

引用格式:刘日,刘永波,赵先冬,等.重装空投过程的有限时间收敛自适应滑模控制[J].电光与控制,2019,26(5):1-6. LIU R, LIU Y B, ZHAO X D, et al. Finite-time convergent adaptive sliding mode control for heavyweight airdrop[J]. Electronics Optics & Control, 2019, 26(5):1-6.

## 重装空投过程的有限时间收敛自适应滑模控制

刘日<sup>1</sup>, 刘永波<sup>1</sup>, 赵先冬<sup>1</sup>, 穆成新<sup>1</sup>, 姚四伟<sup>1</sup>, 毛瑜昊<sup>2</sup>

(1. 空军哈尔滨飞行学院理论训练系, 哈尔滨 150000; 2. 空军工程大学航空工程学院, 西安 710038)

**摘要:**针对带有不确定性且不确定性边界未知的重装空投过程飞机运动系统,提出了一种有限时间收敛增益自适应滑模控制律。该控制律由标称控制和补偿控制两部分构成,前者用于获得有限时间的收敛性能,后者用于克服不确定性,提高系统鲁棒性。采用自适应方法在线近似补偿控制器的增益,解决了控制增益选取依赖于不确定性边界的问题,并有效抑制了滑模控制的抖振现象。理论分析表明,该方法能够保证飞机速度和俯仰角的跟踪误差有限时间收敛。仿真验证了控制方法的有效性和优越性。

**关键词:**重装空投;滑模控制;自适应控制;不确定性;有限时间收敛

中图分类号: V249 文献标志码: A doi:10.3969/j.issn.1671-637X.2019.05.001

## Finite-Time Convergent Adaptive Sliding Mode Control for Heavyweight Airdrop

LIU Ri<sup>1</sup>, LIU Yong-bo<sup>1</sup>, ZHAO Xian-dong<sup>1</sup>, MU Cheng-xin<sup>1</sup>, YAO Si-wei<sup>1</sup>, MAO Yu-hao<sup>2</sup>

(1. Department of Theory Training, Harbin Air Force Flight Academy, Harbin 150000, China;

2. College of Aeronautics Engineering, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

**Abstract:** Considering the bounded uncertainties without the prior knowledge of the bounds in heavyweight airdrop operations, an adaptive sliding mode control law with finite-time convergent performance is proposed. This control law is composed of two parts of nominal control law and compensated control law, the former is used to achieve finite-time stabilization performance, and the latter is used to reject the uncertainties and improve the robustness. The switching gains of the compensated control law are compensated using adaptive algorithms, and the knowledge of the bounds of the uncertainties is not required to be known in advance. Meanwhile, the severe chattering of the sliding mode control that caused by high switching gains is effectively reduced. Theoretical analysis indicates that the proposed method can ensure finite-time convergent performance of the tracking error of air speed and pitch angle. Simulation results prove the effectiveness and superiority of the control method.

**Key words:** heavy-weight airdrop; sliding mode control; adaptive control; uncertainty; finite-time convergence

### 0 引言

重装空投是利用大型运输机将重型装备投放至目标区域的一项技术,它具有重大的军用和民用价值。空投过程中重型货物的持续移动及瞬间离机会对飞机产生大幅值、突然的扰动,威胁飞行安全,因此,设计空

投模态的飞行控制器<sup>[1-3]</sup>十分有必要。

近年来,学术界在重装空投控制系统设计方面已经取得了许多成果。文献[4]基于重装空投过程的小扰动线性化模型,研究了L1控制方法的适用性;文献[5-6]设计了自抗扰控制器,并将其应用于重装空投系统。尽管以上控制方法能够在不同方面提高重装空投系统的响应特性,但随着货物重量增加,飞机的运动状态将大幅偏离平衡点,此时小扰动线性化方法会产生较大的模型误差。

为解决重装空投运动系统的大扰动、强非线性问题,有学者将反馈线性化方法应用于重装空投控制系

收稿日期:2018-06-27

修回日期:2019-04-16

基金项目:国家自然科学基金(61273141);航空科学基金(20141396012)

作者简介:刘日(1988—),男,吉林长春人,博士,讲师,研究方向为空中指挥引导和飞行控制。

统设计。文献[7]基于重装空投反馈线性化模型,设计了线性滑模控制器;文献[8]结合全程滑模和积分滑模的优点,提出了全程积分滑模控制方法。反馈线性化与滑模变结构相结合的控制策略,提高了运输机重装空投运动系统的鲁棒性,得到了良好的控制效果。不足之处是:上述方法不能保证状态跟踪误差的有限时间收敛性能,而快速的收敛性能不仅能够提高重装空投的时效性,还能够提高其安全性;滑模控制切换增益的选取依赖于不确定性,而系统不确定性常常难以获取,因此切换增益的选取会比较保守。

本文针对带有不确定性且不确定性边界未知的重装空投过程的飞机运动系统,首先设计了一种有限时间收敛积分滑模控制律稳定飞机俯仰角和速度,但是该控制器增益的选取依赖于不确定性边界。为此,采用自适应方法调节控制增益,放宽了控制律设计对不确定性先验知识的要求,有效抑制了滑模的抖振现象。通过对比仿真验证了所提方法的控制性能和优越性。

## 1 重装空投过程的飞机运动方程

本文采用文献[8]的空投模型,假设货物为质点,货物出舱导轨与机体纵轴重合,如图1所示,其中, $x_b$ 代表飞机机体坐标系的纵轴。

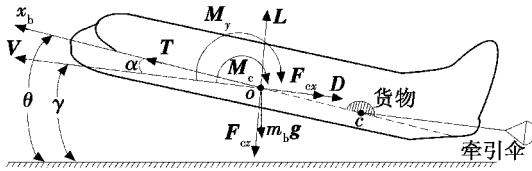


图1 空投过程示意图和飞机受力分析

Fig. 1 Graphical representation of airdrop and force analysis of the aircraft

货物牵引过程的飞机运动方程为<sup>[8]</sup>

$$\begin{cases} \dot{V} = (T \cos \alpha - D - m_b g \sin \gamma - F_{cx}) / m_b \\ \dot{\gamma} = (T \sin \alpha + L - m_b g \cos \gamma - F_{cz}) / m_b V \\ \dot{q} = (M_y + M_c) / I_y \\ \dot{\theta} = q \end{cases} \quad (1)$$

式中: $V$ 、 $\alpha$ 、 $\gamma$ 和 $\theta$ 分别表示速度、迎角、爬升角和俯仰角; $T$ 表示发动机推力; $D$ 表示阻力; $m_b$ 为飞机质量; $g$ 为重力加速度; $F_{cx}$ 、 $F_{cz}$ 分别表示货物对飞机的摩擦力和支持力; $L$ 表示升力; $q$ 为俯仰角速度; $M_y$ 表示气动力矩; $M_c$ 表示货物对飞机的干扰力矩; $I_y$ 为飞机绕横轴的转动惯量。

俯仰气动力矩为

$$M_y = \bar{q} S c_A [C_{m0} + C_{m\alpha}(\alpha - \alpha_0) + C_{mq} \frac{q c_A}{2V} + C_{m\delta_e} \delta_e] \quad (2)$$

式中: $\bar{q}$ 为动压; $S$ 为机翼面积; $c_A$ 为平均气动弦长;

$C_{m\alpha}$ 为俯仰力矩系数; $\delta_e$ 为升降舵偏角。

阻力和升力的表达式为

$$\begin{cases} D = \bar{q} S [C_{D0} + C_{D\alpha}(\alpha - \alpha_0) + C_{D\delta_e} \delta_e] \\ L = \bar{q} S [C_{L0} + C_{L\alpha}(\alpha - \alpha_0) + C_{L\delta_e} \delta_e] \end{cases} \quad (3)$$

式中, $C_{D\alpha}$ 和 $C_{L\alpha}$ 表示阻力和升力系数。

发动机推力的表达式为

$$T = T_m \delta_p \quad (4)$$

式中: $T_m$ 为最大推力; $\delta_p$ 为油门开度。

通过对货物进行受力分析,可以得到 $F_{cx}$ 、 $F_{cz}$ 和 $M_c$ 的表达式,如图1、图2所示。

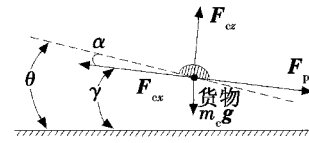


图2 货物的受力分析

Fig. 2 Force analysis of the cargo

货物的运动方程为

$$m_c a_{wx} = F_{cx} - F_p - m_c g \sin \gamma \quad (5)$$

$$m_c a_{wz} = -F_{cz} + m_c g \cos \gamma \quad (6)$$

$$F_{cx} = \mu F_{cz} \quad (7)$$

式中: $m_c$ 为货物质量; $a_{wx}$ 和 $a_{wz}$ 分别为货物沿速度方向和垂直于速度方向的加速度分量; $\mu$ 为摩擦系数; $F_p$ 为牵引力。若用 $\lambda$ 表示牵引比,则 $F_p = m_c g \lambda$ 。

由质点系的加速度合成定理,货物的绝对加速度是相对加速度、牵连加速度和科氏加速度的矢量和,所以有<sup>[8]</sup>

$$a_{wx} = \dot{V} + \dot{q} r_c \sin \alpha + q^2 r_c \cos \alpha + 2q \dot{r}_c \sin \alpha - \ddot{r}_c \cos \alpha \quad (8)$$

$$a_{wz} = \dot{q} r_c \cos \alpha - V \dot{\gamma} - q^2 r_c \sin \alpha + 2q \dot{r}_c \cos \alpha + \ddot{r}_c \sin \alpha \quad (9)$$

式中, $r_c$ 为货物相对飞机质心的距离。

将式(8)和式(9)代入式(5)和式(6),可得

$$\begin{cases} F_{cx} = F_p + m_c r_c \sin \alpha \dot{q} - (m_c g \cos \theta - 2m_c q \dot{r}_c) \sin \alpha + \\ m_c \dot{V} + (m_c g \sin \theta + m_c q^2 r_c - m_c \ddot{r}_c) \cos \alpha \\ F_{cz} = (m_c g \cos \theta - 2m_c q \dot{r}_c) \cos \alpha - m_c r_c \cos \alpha \dot{q} + \\ m_c V \dot{\gamma} + (m_c g \sin \theta + m_c q^2 r_c - m_c \ddot{r}_c) \sin \alpha \end{cases} \quad (10)$$

式中,

$$\begin{aligned} \ddot{r}_c = & \dot{V} \cos \alpha + V \sin \alpha \dot{\gamma} + g \sin \theta - \mu g \cos \theta + \mu F_p \sin \alpha / m_c + \\ & r_c q^2 + F_p \cos \alpha / m_c + \mu (\dot{V} \sin \alpha - V \dot{\gamma} \cos \alpha + \dot{q} r_c + 2q \dot{r}_c) \end{aligned} \quad (11)$$

由图1可得货物对飞机的干扰力矩为

$$\begin{aligned} M_c = & r_c (F_{cz} \cos \alpha - F_{cx} \sin \alpha) = m_c r_c g \cos \theta - F_p r_c \sin \alpha - \\ & m_c r_c (\dot{V} \sin \alpha - V \dot{\gamma} \cos \alpha + \dot{q} r_c + 2q \dot{r}_c) \end{aligned} \quad (12)$$

由式(1)~式(12),并考虑不确定性,则重装空投过程的飞机运动方程可表示为

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \Delta\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{u} \quad (13)$$

式中: $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = [f_1, f_2, f_3, f_4]^T$ ;  $\Delta\mathbf{f}(\mathbf{x}) = [\Delta f_1, \Delta f_2, \Delta f_3, \Delta f_4]^T$ 为不确定函数; $\mathbf{x} = [V, \alpha, q, \theta]^T$ ;  $\mathbf{B}(\mathbf{x}) = [b_1, b_2] =$

$$\begin{bmatrix} b_{11} & b_{21} & b_{31} & b_{41} \\ b_{12} & b_{22} & b_{32} & b_{42} \end{bmatrix}^T; \mathbf{u} = [\delta_c, \delta_p]^T.$$

$f_i$  和  $b_{ij} (i=1,2,3,4; j=1,2)$  分别为

$$\begin{cases} f_1 = [-\bar{q}S(C_{D0} + C_{D\alpha}(\alpha - \alpha_0)) + T_0 \cos \alpha - m_b g \sin \gamma - m_c r_c \sin \alpha f_3 - (A_1 \cos \alpha - A_2 \sin \alpha + F_p)] / (m_b + m_c) \\ f_2 = [-T_0 \sin \alpha - \bar{q}S(C_{L0} + C_{L\alpha}(\alpha - \alpha_0)) + m_b g \cos \gamma + (m_b + m_c)Vq + A_1 \sin \alpha + A_2 \cos \alpha - m_c r_c \cos \alpha f_3] / [(m_b + m_c)V] \\ f_3 = \bar{q}Sc_A(C_{m0} + C_{m\alpha}(\alpha - \alpha_0) + C_{mq}qc_A/2V)/A_3 + m_c r_c [F_p \sin \alpha - A_2 - m_b g \cos \gamma \cos \alpha + m_b g \sin \gamma \sin \alpha + \bar{q}S \sin \alpha (C_{D0} + C_{D\alpha}(\alpha - \alpha_0)) + \bar{q}S \cos \alpha (C_{L0} + C_{L\alpha}(\alpha - \alpha_0))] / [(m_b + m_c)A_3] + r_c (A_2 - F_p \sin \alpha) / A_3 \\ f_4 = q \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} b_{11} = -(m_c r_c \sin \alpha A_4 + \bar{q}SC_{D\delta_c}) / (m_b + m_c) \\ b_{12} = T_m \cos \alpha / (m_b + m_c) \\ b_{21} = -(\bar{q}SC_{L\delta_c} + m_c r_c \cos \alpha A_4) / [(m_b + m_c)V] \\ b_{22} = -T_m \sin \alpha / [(m_b + m_c)V] \\ b_{31} = A_4 \\ b_{32} = 0 \\ b_{41} = b_{42} = 0 \end{cases} \quad (15)$$

式中, $A_i (i=1,2,3,4)$  为

$$\begin{cases} A_1 = m_c g \sin \theta + m_c q^2 r_c - m_c \ddot{r}_c \\ A_2 = m_c g \cos \theta - 2m_c q \dot{r}_c \\ A_3 = I_y + m_c r_c^2 - m_c^2 r_c^2 / (m_b + m_c) \\ A_4 = \frac{\bar{q}Sc_A C_{m\delta_c}}{A_3} + \bar{q}Sm_c r_c (C_{D\delta_c} \sin \alpha + C_{L\delta_c} \cos \alpha) / [(m_b + m_c)A_3] \end{cases} \quad (16)$$

假设1  $\Delta\mathbf{f}(\mathbf{x})$  满足如下匹配条件

$$\text{rank}(\mathbf{B}, \Delta\mathbf{f}) = \text{rank}(\mathbf{B}) \quad (17)$$

## 2 空投过程模型的反馈线性化

选择  $\mathbf{y} = [y_1, y_2]^T = [V, \theta]^T$  作为式(13)系统的输出。应用反馈线性化方法<sup>[9]</sup>,可将式(13)系统化为

$$[y_1^{(r_1)}, y_2^{(r_2)}]^T = \mathbf{A}(\mathbf{x}) + \Delta\mathbf{A}(\mathbf{x}) + \mathbf{D}(\mathbf{x})\mathbf{u} \quad (18)$$

式中, $r_1$  和  $r_2$  为  $y_1$  和  $y_2$  的相对阶,且满足  $L_{b_i}(L_f^{l-1}y_i) = 0, l=1,2,\dots,r_i-1, L_{b_i}(L_f^{r_i-1}y_i) \neq 0, L(\cdot)$  为李导数算子<sup>[9]</sup>。计算表明  $r_1=1, r_2=2$ , 于是  $r_1+r_2 < 4$ , 故系统可以进行反馈线性化。

解耦矩阵为

$$\mathbf{D}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} L_{b_1}L_f^{r_1-1}y_1 & L_{b_2}L_f^{r_1-1}y_1 \\ L_{b_1}L_f^{r_2-1}y_2 & L_{b_2}L_f^{r_2-1}y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{31} & b_{32} \end{bmatrix} \quad (19)$$

当  $-\pi/2 < \alpha < \pi/2$  时,有  $|b_{11}b_{32}| \ll |b_{12}b_{31}|^{[7]}$ , 表明  $\mathbf{D}(\mathbf{x})$  是非奇异矩阵。 $\mathbf{A}(\mathbf{x})$  为

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}) = [L_f^{r_1}y_1 \quad L_f^{r_2}y_2]^T = [f_1 \quad f_3]^T \quad (20)$$

不确定性矩阵为

$$\Delta\mathbf{A}(\mathbf{x}) = [L_{\Delta f}L_f^{r_1-1}y_1 \quad L_{\Delta f}L_f^{r_2-1}y_2]^T = [\Delta f_1 \quad \Delta f_3]^T \quad (21)$$

假设2  $\Delta f_1$  和  $\Delta f_3$  满足

$$|\Delta f_1| \leq c_1 \text{ 且 } |\Delta f_3| \leq c_2 \quad (22)$$

式中, $c_1$  和  $c_2$  为未知常数。

## 3 控制器设计

### 3.1 有限时间收敛积分滑模控制

考虑式(18)系统,定义跟踪误差

$$\mathbf{e} = [e_1 \quad e_2]^T = [V - V_d \quad \theta - \theta_d]^T \quad (23)$$

式中, $V_d$  和  $\theta_d$  分别为速度和俯仰角指令。

设计如下滑模面函数

$$s_1 = e_1 + \int_0^t k \text{sgn}(e_1(\tau)) |e_1(\tau)|^p d\tau \quad (24)$$

$$s_2 = \dot{e}_2 + \int_0^t [l_1 \text{sgn}(e_2(\tau)) |e_2(\tau)|^{z_1} + l_2 \text{sgn}(\dot{e}_2(\tau)) |\dot{e}_2(\tau)|^{z_2}] d\tau \quad (25)$$

对  $s_1$  和  $s_2$  取微分,可得

$$\dot{s}_1 = \dot{V} - \dot{V}_d + k \text{sgn}(e_1(t)) |e_1(t)|^p \quad (26)$$

$$\dot{s}_2 = \ddot{\theta} - \ddot{\theta}_d + l_1 \text{sgn}(e_2(t)) |e_2(t)|^{z_1} + l_2 \text{sgn}(\dot{e}_2(t)) |\dot{e}_2(t)|^{z_2} \quad (27)$$

令  $\phi = \begin{bmatrix} -\dot{V}_d + k \text{sgn}(e_1(t)) |e_1(t)|^p \\ -\ddot{\theta}_d + l_1 \text{sgn}(e_2(t)) |e_2(t)|^{z_1} + l_2 \text{sgn}(\dot{e}_2(t)) |\dot{e}_2(t)|^{z_2} \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{S} = [s_1 \quad s_2]^T$ , 于是,式(26)和式(27)可以转化为

$$\dot{\mathbf{S}} = \mathbf{A}(\mathbf{x}) + \Delta\mathbf{A}(\mathbf{x}) + \mathbf{D}(\mathbf{x})\mathbf{u} + \phi \quad (28)$$

式中, $k, l_1, l_2, p, z_1, z_2$  均为控制参数。

设计控制律

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_{\text{nom}} + \mathbf{u}_{\text{com}} \quad (29)$$

$$\mathbf{u}_{\text{nom}} = -\mathbf{D}^{-1}[\mathbf{A}(\mathbf{x}) + \phi] \quad (30)$$

$$\mathbf{u}_{\text{com}} = -\mathbf{D}^{-1}\boldsymbol{\eta}[\text{sgn } s_1 \quad \text{sgn } s_2]^T \quad (31)$$

式中: $\mathbf{u}_{\text{nom}}$  为标称控制; $\mathbf{u}_{\text{com}}$  为补偿控制,用来克服不确

定性;  $\boldsymbol{\eta} = \text{diag}(\eta_1, \eta_2)$ , 满足  $\eta_i \geq c_i + \varepsilon_i, \varepsilon_i > 0$ 。

**定理 1** 考虑式(18)系统, 设计控制律如式(29)~式(31), 则跟踪误差  $e_1$  和  $e_2$  将在有限时间内收敛到 0。

证明 考虑 Lyapunov 函数

$$\sigma = \frac{1}{2} \mathbf{S}^T \mathbf{S} \quad (32)$$

对  $\sigma$  取微分, 可得

$$\dot{\sigma} = \mathbf{S}^T [\mathbf{A}(\mathbf{x}) + \Delta \mathbf{A}(\mathbf{x}) + \mathbf{D}(\mathbf{x}) \mathbf{u} + \boldsymbol{\phi}] \quad (33)$$

将式(29)~式(31)代入式(33), 可得

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} = \mathbf{S}^T ( & -\boldsymbol{\eta} [\text{sgn } s_1 \quad \text{sgn } s_2]^T + \Delta \mathbf{A}(\mathbf{x})) = \\ & \mathbf{S}^T \begin{bmatrix} -\eta_1 \text{sgn } s_1 + \Delta f_1 \\ -\eta_2 \text{sgn } s_2 + \Delta f_3 \end{bmatrix} \leq \\ & -\eta_1 |s_1| - \eta_2 |s_2| + c_1 |s_1| + c_2 |s_2| \end{aligned} \quad (34)$$

由于  $\eta_i \geq \varepsilon_i + c_i, \varepsilon_i > 0, i = 1, 2$ , 则有

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} \leq -\varepsilon_1 |s_1| - \varepsilon_2 |s_2| \leq -\min\{\varepsilon_1, \varepsilon_2\} \sqrt{s_1^2 + s_2^2} = \\ -\sqrt{2} \min\{\varepsilon_1, \varepsilon_2\} \sqrt{\sigma} \end{aligned} \quad (35)$$

可知, 滑模面将在有限时间收敛到平衡点(即  $s_i = 0, i = 1, 2$ )。于是

$$\dot{e}_1 = -k \text{sgn}(e_1(t)) |e_1(t)|^p \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_2 = -l_1 \text{sgn}(e_2(t)) |e_2(t)|^{z_1} - \\ l_2 \text{sgn}(\dot{e}_2(t)) |\dot{e}_2(t)|^{z_2} \end{aligned} \quad (37)$$

进一步说明,  $e_1$  和  $e_2$  将在有限时间内收敛到 0。

证毕。

以上证明要求  $\eta_i$  大于不确定性边界, 即  $\eta_i > c_i$ 。然而, 不确定性由气动系数摄动与飞机、货物运动参数耦合构成, 实际中难以获得其边界的先验信息。为保证稳定性, 控制增益通常需要选择大一些, 这会增强抖振现象, 降低控制效果。

### 3.2 有限时间收敛自适应积分滑模控制

考虑式(28)系统定义的滑模面函数, 将式(29)和式(30)代入式(28), 可得

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{S}} = \mathbf{A}(\mathbf{x}) + \Delta \mathbf{A}(\mathbf{x}) + \mathbf{D}(\mathbf{x}) \mathbf{u} + \boldsymbol{\phi} = \mathbf{A}(\mathbf{x}) + \Delta \mathbf{A}(\mathbf{x}) + \\ \mathbf{D}(\mathbf{x}) (\mathbf{u}_{\text{nom}} + \mathbf{u}_{\text{com}}) + \boldsymbol{\phi} = \Delta \mathbf{A}(\mathbf{x}) + \mathbf{D}(\mathbf{x}) \mathbf{u}_{\text{com}} \end{aligned} \quad (38)$$

由假设 2 可知,  $|\Delta f_1| \leq c_1, |\Delta f_3| \leq c_2$ 。设计自适应律调节  $c_1$  和  $c_2$ , 即

$$[\dot{\hat{c}}_1(t) \quad \dot{\hat{c}}_2(t)]^T = \boldsymbol{\Gamma} [|s_1| \quad |s_2|]^T \quad (39)$$

式中:  $\hat{c}_i(t)$  为  $c_i (i = 1, 2)$  的估计值; 自适应增益矩阵  $\boldsymbol{\Gamma} = \text{diag}(\Gamma_1, \Gamma_2)$ 。定义补偿控制  $\mathbf{u}_{\text{com}}$  为

$$\mathbf{u}_{\text{com}} = -\mathbf{D}^{-1} [\hat{c}_1 \text{sgn } s_1 \quad \hat{c}_2 \text{sgn } s_2]^T \quad (40)$$

**定理 2** 考虑式(38)系统, 设计式(40)控制律和式(39)自适应律, 则  $\hat{c}_i(t)$  存在上界  $\bar{c}_i$ , 即存在正常数  $\bar{c}_i$  满足

$$\hat{c}_i(t) \leq \bar{c}_i \quad i = 1, 2 \quad (41)$$

证明 考虑 Lyapunov 函数

$$\sigma = \frac{1}{2} \mathbf{S}^T \mathbf{S} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \hat{c}_1(t) - c_1 \\ \hat{c}_2(t) - c_2 \end{bmatrix}^T \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{c}_1(t) - c_1 \\ \hat{c}_2(t) - c_2 \end{bmatrix} \quad (42)$$

对  $\sigma$  取微分, 可得

$$\dot{\sigma} = \mathbf{S}^T [\Delta \mathbf{A}(\mathbf{x}) + \mathbf{D}(\mathbf{x}) \mathbf{u}_{\text{com}}] + \begin{bmatrix} \dot{\hat{c}}_1(t) - c_1 \\ \dot{\hat{c}}_2(t) - c_2 \end{bmatrix}^T \cdot$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \begin{bmatrix} \dot{\hat{c}}_1(t) \\ \dot{\hat{c}}_2(t) \end{bmatrix} = \Delta f_1 s_1 + \Delta f_3 s_2 - c_1 |s_1| - c_2 |s_2| \leq \\ |\Delta f_1| |s_1| + |\Delta f_3| |s_2| - c_1 |s_1| - c_2 |s_2| \end{aligned} \quad (43)$$

由假设 2 可知,  $\dot{\sigma} \leq 0$ , 所以  $\hat{c}_i(t)$  是一致有界的。

证毕。

**定理 3** 考虑式(18)系统, 设计式(29)、式(30)和式(40)的控制律, 式(39)的自适应律, 则跟踪误差  $e_1$  和  $e_2$  将在有限时间内收敛到 0。

证明 定义 Lyapunov 函数

$$\sigma = \frac{1}{2} \mathbf{S}^T \mathbf{S} + \frac{1}{2\lambda} \begin{bmatrix} \hat{c}_1(t) - \bar{c}_1 \\ \hat{c}_2(t) - \bar{c}_2 \end{bmatrix}^T \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{c}_1(t) - \bar{c}_1 \\ \hat{c}_2(t) - \bar{c}_2 \end{bmatrix} \quad (44)$$

式中,  $0 < \lambda < 1$ 。

对  $\sigma$  取微分, 可得

$$\dot{\sigma} = \mathbf{S}^T [\Delta \mathbf{A}(\mathbf{x}) + \mathbf{D}(\mathbf{x}) \mathbf{u}_{\text{com}}] + \frac{1}{\lambda} \begin{bmatrix} \dot{\hat{c}}_1(t) - \bar{c}_1 \\ \dot{\hat{c}}_2(t) - \bar{c}_2 \end{bmatrix}^T \cdot$$

$$\boldsymbol{\Gamma}^{-1} \begin{bmatrix} \dot{\hat{c}}_1(t) \\ \dot{\hat{c}}_2(t) \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} |s_1| \\ |s_2| \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{c}_1(t) \\ \hat{c}_2(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} |s_1| \\ |s_2| \end{bmatrix} +$$

$$\frac{1}{\lambda} \begin{bmatrix} \hat{c}_1(t) - \bar{c}_1 \\ \hat{c}_2(t) - \bar{c}_2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} |s_1| \\ |s_2| \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \bar{c}_1 - c_1 \\ \bar{c}_2 - c_2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} |s_1| \\ |s_2| \end{bmatrix} -$$

$$\left( \frac{1}{\lambda} - 1 \right) \begin{bmatrix} |s_1| \\ |s_2| \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{c}_1 - \hat{c}_1(t) \\ \bar{c}_2 - \hat{c}_2(t) \end{bmatrix} \quad (45)$$

存在  $\bar{c}_i$  满足  $\bar{c}_i - c_i(t) > 0, i = 1, 2$ 。结合式(41), 进一步可得(推导过程略)

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} \leq -\min\{\bar{c}_1 - c_1, \bar{c}_2 - c_2\} \sqrt{2} \frac{|s_1| + |s_2|}{\sqrt{2}} - \left( \frac{1}{\lambda} - 1 \right) \cdot \\ \min\{|s_1|, |s_2|\} \sqrt{2\lambda} \frac{|\bar{c}_1 - \hat{c}_1(t)| + |\bar{c}_2 - \hat{c}_2(t)|}{\sqrt{2\lambda}} \leq \\ -\min\{\beta_1, \beta_2\} \sqrt{\sigma} \end{aligned} \quad (46)$$

与定理 1 的证明相同, 滑模面将在有限时间内收敛到平衡点,  $e_1$  和  $e_2$  将在有限时间内收敛到 0。

证毕。

与 3.1 节不同, 有限时间收敛自适应积分滑模方法

中补偿控制项  $u_{com}$  的增益采用自适应方法调节,克服控制器参数选取对不确定性先验信息的依赖。由于控制增益不需要选择过大,所以抖振问题会得到有效抑制。

最后,结合外环 PID 高度保持控制完成整个控制系统的设计。高度指令  $H_d$  为飞机平飞高度,高度误差信号经 PID 运算后输出俯仰角指令  $\theta_d$ ,速度指令为飞机平飞速度  $V_{min}$ 。控制系统的整体结构如图3所示,其中,  $H$  表示高度,  $H_{min}$  表示高度的配平值。

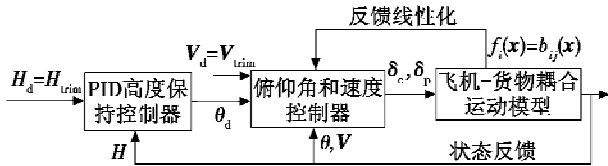


图3 控制系统结构图

Fig.3 Framework of control system

### 4 仿真验证

设定空投初始条件:飞行高度  $H_0$  为 100 m,飞行速度  $V_0$  为 80 m/s,迎角  $\alpha_0$  为 3.8134°,俯仰角  $\theta_0$  为 3.8134°,油门开度  $\delta_p$  为 27.1%,升降舵偏角  $\delta_e$  为 0°,襟翼开度  $\delta_f$  为 25°,水平安定面  $\delta_{hs}$  为 -3.4568°。出舱导轨长度  $l$  为 10 m,货物质量  $m_c$  为 8000 kg,货物与导轨的摩擦系数  $\mu$  为 0.02,牵引比  $\lambda$  为 0.2。

为验证控制器的有效性和优越性,选取如下3种控制器进行仿真对比。

1) 控制器 A。标称控制,由式(30)定义,控制参数分别为  $k = 1, a = 0.8, l_1 = 0.25, l_2 = 0.4, b_1 = \frac{1}{3}, b_2 = 0.5$ 。

2) 控制器 B。有限时间收敛积分滑模控制器,由式(29)~式(31)定义,控制参数分别为  $k = 1, a = 0.8, l_1 = 0.25, l_2 = 0.4, b_1 = \frac{1}{3}, b_2 = 0.5, \eta_1 = 0.01, \eta_2 = 0.2$ 。

3) 控制器 C。有限时间收敛自适应积分滑模控制器,由式(29)、式(30)和式(40)定义,控制参数分别为  $k = 1, a = 0.8, l_1 = 0.25, l_2 = 0.4, b_1 = \frac{1}{3}, b_2 = 0.5, \Gamma_1 = 1, \Gamma_2 = 2$ 。

外环 PID 控制律参数选取为  $K_p = 0.03, K_I = 0.015$  和  $K_D = 0.0005$ 。

图4和图5分别为阻力系数扰动  $20\% \sin 2t$  和俯仰力矩系数扰动  $20\% \sin 2t$  时,空投过程的飞机响应曲线。

由图可以看出,3种控制策略都能稳定重装空投过程中飞机的俯仰运动。高度的稳态跟踪误差小于1 m,当货物离机后,飞机高度、迎角和俯仰角均在6 s内稳定。

对比3种控制策略可见,控制器B和控制器C的控制效果优于控制器A,验证了补偿控制  $u_{com}$  可以克服不确定性。但控制器B存在比较强烈的抖振现象,可见,控制器C的性能更优。

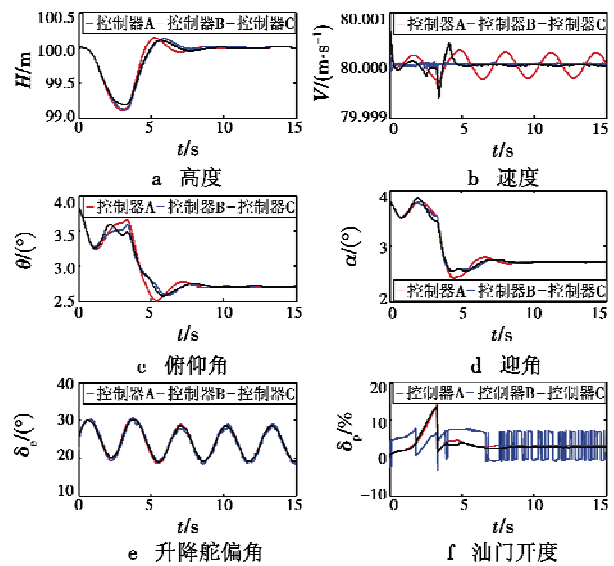


图4  $C_D$  扰动  $20\% \sin 2t$ ,空投过程的飞机响应

Fig.4 Aircraft responses in airdrop process with  $C_D$  changing by  $20\% \sin 2t$

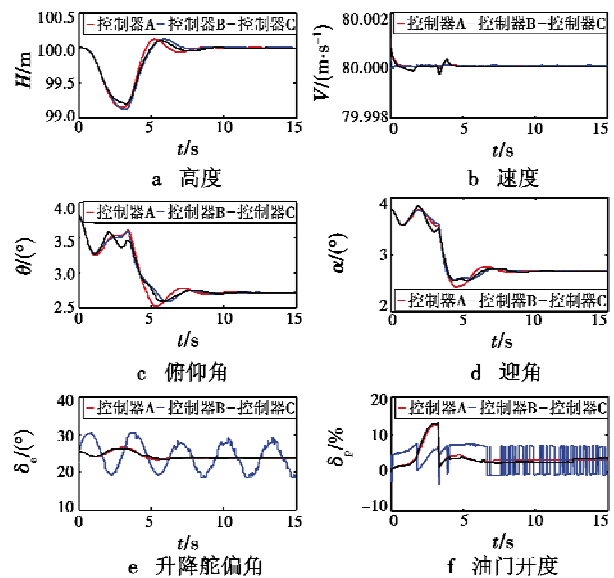


图5  $C_m$  扰动  $20\% \sin 2t$  时,空投过程的飞机响应

Fig.5 Aircraft responses in airdrop process with  $C_m$  changing by  $20\% \sin 2t$

## 5 结语

本文针对重装空投过程的飞机运动系统,提出了一种有限时间收敛自适应积分滑模控制方法。该方法放宽了控制器设计对系统不确定性的要求,无需知道不确定性边界的先验信息,能够保证重装空投过程中飞机速度和俯仰角的有限时间跟踪性能,有效抑制滑模控制的抖振现象。本文所得结论对重装空投过程飞行员操纵及飞行控制系统研发具有一定的参考价值。

### 参 考 文 献

- [1] ZANG J, LIU H, LIU T P, et al. Object-oriented mission modeling for multiple transport aircraft[J]. International Journal of Aeronautical and Space Sciences, 2013, 14(3):264-271.
- [2] LIU R, SUN X X, DONG W H. Flight controller design for aircraft low altitude airdrop[J]. Aircraft Engineering and Aerospace Technology, 2016, 88(6):689-696.
- [3] 郝广庆. 国内外重装空投技术的现状和发展[C]//中国航空学会第十届安全救生学术交流会, 2006:109-112.
- [4] LIU R, SUN X X, DONG W H, et al. Dynamics modeling and L1 adaptive control of a transport aircraft for heavy-weight airdrop[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2015(11):1-15.
- [5] 赵世伟, 孙秀霞, 贾文铜, 等. 超低空重装空投纵向自抗扰控制[J]. 火力与指挥控制, 2017, 42(4):6-13.
- [6] ZHAO S W, SUN X X, LIU R, et al. Active disturbance rejection control for heavy cargo airdrop operations[J]. Engineering Review, 2018, 38(2):143-154.
- [7] XU G Z, SUN X X. Heavyweight airdrop pitch flight control law design based on feedback linearization theory and variable structure control[C]//IEEE Chinese Guidance, Navigation and Control Conference, 2014:962-967.
- [8] LIU R, SUN X X, DONG W H. Dynamics modeling and control of a transport aircraft for ultra-low altitude airdrop[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2015, 28(2):478-487.
- [9] SLOTINE J J E, LI W. Applied nonlinear control[M]. New Jersey:Prentice-Hall, 1991.

## 下 期 要 目

光电观瞄系统激光照射距离分析

光电侦察系统分辨能力研究分析

基于三维比例导引的舰空导弹协同杀伤区研究

基于多特征融合的空对地目标检测和追踪方法

压电陶瓷驱动平台的复合控制方法研究

采用贝叶斯网络的应召反潜目标态势评估

编码特征点的瞄准线测量方法

PSO 优化 SVM 的 MEMS 陀螺温度零偏补偿

摇臂式起落架无人机地面滑跑数学模型与仿真

基于混合优化的自适应加速稳健 PnP 算法

基于观测器的四旋翼飞行器自适应滑模姿态控制

Chopthin 重采样粒子滤波的目标跟踪算法

大入射角海杂波相关特性分析及幅度拟合

军用直升机光电系统地面比测试验方法研究



请扫描二维码关注我刊