t \\ y_t \\ z_t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_{jsD_{yzq}} \\ y_{jsD_{yzq}} \\ z_{jsD_{yzq}} \end{pmatrix} \quad (8)$$

D 点在地面坐标系中的坐标 $(x_{dD_{yzq}}, y_{dD_{yzq}}, z_{dD_{yzq}})$ 为

$$\begin{pmatrix} x_{dD_{yzq}} \\ y_{dD_{yzq}} \\ z_{dD_{yzq}} \end{pmatrix} = \mathbf{B}_t^d \cdot \begin{pmatrix} x_{tD_{yzq}} \\ y_{tD_{yzq}} \\ z_{tD_{yzq}} \end{pmatrix} \quad (9)$$

则右主轮轮胎压缩量为

$$x_{yz1} = x_{yzlr} - y_{dD_{yzq}} \quad (10)$$

右主轮地面支撑力为

$$\mathbf{Z}_1 = f(x_{yz1}) \quad (11)$$

式中, 函数 $f(x_{yz1})$ 根据主起加载试验数据拟合得到。

右主轮滚动摩擦力为

$$\mathbf{F}_{t1} = \mu_{gd} \mathbf{Z}_1 \quad (12)$$

式中, μ_{gd} 为滚动摩擦系数。

2) 左主起落架。

已知 A 点在机身坐标系中的坐标为 $(x_{jsA_{zzq}}, y_{jsA_{zzq}}, z_{jsA_{zzq}})$, 则 D 点在机身坐标系中的坐标 $(x_{jsD_{zzq}}, y_{jsD_{zzq}}, z_{jsD_{zzq}})$ 为

$$\begin{pmatrix} x_{jsD_{zzq}} \\ y_{jsD_{zzq}} \\ z_{jsD_{zzq}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{D_{zzq}} \\ y_{D_{zzq}} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_{jsA_{zzq}} \\ y_{jsA_{zzq}} \\ z_{jsA_{zzq}} \end{pmatrix} \quad (13)$$

D 点在机体坐标系中的坐标 $(x_{tD_{zzq}}, y_{tD_{zzq}}, z_{tD_{zzq}})$ 为

$$\begin{pmatrix} x_{tD_{zzq}} \\ y_{tD_{zzq}} \\ z_{tD_{zzq}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_t \\ y_t \\ z_t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_{jsD_{zzq}} \\ y_{jsD_{zzq}} \\ z_{jsD_{zzq}} \end{pmatrix} \quad (14)$$

D 点在地面坐标系中的坐标 $(x_{dD_{zzq}}, y_{dD_{zzq}}, z_{dD_{zzq}})$ 为

$$\begin{pmatrix} x_{dD_{zzq}} \\ y_{dD_{zzq}} \\ z_{dD_{zzq}} \end{pmatrix} = \mathbf{B}_t^d \cdot \begin{pmatrix} x_{tD_{zzq}} \\ y_{tD_{zzq}} \\ z_{tD_{zzq}} \end{pmatrix} \quad (15)$$

则左主轮轮胎压缩量为

$$x_{zz1} = x_{zzlr} - y_{dD_{zzq}} \quad (16)$$

左主轮地面支撑力为

$$\mathbf{Z}_2 = f(x_{zz1}) \quad (17)$$

式中, 函数 $f(x_{zz1})$ 根据主起加载试验数据拟合得到。

左主轮滚动摩擦力为

$$\mathbf{F}_{t2} = \mu_{gd} \mathbf{Z}_2。 \quad (18)$$

3.1.2 主轮制动力

制动力计算如下: 右主轮制动力矩 $\mathbf{M}_{scy} = \mathbf{F}_{ys} \times n \times r_s \times \mu$; 左主轮制动力矩 $\mathbf{M}_{szz} = \mathbf{F}_{zs} \times n \times r_s \times \mu_0$ 。其中: \mathbf{F}_{zs} 和 \mathbf{F}_{ys} 分别为左右刹车装置作动力, 与刹车量成线

性关系; n 是刹车盘摩擦偶对数; r_s 是刹车装置作用力的作用半径; μ 是刹车盘平均摩擦系数。

右主轮刹车力: 若满足抱死条件 $\mu_{hd} \mathbf{Z}_1 x_{yzl} \leq \mathbf{M}_{scy}$, 则 $\mathbf{F}_{b1} = \mu_{hd} \mathbf{Z}_1 \xi$, 否则

$$\mathbf{F}_{b1} = \mathbf{M}_{scy} / (r_{ygd} - x_{yzl}) \quad (19)$$

其中: μ_{hd} 为滑动摩擦系数; ξ 为刹车防滑工作时刹车力减小系数, $0 < \xi < 1$ 。

左主轮刹车力: 若满足抱死条件 $\mu_{hd} \mathbf{Z}_2 x_{zxl} \leq \mathbf{M}_{scz}$, 则 $\mathbf{F}_{b2} = \mu_{hd} \mathbf{Z}_2 \xi$, 否则

$$\mathbf{F}_{b2} = \mathbf{M}_{scz} / (r_{zgd} - x_{zxl}) \quad (20)$$

其中: r_{zgd} 和 r_{ygd} 分别为左右主轮滚动半径; x_{zxl} 和 x_{yzl} 分别为左右主轮轮胎压缩量。当无刹车时, $\mathbf{F}_{b2} = 0, \mathbf{F}_{b1} = 0$ 。

3.1.3 机轮侧偏力

1) 右主起落架。

右主轮侧偏角为^[10]

$$\beta_{nyl} = -\arctan\left(\frac{v_{zt} + \omega_y |x_{jsD_{yzq}}|}{v_{xt} + \omega_y b}\right) \quad (21)$$

右主轮侧偏力为

$$\mathbf{F}_{n1} = f(\beta_{nyl}, \mathbf{Z}_1) \quad (22)$$

式中, 函数 $f(\beta_{nyl}, \mathbf{Z}_1)$ 为魔术公式^[11], 根据相关试验数据拟合得到。

2) 左主起落架。

左主轮侧偏角为

$$\beta_{nzl} = -\arctan\left(\frac{v_{zt} + \omega_y |x_{jsD_{zzq}}|}{v_{xt} - \omega_y b}\right) \quad (23)$$

左主轮侧偏力为

$$\mathbf{F}_{n2} = f(\beta_{nzl}, \mathbf{Z}_2) \quad (24)$$

式中, 函数 $f(\beta_{nzl}, \mathbf{Z}_2)$ 为魔术公式, 根据相关试验数据拟合得到。

3.1.4 缓冲器轴向力和缓冲器压缩速度

1) 右主起落架。

由于忽略了摇臂的质量, 则绕点 A 的合力矩为 0, 即

$$\mathbf{Z}_1 l_3 \cos \Omega_{2yzl} + (\mathbf{F}_{b1} + \mathbf{F}_{t1}) [l_3 \sin \Omega_{2yzl} + y_{dD_{yzq}}] - \mathbf{F}_{s1} l_1 \sin \varphi_{3yzl} = 0 \quad (25)$$

式中: $\Omega_{2yzl} = -\frac{\pi}{2} + (\varphi_{1yzl} + \lambda_1 + \xi_1 + \vartheta)$; $\varphi_{3yzl} =$

$$\arccos \frac{l_1^2 + (x_{yzqhr} - x_{yzqh})^2 - l_2^2}{2 \cdot l_1 \cdot (x_{yzqhr} - x_{yzqh})}$$

缓冲器轴向力 \mathbf{F}_{s1} 为

$$\mathbf{F}_{s1} = \frac{\mathbf{Z}_1 l_3 \cos \Omega_{2yzl} + (\mathbf{F}_{b1} + \mathbf{F}_{t1}) [l_3 \sin \Omega_{2yzl} + y_{dD_{yzq}}]}{l_1 \sin \varphi_{3yzl}} \quad (26)$$

缓冲器轴向力^[12] 包括空气弹簧力 \mathbf{F}_{a1} 、油液阻尼力 \mathbf{F}_{h1} 和缓冲器摩擦力 \mathbf{F}_{f1} , 即

$$\mathbf{F}_{s1} = \mathbf{F}_{a1} + \mathbf{F}_{h1} + \mathbf{F}_{f1} \quad (27)$$

式中: $\mathbf{F}_{a1} = f(x_{yzqh})$; $\mathbf{F}_{f1} = f(\mathbf{F}_{a1})$ 。那么, 油液阻尼力 \mathbf{F}_{h1} 为

$$\mathbf{F}_{h1} = \mathbf{F}_{s1} - (\mathbf{F}_{a1} + \mathbf{F}_{f1}) \quad (28)$$

右主起落架缓冲器压缩速度为

$$\dot{x}_{yzqh} = \text{sgn}(\mathbf{F}_{s1} - (\mathbf{F}_{a1} + \mathbf{F}_{f1})) \sqrt{\frac{1}{k_s} |\mathbf{F}_{s1} - (\mathbf{F}_{a1} + \mathbf{F}_{f1})|} \quad (29)$$

式中, k_s 为缓冲器阻力系数。

2) 左主起落架。

由于忽略了摇臂的质量, 则绕点 A 的合力矩为 0, 即

$$\mathbf{Z}_2 l_3 \cos \Omega_{2zxl} + (\mathbf{F}_{b2} + \mathbf{F}_{t2}) [l_3 \sin \Omega_{2zxl} + y_{dD_{zzq}}] - \mathbf{F}_{s2} l_1 \sin \varphi_{3zxl} = 0 \quad (30)$$

式中: $\Omega_{2zxl} = -\frac{\pi}{2} + (\varphi_{1zxl} + \lambda_1 + \xi_1 + \vartheta)$; $\varphi_{3zxl} =$

$$\arccos \frac{l_1^2 + (x_{zzqhr} - x_{zzqh})^2 - l_2^2}{2 \cdot l_1 \cdot (x_{zzqhr} - x_{zzqh})}$$

缓冲器轴向力 \mathbf{F}_{s2} 为

$$\mathbf{F}_{s2} = \frac{\mathbf{Z}_2 l_3 \cos \Omega_{2zxl} + (\mathbf{F}_{b2} + \mathbf{F}_{t2}) [l_3 \sin \Omega_{2zxl} + y_{dD_{zzq}}]}{l_1 \sin \varphi_{3zxl}} \quad (31)$$

缓冲器轴向力包括空气弹簧力 \mathbf{F}_{a2} 、油液阻尼力 \mathbf{F}_{h2} 和缓冲器摩擦力 \mathbf{F}_{f2} , 即

$$\mathbf{F}_{s2} = \mathbf{F}_{a2} + \mathbf{F}_{h2} + \mathbf{F}_{f2} \quad (32)$$

式中: $\mathbf{F}_{a2} = f(x_{zzqh})$; $\mathbf{F}_{f2} = f(\mathbf{F}_{a2})$ 。那么, 油液阻尼力 \mathbf{F}_{h2} 为

$$\mathbf{F}_{h2} = \mathbf{F}_{s2} - (\mathbf{F}_{a2} + \mathbf{F}_{f2}) \quad (33)$$

左主起落架缓冲器压缩速度为

$$\dot{x}_{zzqh} = \text{sgn}(\mathbf{F}_{s2} - (\mathbf{F}_{a2} + \mathbf{F}_{f2})) \sqrt{\frac{1}{k_s} |\mathbf{F}_{s2} - (\mathbf{F}_{a2} + \mathbf{F}_{f2})|} \quad (34)$$

3.1.5 主轮地面作用力及其对质心力矩

1) 右主起落架。

右主轮地面作用力 $\mathbf{Z}_1, \mathbf{F}_{n1}, \mathbf{F}_{b1}$ 和 \mathbf{F}_{t1} 由地面坐标系转换到机体坐标系为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_{dt1} \\ \mathbf{F}_{dyt1} \\ \mathbf{F}_{dzt1} \end{bmatrix} = \mathbf{B}_d^t \begin{bmatrix} -(\mathbf{F}_{b1} + \mathbf{F}_{t1}) \\ \mathbf{Z}_1 \\ \mathbf{F}_{n1} \end{bmatrix} \quad (35)$$

对质心的力矩为: 滚转力矩 $\mathbf{M}_{dzt1} = -\mathbf{F}_{dyt1} \cdot b - \mathbf{F}_{dzt1} \cdot |y_{jsOF_{yzq}}|$; 偏航力矩 $\mathbf{M}_{dyt1} = \mathbf{F}_{dzt1} \cdot b + \mathbf{F}_{dt1} \cdot |x_{jsOF_{yzq}}|$; 俯仰力矩 $\mathbf{M}_{dzt1} = \mathbf{F}_{dzt1} \cdot |y_{jsOF_{yzq}}| - \mathbf{F}_{dyt1} \cdot |x_{jsOF_{yzq}}|$ 。其中, $x_{jsOF_{yzq}}, y_{jsOF_{yzq}}$ 分别为机身坐标系中 F 点相对于 O 点在轴 $o_{js}x_{js}$ 上的距离和轴 $o_{js}y_{js}$ 上的距离, 其值为 $x_{jsOF_{yzq}} = x_{jsD_{yzq}}, y_{jsOF_{yzq}} = y_{jsD_{yzq}} - y_{dD_{yzq}}$ 。

2) 左主起落架。

左主轮地面作用力 $\mathbf{Z}_2, \mathbf{F}_{n2}, \mathbf{F}_{b2}$ 和 \mathbf{F}_{t2} 由地面坐标系

转换到机体坐标系为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_{\text{dat}2} \\ \mathbf{F}_{\text{dyt}2} \\ \mathbf{F}_{\text{dzt}2} \end{bmatrix} = \mathbf{B}_d^t \begin{bmatrix} -(\mathbf{F}_{b2} + \mathbf{F}_{t2}) \\ \mathbf{Z}_2 \\ \mathbf{F}_{n2} \end{bmatrix} \quad (36)$$

对质心的力矩为:滚转力矩 $\mathbf{M}_{\text{dat}2} = \mathbf{F}_{\text{dyt}2} \cdot b - \mathbf{F}_{\text{dzt}2} \cdot |y_{\text{jsOF_zzq}}|$; 偏航力矩 $\mathbf{M}_{\text{dyt}2} = -\mathbf{F}_{\text{dat}2} \cdot b + \mathbf{F}_{\text{dzt}2} \cdot |x_{\text{jsOF_zzq}}|$; 俯仰力矩 $\mathbf{M}_{\text{dzt}2} = \mathbf{F}_{\text{dat}2} \cdot |y_{\text{jsOF_zzq}}| - \mathbf{F}_{\text{dyt}2} \cdot |x_{\text{jsOF_zzq}}|$ 。其中 $x_{\text{jsOF_zzq}}, y_{\text{jsOF_zzq}}$ 分别为机身坐标系中 F 点相对于 O 点在轴 $o_{\text{js}}x_{\text{js}}$ 上的距离和轴 $o_{\text{js}}y_{\text{js}}$ 上的距离,其值为 $x_{\text{jsOF_zzq}} = x_{\text{jsD_zzq}}, y_{\text{jsOF_zzq}} = y_{\text{jsD_zzq}} - y_{\text{dD_zzq}}$ 。

3.2 前起落架相关力及其对质心力矩

3.2.1 地面支撑力和滚动摩擦力及其对质心力矩

前起落架垂直方向力学模型如图3所示。

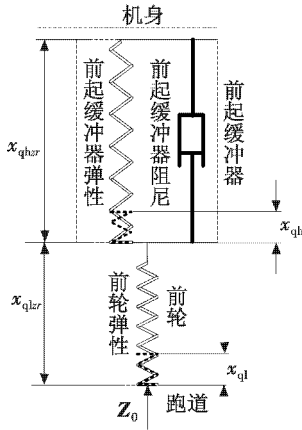


图3 前起落架垂直方向力学模型

Fig. 3 Vertical-direction mechanical model of the front landing gear

图3中: x_{qhr} 为前起缓冲器自然伸长长度(未被压缩前,前轮轴到机体坐标系 $o_t x_t z_t$ 平面的距离), x_{qh} 为前起缓冲器压缩量; x_{qlr} 为前机轮轴距地面自然伸长长度(未被压缩前), x_{ql} 为前轮压缩量, \mathbf{Z}_0 为前轮地面支撑力。

前轮压缩量为

$$x_{\text{ql}} = (x_{\text{qhr}} - x_{\text{qh}}) + x_{\text{qlr}} - (h + c_1 \sin \vartheta) \quad (37)$$

式中, c_1 为前起与机身安装点距质心的距离。

前轮地面支撑力为

$$\mathbf{Z}_0 = f(x_{\text{ql}}) \quad (38)$$

式中,函数 $f(x_{\text{ql}})$ 根据前起加载试验数据拟合得到。

前轮滚动摩擦力为

$$\mathbf{F}_{t0} = \mu_{\text{gd}} \mathbf{Z}_0 \quad (39)$$

\mathbf{F}_{t0} 在机体系 x_t 方向的分量为 $-\mathbf{F}_{t0} \cos \delta_q$; \mathbf{F}_{t0} 在机体系 z_t 方向的分量为 $\mathbf{F}_{t0} \sin \delta_q$ 。其中, δ_q 为前机轮平面相对无人机对称面的夹角,左偏为正。

对质心的力矩为:滚转力矩 $\mathbf{M}_{\text{qlt}} = -(\mathbf{F}_{t0} \sin \delta_q) h$; 偏航力矩 $\mathbf{M}_{\text{qyt}} = -(\mathbf{F}_{t0} \sin \delta_q) c_1$; 俯仰力矩 $\mathbf{M}_{\text{qzt}} = \mathbf{Z}_0 c_1 -$

$(\mathbf{F}_{t0} \cos \delta_q) h$ 。

3.2.2 缓冲器轴向力和缓冲器压缩速度

机轮对缓冲器的作用力即为机轮地面支撑力,则缓冲器轴向力为

$$\mathbf{F}_{s0} = \mathbf{Z}_0 \quad (40)$$

前起缓冲器轴向力包括空气弹簧力 \mathbf{F}_{a0} 、油液阻尼力 \mathbf{F}_{h0} 和缓冲器摩擦力 \mathbf{F}_{f0} ,即

$$\mathbf{F}_{s0} = \mathbf{F}_{a0} + \mathbf{F}_{h0} + \mathbf{F}_{f0} \quad (41)$$

式中: $\mathbf{F}_{a0} = f(x_{\text{qh}})$; $\mathbf{F}_{f0} = f(\mathbf{F}_{a0})$ 。那么,油液阻尼力 \mathbf{F}_{h0} 为

$$\mathbf{F}_{h0} = \mathbf{Z}_0 - (\mathbf{F}_{a0} + \mathbf{F}_{f0}) \quad (42)$$

前起落架缓冲器压缩速度为

$$\dot{x}_{\text{qh}} = \text{sgn}(\mathbf{Z}_0 - (\mathbf{F}_{a0} + \mathbf{F}_{f0})) \sqrt{\frac{1}{k_s} |\mathbf{Z}_0 - (\mathbf{F}_{a0} + \mathbf{F}_{f0})|} \quad (43)$$

由刚体运动学和几何关系可知前轮速度矢量在地坐标系 $o_d x_d z_d$ 平面内的速度分量 v_z, v_x 分别表示为

$$\begin{cases} v_z = v_{\text{sd}} - \omega_y c_1 \cos \psi \\ v_x = v_{\text{sd}} - \omega_y c_1 \sin \psi \end{cases} \quad (44)$$

式中, $v_{\text{sd}}, v_{\text{zd}}$ 分别为质心地速在地坐标系 x_d 和 z_d 方向的分量^[10],表示为

$$\begin{cases} v_{\text{sd}} = v_{\text{st}} \cos \psi + v_{\text{zt}} \sin \psi \\ v_{\text{zd}} = -v_{\text{st}} \sin \psi + v_{\text{zt}} \cos \psi \end{cases} \quad (45)$$

\mathbf{V}_q 与无人机对称平面的夹角 $\beta_v = -\arctan(v_z/v_x) - \psi$,其中, ψ 为无人机偏航角(相对跑道中心线)。

前轮侧偏角 β_{nq} 为前轮地面接触点速度 \mathbf{V}_q 方向相对前轮轮毂平面的夹角,左偏为正,算式为

$$\beta_{\text{nq}} = \beta_v - \delta_q \quad (46)$$

前轮侧偏力为

$$\mathbf{F}_{\text{nq}} = f(\beta_{\text{nq}}, \mathbf{Z}_0) \quad (47)$$

式中,函数 $f(\beta_{\text{nq}}, \mathbf{Z}_0)$ 为魔术公式,根据相关试验数据拟合得到。

在前轮不侧向滑动时(条件为 $|\mathbf{F}_{\text{nq}}| \leq \mu_{\text{hd}} \mathbf{Z}_0$)

$$\mathbf{F}_{\text{nq}} = f(\beta_{\text{nq}}, \mathbf{Z}_0) \quad (48)$$

若 $|\mathbf{F}_{\text{nq}}| > \mu_{\text{hd}} \mathbf{Z}_0$,则前轮侧向滑动,此时

$$\mathbf{F}_{\text{nq}} = \mu_{\text{hd}} \mathbf{Z}_0 \text{sgn} \beta_{\text{nq}} \quad (49)$$

前轮侧偏力在机体轴的分量为: x_t 方向分量 $\mathbf{F}_{\text{nqxt}} = \mathbf{F}_{\text{nq}} \sin \delta_q$; z_t 方向分量 $\mathbf{F}_{\text{nqzt}} = \mathbf{F}_{\text{nq}} \cos \delta_q$ 。

对质心的力矩为:滚转力矩 $\mathbf{M}_{\text{nqxt}} = -\mathbf{F}_{\text{nq}} \cos(\delta_q) \cdot h$; 偏航力矩 $\mathbf{M}_{\text{nqyt}} = -\mathbf{F}_{\text{nq}} \cos(\delta_q) \cdot c_1$; 俯仰力矩 $\mathbf{M}_{\text{nqzt}} = \mathbf{F}_{\text{nq}} \sin(\delta_q) \cdot h$ 。

3.3 总地面作用力及其对质心力矩

总地面作用力包含跑道对无人机的所有作用力。这些力及其对质心的力矩在机体轴系 $o_t x_t, o_t y_t, o_t z_t$ 各方向分量总和为

$$\begin{cases} F_x = -F_{10} \cos \delta_q + (F_{dxt1} + F_{dxt2}) + F_{nqxt} \\ F_y = Z_0 + (F_{dyt1} + F_{dyt2}) \\ F_z = F_{10} \sin \delta_q + (F_{dzt1} + F_{dzt2}) + F_{nqzt} \end{cases} \quad (50)$$

$$\begin{cases} T_x = (M_{dxt1} + M_{dxt2}) + M_{nqxt} + M_{qlxt} \\ T_y = (M_{dyt1} + M_{dyt2}) + M_{nqyt} + M_{qlyt} \\ T_z = (M_{dzt1} + M_{dzt2}) + M_{nqzt} + M_{qlzt} \end{cases} \quad (51)$$

3.4 六自由度动力学方程

无人机地面滑跑过程中除受气动力(升力、阻力和侧力)及重力外,还受地面作用力(F_x , F_y 和 F_z)及其力矩(T_x , T_y 和 T_z)的影响。考虑到无人机起落架缓冲器的运动特性,地面滑跑状态下无人机动力学方程还包括前起落架、右主起落架和左主起落架缓冲器压缩速度。无人机动力学和运动学方程^[13]构成如下。

1) 质心移动动力学方程(机体坐标系)为

$$\begin{cases} \dot{V}_{xt} = (-Q + F_x - mg \sin \vartheta) / m - \omega_y V_{zt} + \omega_z V_{yt} \\ \dot{V}_{yt} = (Y + F_y - mg \cos \vartheta \cos \gamma) / m - \omega_z V_{xt} + \omega_x V_{zt} \\ \dot{V}_{zt} = (Z + F_z + mg \cos \vartheta \sin \gamma) / m - \omega_x V_{yt} + \omega_y V_{xt} \end{cases} \quad (52)$$

式中: V_{xt} , V_{yt} 和 V_{zt} 为地速在机体坐标系 3 个方向上的分量; m 为无人机质量; g 为重力加速度; ω_x , ω_y 和 ω_z 分别为无人机绕质心转动角速度在机体坐标系 3 个方向上的分量; ϑ , γ 分别为俯仰角和滚转角。

升力、阻力和侧力的计算表达式分别为 $Y = C_y q S$, $Q = C_x q S$, $Z = C_z q S$ 。其中: $q = \rho V^2 / 2$ 为动压, ρ 为空气密度, S 为无人机的参考面积; C_x , C_y , C_z 分别为阻力系数、升力系数和侧力系数,均为马赫数 Ma 、迎角 α 、升降舵 δ_e 、襟翼 δ_{ea} 、副翼 δ_a 和方向舵 δ_r 的函数。

地面作用力 F_x , F_y 和 F_z 的计算表达式为

$$\begin{cases} F_x = -F_{10} \cos \delta_q + (F_{dxt1} + F_{dxt2}) + F_{uxt} + F_{nqxt} \\ F_y = Z_0 + (F_{dyt1} + F_{dyt2}) + F_{uyt} \\ F_z = F_{10} \sin \delta_q + (F_{dzt1} + F_{dzt2}) + F_{nqzt} + F_{uzt} \end{cases} \quad (53)$$

2) 绕质心转动动力学方程(机体坐标系)为

$$\begin{cases} \dot{\omega}_x = [(I_y I_z - I_{yz}^2) M_{xx} + (I_x I_{yz} + I_{xz} I_{yz}) M_{yy} + (I_x I_{yz} + I_y I_{xz}) M_{zz}] / (I_x I_y I_z - 2I_{xy} I_{yz} I_{xz} - I_x I_{yz}^2 - I_y I_{xz}^2 - I_z I_{xy}^2) \\ \dot{\omega}_y = [(I_z I_{xy} + I_{xz} I_{yz}) M_{xx} + (I_x I_z - I_{xz}^2) M_{yy} + (I_x I_{yz} + I_{xy} I_{xz}) M_{zz}] / (I_x I_y I_z - 2I_{xy} I_{yz} I_{xz} - I_x I_{yz}^2 - I_y I_{xz}^2 - I_z I_{xy}^2) \\ \dot{\omega}_z = [(I_{xy} I_{yz} + I_y I_{xz}) M_{xx} + (I_x I_{yz} + I_{xy} I_{xz}) M_{yy} + (I_x I_y - I_{xy}^2) M_{zz}] / (I_x I_y I_z - 2I_{xy} I_{yz} I_{xz} - I_x I_{yz}^2 - I_y I_{xz}^2 - I_z I_{xy}^2) \end{cases} \quad (54)$$

式中: I_x , I_y , I_z 分别为滚转、偏航和俯仰转动惯量; I_{xy} , I_{yz} 和 I_{xz} 为惯量积。 M_{xx} , M_{yy} 和 M_{zz} 分别表示如下: $M_{xx} = (M_x + T_x) + (I_y - I_z) \omega_y \omega_z + I_{xz} \omega_x \omega_y - I_{xy} \omega_x \omega_z + I_{yz} (\omega_y^2 -$

$$\omega_z^2); M_{yy} = (M_y + T_y) + (I_z - I_x) \omega_x \omega_z + I_{xy} \omega_y \omega_z - I_{yz} \omega_x \omega_y + I_{xz} (\omega_x^2 - \omega_z^2); M_{zz} = (M_z + T_z) + (I_x - I_y) \omega_x \omega_y + I_{yz} \omega_x \omega_z - I_{xz} \omega_y \omega_z + I_{xy} (\omega_x^2 - \omega_y^2)。$$

滚转力矩、偏航力矩和俯仰力矩分别为 $M_x = m_x q S l$, $M_y = m_y q S l$, $M_z = m_z q S l$ 。其中: l 为参考长度; m_x , m_y , m_z 分别为滚转力矩系数、偏航力矩系数和俯仰力矩系数,均为马赫数 Ma 、迎角 α 、升降舵 δ_e 、襟翼 δ_{ea} 、副翼 δ_a 和方向舵 δ_r 的函数。

地面作用力 F_x , F_y , F_z 对无人机质心力矩 T_x , T_y 和 T_z 的计算表达式为

$$\begin{cases} T_x = (M_{dxt1} + M_{dxt2}) + M_{nqxt} + M_{qlxt} + M_{xu} \\ T_y = (M_{dyt1} + M_{dyt2}) + M_{nqyt} + M_{qlyt} + M_{yu} \\ T_z = (M_{dzt1} + M_{dzt2}) + M_{nqzt} + M_{qlzt} + M_{zu} \end{cases} \quad (55)$$

3) 质心运动的位置运动学方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_d = V_{xt} \cos \vartheta \cos \psi + V_{yt} (-\cos \gamma \sin \vartheta \cos \psi + \sin \gamma \sin \psi) + V_{zt} (\sin \gamma \sin \vartheta \cos \psi + \cos \gamma \sin \psi) \\ \dot{y}_d = V_{xt} \sin \vartheta + V_{yt} \cos \gamma \cos \vartheta - V_{zt} \sin \gamma \cos \vartheta \\ \dot{z}_d = -V_{xt} \cos \vartheta \sin \psi + V_{yt} (\cos \gamma \sin \vartheta \sin \psi + \sin \gamma \cos \psi) + V_{zt} (-\sin \gamma \sin \vartheta \sin \psi + \cos \gamma \cos \psi) \end{cases} \quad (56)$$

其中: x_d , y_d 和 z_d 为无人机质心在地坐标系中的坐标值; ψ 为偏航角。

4) 姿态角与姿态角速度之间的关系为

$$\begin{cases} \dot{\gamma} = \omega_x - \tan \vartheta (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma) \\ \dot{\psi} = (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma) / \cos \vartheta \\ \dot{\vartheta} = \omega_y \sin \gamma + \omega_z \cos \gamma \end{cases} \quad (57)$$

式(52)、式(54)、式(56)、式(57)和式(29)、式(34)、式(43)共 15 个微分方程式构成了无人机空中地面一体化动力学和运动学模型。设定微分方程中 15 个状态量的初始值,采用合适的数值积分算法进行数值积分,递推计算各时间步长时刻的各状态量,进而可求出无人机的各运动参数。

4 算例

本文以某无动力无人机为例,采用文献[10]的纠偏控制律,对受侧风影响的无人机进行着陆滑跑仿真。

无人机接地初始速度为 66 m/s,前轮最大偏转角为 5°,方向舵最大偏转角为 25°,主轮最大刹车指令为 50%,基础刹车量为 40%,其中,基础刹车量起到减速作用,缩短无人机的滑跑距离,差动刹车量在基础刹车量上叠加,实现纠偏控制。

该无人机重量为 3800 kg,属于轻小型飞机。依据文献[14]对轻小型飞机的设计要求设计仿真项目:初始侧偏距为 0 m,3 s 后对无人机突然施加风向为 90°、

风速为 5 m/s 的正侧风。仿真结果见图 4。

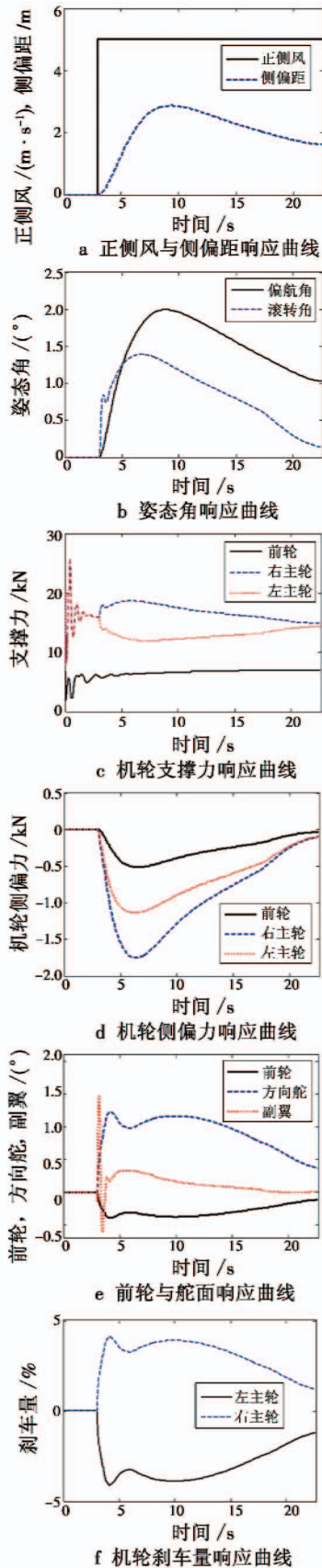


图4 侧风情况下滑跑响应曲线

Fig.4 UAV ground taxiing response curves under crosswind conditions

由图4可见,突然对无人机施加正侧风(现实中不存在阶跃风),无人机侧滑角突然变负,产生正滚转力矩,使无人机正滚转,右主轮地面支撑力大于左主轮地面支撑力,同时产生正偏航力矩、正的偏航角,使侧偏速度减小,无人机偏离跑道中心线最大约 3 m,在方向舵、差动刹车和前轮转向纠偏执行机构的作用下,无人机侧偏距逐渐减小,停机时侧偏距为 1.6 m。仿真结果符合无人机地面滑跑物理运动特性。

5 结束语

在合理的假设条件下,充分而全面地考虑了摇臂式和支柱式起落架缓冲器的运动特性、机轮滚动摩擦特性、主轮差动刹车特性及机轮侧偏力对无人机的作用,建立了精确的摇臂式和支柱式起落架数学模型;考虑无人机所受的气动力及其力矩,结合地面作用力及其力矩,建立了无人机六自由度非线性全量数学模型,该模型能够精确且全面地反映无人机地面滑跑状态下的物理运动特性。

参考文献

- [1] KRÜGER W, BESSELINK I, COWLING D. Aircraft landing gear dynamics: simulation and control[J]. International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility, 1997, 28(2):119-158.
- [2] KARGIN V. Design of an autonomous landing control algorithm for a fixed wing UAV[D]. Ankara: Middle East Technical University, 2007.
- [3] 段镇,高九州,贾宏光,等. 无人机滑跑线性化建模与增益调节纠偏控制[J]. 光学精密工程, 2014, 22(6): 1507-1516.
- [4] 王勇,王英勋. 无人机滑跑纠偏控制[J]. 航空学报, 2008, 29(s1):142-149.
- [5] 陈晨,周洲. 无人机滑跑起飞过程及其数学模型研究[J]. 科学技术与工程, 2007, 7(13):3198-3201.
- [6] 徐冬苓,李玉忍. 飞机起落架数学模型的研究[J]. 系统仿真学报, 2005, 17(4):831-833.
- [7] 张雯,张智,朱齐丹,等. 任意着陆状态下的飞机起落架模型仿真研究[J]. 系统仿真学报, 2009, 21(13): 3867-3875.
- [8] 段松云,朱纪洪,孙增圻. 无人机着陆数学模型研究——三轮着地滑行[J]. 系统仿真学报, 2004, 16(6):1296-1299.
- [9] 袁东. 飞机起落架仿真数学模型建立方法[J]. 飞行力学, 2002, 20(4):44-47.
- [10] 郝现伟,杨业,贾志强,等. 无人机着陆滑跑数学模型与纠偏控制[J]. 电机与控制学报, 2014, 18(6):85-92.

(下转第74页)

- [4] MURPHY-CHUTORIAN E, TRIVEDI M M. Head pose estimation in computer vision: a survey[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2009, 31(4):607-626.
- [5] 王超,魏生民,周继红,等. 视频图像技术在头部位置跟踪上的应用研究[J]. 现代制造工程,2008(2):111-115.
- [6] 周维,许海霞. 一种摄像机姿态估计方法[J]. 系统仿真学报,2011, 23(12):2582-2587.
- [7] 李书杰,刘晓平. 摄像机位姿的高精度快速求解[J]. 中国图象图形学报,2014, 19(1):20-27.
- [8] 杨森,吴福朝. 摄像机位姿的加权线性算法[J]. 软件学报,2011, 22(10):2476-2487.
- [9] 岳晓奎,武媛媛,吴侃之. 基于视觉信息的航天器位姿估计迭代算法[J]. 西北工业大学学报,2011, 29(4):559-563.
- [10] 郭军,董新民,王龙. 综合重构与正交迭代位姿估计算法[J]. 应用科学学报,2011, 29(6):577-584.
- [11] ABDEL-AZIZ Y I, KARARA H M, HAUCK M. Direct linear transformation from comparator coordinates into object space coordinates in close-range photogrammetry[J]. Photogrammetric Engineering & Remote Sensing, 2015, 81(2):103-107.
- [12] LEPETIT V, MORENO-NOGUER F, FUA P. EPnP: an accurate $O(n)$ solution to the PnP problem[J]. International Journal of Computer Vision, 2009, 81(2):155-166.
- [13] LU C P, HAGER G D, MJOLSNES E. Fast and globally convergent pose estimation from video images[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(6):610-622.

(上接第 33 页)

- [11] 刘红光,顾彬彬,邱峰,等. 7.50R20 14PR PW02 型轮胎侧偏刚度的试验与拟合[J]. 拖拉机与农用运输车,2009, 36(5):63-65.
- [12] 隋福成,陆华. 飞机起落架缓冲器数学模型研究[J]. 飞机设计,2001, 6(2):44-51.
- [13] 吴森堂,费玉华. 飞行控制系统[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,2005.
- [14] 空军第八研究所,航空工业部六三〇所. GJB185-86 有人驾驶飞机(固定翼)飞行品质[S]. 北京:总装备部军标出版发行部,1986.

(上接第 69 页)

- [7] 赵元伟,卢京朝. 四旋翼飞行器的建模及基于反步法的控制[J]. 科学技术与工程,2013, 13(34):10425-10430.
- [8] 周克良,李德福,聂丛楠,等. 基于可变论域模糊 PID 的汽车烘房温控系统[J]. 江西理工大学学报,2017, 38(3):68-74.
- [9] JIA Z Y, YU J Q, MEI Y S, et al. Integral backstepping sliding mode control for quadrotor helicopter under external uncertain disturbances[J]. Aerospace Science and Technology, 2017, 68:299-307.
- [10] YOUNES Y A, DRAK A, NOURA H, et al. Quadrotor position control using cascaded adaptive integral backstepping controllers[C]//Applied Mechanics & Materials, 2014:98-106.
- [11] 甄红涛,齐晓慧,夏明旗,等. 四旋翼无人机块控反步姿态控制器设计[J]. 电光与控制,2013, 20(10):87-91.
- [12] 王大伟,高席丰. 四旋翼无人机滑模轨迹跟踪控制器设计[J]. 电光与控制,2016, 23(7):55-58.
- [13] MNASRI C, GASMI M. LMI-based adaptive fuzzy integral sliding mode control of mismatched uncertain systems[J]. International Journal of Applied Mathematics and Computer Science, 2011, 21(4):605-615.
- [14] 侯明冬,刘金琨,田杰. 欠驱动四旋翼飞行器全局轨迹跟踪滑模控制[J]. 控制工程,2016, 23(6):928-932.
- [15] 窦立谦,芦飞. 基于 ESO 和反步法的四旋翼飞行器轨迹跟踪控制[J]. 天津大学学报:自然科学与工程技术版,2017, 50(5):500-506.
- [16] 韩京清. 自抗扰控制器及其应用[J]. 控制与决策, 1998, 13(1):19-23.
- [17] 王俊生,马宏绪,蔡文澜,等. 基于 ADRC 的小型四旋翼无人直升机控制方法研究[J]. 弹箭与制导学报, 2008, 28(3):31-34.
- [18] 刘一莎,杨晟萱,王伟. 四旋翼飞行器的自抗扰飞行控制方法[J]. 控制理论与应用,2015, 32(10):1-10.
- [19] 杨立本,章卫国,黄得刚. 基于 ADRC 姿态解耦的四旋翼飞行器鲁棒轨迹跟踪[J]. 北京航空航天大学学报,2015, 41(6):1026-1033.
- [20] SALAZAR-CRUZ S, ESCARENO J, LARA D, et al. Embedded control system for a four-rotor UAV[J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2007, 21(2/3):189-204.
- [21] 邵立伟,廖晓钟,夏元清,等. 三阶离散扩张状态观测器的稳定性分析及其综合[J]. 信息与控制,2008, 37(2):135-139.