

引用格式:赵明亮,汪立新,秦伟伟.基于状态扩增的 MEMS 陀螺随机误差实时滤波研究[J].电光与控制,2019,26(5):68-72. ZHAO M L, WANG L X, QIN W W. Real-time filtering of MEMS gyroscope random error based on state amplification[J]. Electronics Optics & Control, 2019, 26(5): 68-72.

## 基于状态扩增的 MEMS 陀螺随机误差实时滤波研究

赵明亮, 汪立新, 秦伟伟  
(火箭军工程大学导弹工程学院,西安 710025)

**摘要:**针对一般民用 MEMS 陀螺仪精度较低的缺点以及传统 MEMS 随机误差时间序列建模需进行零均值化处理且不能进行在线处理建模的问题,提出一种基于状态扩增的随机误差实时滤波方法,将时间序列的均值作为未知数,给 ARMA 模型增加一个截距项,并利用该模型采用扩增状态的方法设计卡尔曼滤波及自适应卡尔曼滤波器,使得测量数据不需满足零均值的条件。静态及摇摆试验表明,所提方法能大幅提高 MEMS 陀螺仪精度。

**关键词:** MEMS 陀螺仪; ARMA 模型; 卡尔曼滤波; 实时滤波

中图分类号: V241.5 文献标志码: A doi:10.3969/j.issn.1671-637X.2019.05.013

## Real-Time Filtering of MEMS Gyroscope Random Error Based on State Amplification

ZHAO Ming-liang, WANG Li-xin, QIN Wei-wei

(College of Missile Engineering, Rocket Force University of Engineering, Xi'an 710025, China)

**Abstract:** A state amplification based method is proposed for real-time filtering of MEMS random error, which is used to overcome the disadvantage of civil MEMS gyroscopes of low precision, and to solve the problem of traditional MEMS that random error time series modeling needs zero-mean processing and cannot be modeled online. In the method, the mean of time series is considered as an unknown parameter, and an intercept term is added to the traditional ARMA model. A classical Kalman filter and an adaptive Kalman filter are designed by using the state amplification method based on this model, in which the filter has no zero-mean requirement for the measured data. Static and rocking experiments show that this method can significantly improve the accuracy of MEMS gyroscopes.

**Key words:** MEMS gyroscope; ARMA model; Kalman filter; real-time filtering

### 0 引言

MEMS 陀螺仪具有体积较小、成本较低、重量较轻和抗外部冲击能力强等优势,被广泛应用于低成本惯性导航系统,但其测量精度等性能指标相对较低,制约其更为广泛的应用<sup>[1-2]</sup>。目前先建立 MEMS 陀螺仪随机误差模型,再进行分析补偿成为提高其使用精度的有效方法。常用的方法主要有小波分析法、神经网络法、一阶马尔可夫随机过程法、Allan 方差法和时间序列法等。其中:小波分析法建模后的模型阶次较高,不适用于随机误差的在线估计<sup>[3]</sup>;神经网络法由于其自

身算法存在的过拟合、局部极小、网络构建复杂等问题会导致模型较为复杂,实际应用效果不好<sup>[4]</sup>;一阶马尔可夫随机过程法由于其中自相关序列判定可能出现的不精确问题,会导致误差建模不准确<sup>[5]</sup>;Allan 方差法处理理想的误差信号效果较明显,但实际的误差信号稳定性较差,对其进行建模效果不佳<sup>[6]</sup>;时间序列法因其直接对随机误差序列建立差分方程,建模的灵活性、准确性和稳定性较好,被广泛应用于 MEMS 陀螺仪随机误差建模。绝大部分文献对 MEMS 随机误差进行时间序列建模之后再通过卡尔曼滤波进行补偿,但却未考虑到动态情况下滤波效果<sup>[7-11]</sup>。

针对一般民用 MEMS 陀螺仪随机误差较大且不能在线建模分析的问题,提出一种含有截距项(序列均值)的 MEMS 陀螺仪随机误差的时间序列模型,该模型将时间序列的均值作为一个未知参数,把未知参数作为一个截距项增加在 ARMA 模型上。对 MEMS 输出的测量数

收稿日期:2018-05-21 修回日期:2019-04-23

基金项目:国家自然科学基金青年基金(61503392)

作者简介:赵明亮(1994—),男,陕西武功人,硕士生,研究方向为组合导航、非线性滤波。

据先进行预处理操作后,再进行在线的建模,并基于该模型将截距项扩增为系统状态设计滤波器,使测量数据不需满足零均值的条件。

### 1 MEMS 陀螺仪随机误差时间序列建模

#### 1.1 带有截距项的时间序列模型

MEMS 陀螺仪由于测量误差较大,测量输出数据一般经历去粗差、去趋势项、去周期项和平稳性检验后即可视为平稳、正态时间序列。但由于陀螺仪本身零偏的存在,需要对测量数据离线进行零均值处理后才能建模<sup>[12]</sup>。平稳、正态时间序列  $x_k$  的 ARMA( $p, q$ ) 模型为<sup>[4, 10-11, 13]</sup>

$$x_k - \dots - \varphi_p x_{k-p} = a_k + \dots + \theta_q a_{k-q} \quad (1)$$

式中:  $\varphi_1, \dots, \varphi_p$  表示自回归系数;  $\theta_1, \dots, \theta_q$  表示滑动平均系数。

为了对 MEMS 陀螺仪输出信号直接进行在线建模,将测量输出数据的均值  $c$  设为一个未知系数  $d$ 。

已知平稳、正态的时间序列  $x_k$  的 ARMA( $p, q$ ) 模型可写为

$$\begin{cases} (x_k - c) - \dots - \varphi_p (x_{k-p} - c) = a_k + \dots + \theta_q a_{k-q} \\ a_k \sim N(0, \sigma_a^2) \end{cases} \quad (2)$$

将式(2)变形为  $x_k - \dots - \varphi_p x_{k-p} = c(1 - \dots - \varphi_p) + a_k + \dots + \theta_q a_{k-q}$ , 并令系数  $d = c(1 - \varphi_1 - \dots - \varphi_p)$ , 则式(2)可变形为

$$x_k - \dots - \varphi_p x_{k-p} = d + a_k + \dots + \theta_q a_{k-q} \quad (3)$$

由上式知,均值  $c$  对 ARMA 模型的影响体现为模型中多了一个截距项  $d$ 。因此,在建模中,不考虑序列均值的影响,只需给 ARMA 模型增加一个截距项  $d$ ,在参数状态估计时直接对  $d$  进行在线估计,即可保证建模实时性。

#### 1.2 时间序列模型的确定

一般情况下,根据时间序列的自相关函数(ACF)和偏相关函数(PACF)的“拖尾/截尾”性质辨识时间序列的模型结构(ARMA, AR, MA)。首先对试验所用陀螺仪进行自相关与偏相关检测,其 ACF 与 PACF 分别如图 1、图 2 所示。

由图可知,试验所用陀螺仪随机误差序列的 ACF 和 PACF 都为拖尾,故判断其属于 ARMA 时间序列模型结构。

$$\begin{cases} x_k = -0.1366x_{k-1} - 0.9035x_{k-2} + 0.2496x_{k-3} + d + a_k + 0.3818a_{k-1} + 0.9838a_{k-2} \\ a_k \sim N(0, 0.0346) \end{cases} \quad (6)$$

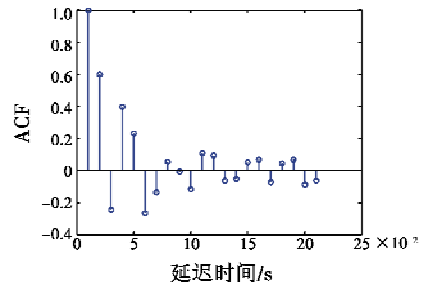


图 1 ACF 图

Fig. 1 The plot of ACF

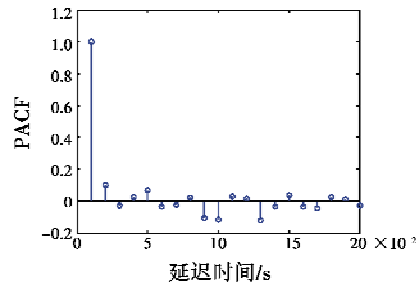


图 2 PACF 图

Fig. 2 The plot of PACF

#### 1.3 ARMA 模型定阶

ARMA 模型的定阶,即估计  $p, q$  值。实际建模中,首先需解决定阶问题,之后才能进行参数估计。常用的定阶准则有 AIC 准则、BIC 准则、FPE 准则以及残差值等<sup>[14]</sup>。本文联合选用 AIC 和 BIC 准则进行检验定阶。

AIC 准则又称 Akaike 信息准则<sup>[12]</sup>。模型含有未知参量  $c$ ,模型如式(3)所示。此时未知参数的个数为  $k = p + q + 2$  个,准则改写为

$$N_{AIC} = n \ln \hat{\sigma}_e^2 + 2(p + q + 2) = \min \quad (4)$$

BIC 准则与 AIC 准则相似,用于模型选择,由 SCHWARZ 提出。BIC 准则为

$$N_{BIC} = (p + q + 2) \ln n - 2 \ln L = \min \quad (5)$$

考虑到模型合理性与计算时效性,MEMS 陀螺仪时间序列 ARMA 建模系数一般不大于  $3(p, q \leq 3)$ 。针对本文试验所用 MEMS 陀螺仪,试建立其 ARMA(1,1) ~ ARMA(3,3)模型,并进行 AIC, BIC 准则检验,部分结果如表 1 所示。从表中选取 AIC, BIC 最小值的参数作为模型参数,为简化计算,结合建模实际情况,选取  $p = 3, q = 2$  作为 ARMA 模型的参数。可知试验用 MEMS 陀螺仪的 ARMA 建模为

表1 ARMA模型各项系数及AIC,BIC

Table 1 The coefficients AIC and BIC of the ARMA model

模型参数	模型类型				
	ARMA(2,2)	ARMA(2,3)	ARMA(3,1)	ARMA(3,2)	ARMA(3,3)
$\varphi_1$	-0.3864	-0.3862	-0.3284	-0.1366	-0.0119
$\varphi_2$	-0.9998	-0.9999	-0.3093	-0.9035	-0.8553
$\varphi_3$	0.3937	-	0.3120	0.2496	0.3743
$\theta_1$	0.9869	0.6036	-0.1418	0.3818	0.2495
$\theta_2$	-	1.0696	-	0.9838	0.9322
$\theta_3$	-	0.2177	-	-	-0.1315
AIC	12315.8256	11675.2757	15132.7940	11583.0005	11569.2393
BIC	12360.1826	11727.0255	15177.1510	11634.7503	11628.3820

## 2 滤波器设计

由式(6)带有截距项的ARMA( $p, q$ )模型,采用状态扩增的方法进行滤波器的设计,将截距项 $d$ 作为一个状态量,直接进行在线估计,则可直接对MEMS陀螺仪的输出测量数据进行滤波处理。扩增状态后的系统状态及量测方程可表示为

$$\begin{cases} \mathbf{X}_k = \Phi_{k/k-1} \mathbf{X}_{k-1} + \Gamma_{k/k-1} \mathbf{A}_k \\ z_k = \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k + V_k \end{cases} \quad (7)$$

$$\text{式中: } \mathbf{X}_k = \begin{bmatrix} x_k \\ x_{k-1} \\ x_{k-2} \\ d \end{bmatrix}; V_k \text{ 为测量误差; } \mathbf{A}_k = \begin{bmatrix} a_k \\ a_{k-1} \\ a_{k-2} \\ 0 \end{bmatrix}; \mathbf{A}_k$$

与 $V_k$ 为互不相关的零均值白噪声序列; $\Phi_{k/k-1} =$

$$\begin{bmatrix} -0.1366 & -0.9035 & 0.2496 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\Gamma_{k/k-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0.3818 & 0.9838 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}。$$

卡尔曼滤波递推方程为

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} = \Phi_{k/k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k-1} \\ P_{k/k-1} = \Phi_{k/k-1} P_{k-1} \Phi_{k/k-1}^T + \Gamma_{k/k-1} Q_{k-1} \Gamma_{k/k-1}^T \\ \mathbf{K}_k = P_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k P_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T + R_k)^{-1} \\ P_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) P_{k/k-1} (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k)^T + \mathbf{K}_k R_k \mathbf{K}_k^T \\ \hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k (z_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}) \end{cases} \quad (8)$$

在现实生活中,实际系统精确的数学模型和噪声统计特性较难获得,这样会使得滤波精度降低甚至产生滤波发散的现象。SAGE和HUSA提出的自适应卡尔曼滤波算法,在卡尔曼滤波算法的基础上引入遗忘因子 $e_k$ ,可限制滤波器的记忆长度,使得新数据充分参与到估计中,一般工程简化自适应滤波算法为

$$\begin{cases} e_k = (1-b)(1-b^{k+1})^{-1} \\ P_{k/k-1} = \Phi_{k/k-1} P_{k-1} \Phi_{k/k-1}^T + \Gamma_{k/k-1} Q_{k-1} \Gamma_{k/k-1}^T \\ \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} = \Phi_{k/k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k-1} \\ \hat{\mathbf{y}}_k = z_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} \\ \mathbf{K}_k = P_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k P_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T + R_k)^{-1} \\ \hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k (z_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}) \\ \hat{\mathbf{z}}_k = \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_k \\ R_k = (1-e_k) R_{k-1} + e_k (\hat{\mathbf{y}}_{k/k-1} \hat{\mathbf{y}}_{k/k-1}^T - \mathbf{H}_k P_k \mathbf{H}_k^T) \end{cases} \quad (9)$$

式中, $0 < b < 1$ ,考虑到噪声不敏感性与变参数跟踪性能,自适应滤波参数 $b$ 取0.98。

## 3 试验验证及分析

为验证模型可靠性及设计滤波器有效性,设计转台试验进行验证。试验所用陀螺仪采用美国ADI公司生产的ADXRS300型低精度MEMS陀螺仪,转台使用我国自主研发生产的某型双轴带温控速率位置转台,采样频率为200 Hz。

### 3.1 静态试验

将MEMS放入转台,在室温、零激励条件下对其输出进行测量。对原始数据进行卡尔曼滤波处理,结果如图3所示。

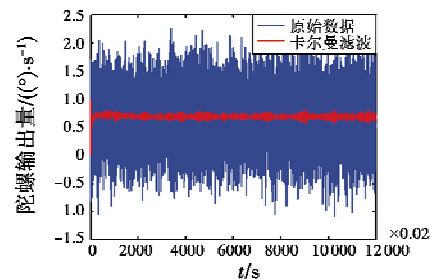


图3 静态试验原始数据卡尔曼滤波

Fig. 3 Original data Kalman filtering in static test

从图中可看出, MEMS随机误差有明显改善,并得到截距项 $d$ 估计如图4所示。

从图中可知,在静态条件下,截距项 $d$ 最终收敛于

0.143, 又由  $d = c(1 - \varphi_1 - \dots - \varphi_p)$ , 计算得均值  $c = 0.6825$ 。将卡尔曼滤波与自适应滤波效果进行比较, 如图5所示。

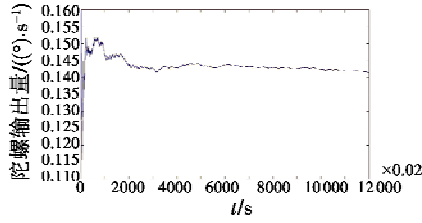


图4 静态试验截距项  $d$  的估计

Fig. 4 Estimation of intercept term  $d$  in static test

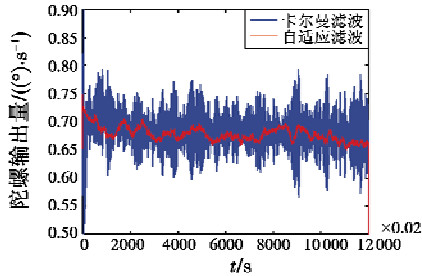


图5 静态试验滤波效果比较

Fig. 5 Comparison of filtering effect in static test

由图可见, 自适应滤波较卡尔曼滤波效果提升明显。对原始数据、卡尔曼滤波及自适应滤波的滤波效果进行定量比较, 如表2所示。

表2 静态试验参数比较

Table 2 Parameters in static test

比较参数	原始数据	卡尔曼滤波	自适应滤波
均值/ $(^\circ \cdot s^{-1})$	0.6842	0.6780	0.6751
方差/ $(^\circ \cdot s^{-1})^2$	0.2425	0.0015	1.9734E-04
量化噪声 $Q/\mu\text{rad}$	40.011	11.387	1.9496
角度随机游走 $N/((^\circ) \cdot h^{-0.5})$	4.3304	0.24509	0.077744

从表中可知, 原始数据经卡尔曼滤波与自适应滤波后, 方差分别较原始数据降低2个、4个数量级; 量化噪声精度分别较原始数据提高3.52倍与20.57倍; 角度随机游走精度分别较原始数据提升17.66倍和50.70倍。综上可知, 滤波对随机误差的补偿效果十分显著。

### 3.2 速率试验

试验流程类似于静态试验, 在  $60 (^\circ)/s$  激励下进行数据采集。同1.3节确定模型方法, 可知在  $60 (^\circ)/s$  激励下, 其ARMA建模为

$$x_k = -0.1674x_{k-1} - 0.7514x_{k-2} + 0.1665x_{k-3} + d + a_k + 0.2015a_{k-1} + 0.6012a_{k-2} \quad (10)$$

处理方法与静态试验相同, 图6、图7分别为对原始数据进行卡尔曼滤波处理与截距项  $d$  估计, 计算得均值  $c = 60.047$ 。

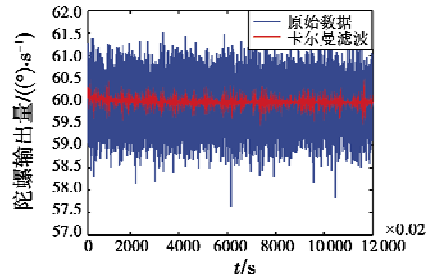


图6 速率试验原始数据卡尔曼滤波

Fig. 6 Original data Kalman filtering in rate test

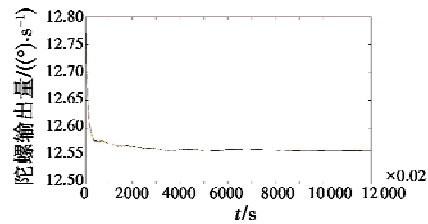


图7 速率试验截距项  $d$  的估计

Fig. 7 Estimation of intercept term  $d$  in rate test

卡尔曼滤波与自适应滤波比较如图8所示。

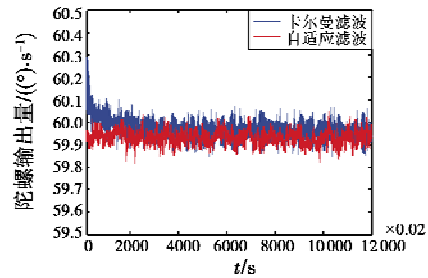


图8 速率试验滤波效果比较

Fig. 8 Comparison of filtering effect in rate test

对原始数据、卡尔曼滤波及自适应滤波的滤波效果进行定量比较, 如表3所示。从表中可知, 原始数据滤波后方差分别降低0.5个、4个数量级; 量化噪声精度分别提高1.27倍与7.75倍; 角度随机游走精度分别提升2.28倍和16.21倍。

表3 速率试验参数比较

Table 3 Parameters in rate test

参数	原始数据	卡尔曼滤波	自适应滤波
均值/ $(^\circ \cdot s^{-1})$	59.9733	59.9474	59.9318
方差/ $(^\circ \cdot s^{-1})^2$	1.0438	0.2481	7.5048E-04
量化噪声 $Q/\mu\text{rad}$	44.848	35.095	5.7854
角度随机游走 $N/((^\circ) \cdot h^{-0.5})$	4.448	1.9435	0.27435

### 3.3 摇摆试验

静态条件与恒激励条件都比较理想, 对滤波效果的比较存在局限性, 为进一步验证自适应滤波的优越性, 进行摇摆试验。

将MEMS陀螺仪置于双轴转台上并分别对其施加  $10\sin(0.21t)$  与  $10\sin(0.25\pi t)$  的激励信号, 对得到的

原始数据进行滤波比较。同1节确定模型方法,可知在  $10\sin(0.21t)$  与  $10\sin(0.25\pi t)$  激励下,其 ARMA 建模分别为

$$x_{k1} = 0.7903x_{k-1} - 0.1470x_{k-2} + 0.3567x_{k-3} + d + a_k - 0.5612a_{k-1} - 0.2625a_{k-2} \quad (11)$$

$$x_{k2} = 0.7808x_{k-1} - 0.2320x_{k-2} + 0.4509x_{k-3} + d + a_k - 0.4486a_{k-1} - 0.0718a_{k-2} \quad (12)$$

滤波效果比较如图9所示。

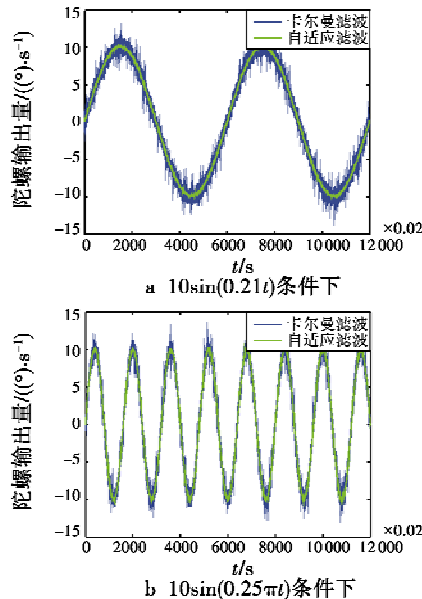


图9 不同条件下滤波的比较

Fig.9 Filtering under different conditions

从图中可看出,自适应滤波效果明显优于卡尔曼滤波,两种激励信号的 RMSE 比较如表4所示。

表4 速率试验 RMSE 比较

Table 4 RMSEs in rate test

	原始数据	卡尔曼滤波	自适应滤波
$10\sin(0.21t)$ 条件下 RMSE	0.4987	0.1930	0.0931
$10\sin(0.25\pi t)$ 条件下 RMSE	0.4933	0.2367	0.1402

从表中可知,在  $10\sin(0.21t)$  激励信号下,卡尔曼滤波与自适应滤波的 RMSE 分别较原始数据减少了 2.58 倍和 5.35 倍;在  $10\sin(0.25\pi t)$  激励信号下,卡尔曼滤波与自适应滤波的 RMSE 分别较原始数据减少 2.08 倍和 3.51 倍。

#### 4 结束语

为解决一般民用 MEMS 陀螺仪随机误差较大及误

差建模实时性的问题,本文提出一种基于状态扩增的 MEMS 陀螺仪随机误差数据建模及处理方法,将序列均值作为时间序列模型中的一个参数进行估计,并进行相关性及定阶准则分析,确定陀螺模型为 ARMA(3, 2)模型,在此基础上分别设计卡尔曼滤波和自适应卡尔曼滤波对误差进行补偿。试验结果表明,含截距项的时间序列 ARMA(3, 2)模型适用于试验所用 MEMS 陀螺,数据滤波效果显著,明显降低了随机噪声。

#### 参考文献

- [1] 徐定杰,苗志勇,沈锋,等. MEMS 陀螺随机漂移误差系数的动态提取[J]. 宇航学报,2015,36(2):217-223.
- [2] 代金华,张丽杰. 多准则 MEMS 陀螺随机误差在线建模与实时滤波[J]. 传感技术学报,2016,29(1):75-79.
- [3] 宋海宾,杨平,徐立波. MEMS 传感器随机误差分析及处理[J]. 传感技术学报,2013,26(12):1719-1723.
- [4] 吉训生,王寿荣. MEMS 陀螺仪随机漂移误差研究[J]. 宇航学报,2006,27(4):640-642.
- [5] CHEN D K, HAN J Q. Application of wavelet neural network in signal processing of MEMS accelerometers[J]. Microsystem Technologies,2011,17(1):1-5.
- [6] 熊必凤. 低成本 MEMS 陀螺仪随机漂移误差的建模及修正[D]. 重庆:西南大学,2017.
- [7] 傅建国,王孝通,李博,等. MEMS 陀螺随机误差模型研究[J]. 传感器与微系统,2005,24(3):75-77.
- [8] 王守宽. 基于 MEMS 低成本微型捷联惯性导航系统研究[D]. 北京:北京理工大学,2016.
- [9] 张娜. 基于 MEMS 陀螺仪随机漂移误差补偿的研究[D]. 太原:中北大学,2017.
- [10] 张玉莲,储海荣,张宏巍,等. MEMS 陀螺随机误差特性研究及补偿[J]. 中国光学,2016,9(4):501-510.
- [11] 李杰,张文栋,刘俊. 基于时间序列分析的 Kalman 滤波方法在 MEMS 陀螺仪随机漂移误差补偿中的应用研究[J]. 传感技术学报,2006,19(5):2215-2219.
- [12] 吴纾婕. MIMU 器件参数辨识及误差补偿技术研究[D]. 北京:北京理工大学,2015.
- [13] 孙伟,文剑,张远,等. MEMS 陀螺仪随机误差的辨识与降噪方法研究[J]. 电子测量与仪器学报,2017,31(1):15-20.
- [14] 张丽杰,常倍. 小型飞行器 MEMS 姿态测量系统[J]. 振动、测试与诊断,2010,30(6):698-702.