

引用格式:韩林,陈帅,陈德潘,等.弹载 BDS/SINS 深组合自适应 CKF 滤波方法研究[J].电光与控制,2019,26(4):6-10,22. HAN L, CHEN S, CHEN D P, et al. On adaptive CKF filtering method for BDS/SINS deeply integrated navigation of missiles[J]. Electronics Optics & Control, 2019, 26(4):6-10, 22.

## 弹载 BDS/SINS 深组合自适应 CKF 滤波方法研究

韩林, 陈帅, 陈德潘, 张博雅  
(南京理工大学, 南京 210094)

**摘要:** 针对弹道导弹高动态、非线性的特点,引入了基于三阶球面-径向容积准则的非线性容积卡尔曼滤波(CKF)算法。此外,针对其特点,研究了发射惯性系下 BDS/SINS 深组合导航下的自适应容积卡尔曼滤波(ACKF)算法。该算法根据 Sage 滤波开窗法的思想和渐消的思想,通过引入多重次优渐消因子到 CKF 滤波器中,自适应地在线调整 CKF 滤波器的观测误差协方差阵,在提高滤波精度的同时实现对快速变化的状态进行强有力的跟踪。实验结果表明:多重次优渐消因子的引入使得 CKF 滤波器可以更多地利用系统的先验信息,ACKF 滤波器对快速变化的状态具有更强的跟踪,系统误差在较短的时间内收敛,提高了组合导航系统的动态性能。

**关键词:** 弹道导弹; 发射惯性坐标系; 深组合导航; 多重次优渐消因子; ACKF

中图分类号: O213.2 文献标志码: A doi:10.3969/j.issn.1671-637X.2019.04.002

## On Adaptive CKF Filtering Method for BDS/SINS Deeply Integrated Navigation of Missiles

HAN Lin, CHEN Shuai, CHEN De-pan, ZHANG Bo-ya  
(Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

**Abstract:** Aiming at the highly dynamic and nonlinear characteristics of ballistic missiles, this paper introduces a nonlinear Cubature Kalman Filter (CKF) algorithm based on the third-order spherical-radial cubature rule. In addition, according to its characteristics, the Adaptive Cubature Kalman Filter (ACKF) algorithm for BDS/SINS deeply integrated navigation under the launch inertial system is studied. The algorithm is based on the idea of the Sage filter windowing method and the evanescent idea. By introducing multiple suboptimal fading factors into the CKF filter, the covariance matrix of observation error of the CKF filter can be adaptively adjusted online, and the fast-changing state can be effectively tracked while improving the filtering accuracy. Simulation results show that: Through the introduction of multiple suboptimal fading factors, the CKF filter can make better use of the system's prior information and make a stronger tracking of rapidly changing conditions; and the systematic errors can converge in a short period of time. Thus the dynamic performance of the integrated navigation system is improved greatly.

**Key words:** ballistic missile; launch inertial coordinates; deeply integrated navigation; multiple suboptimal fading factors; ACKF

### 0 引言

BDS 和 SINS 的深组合导航是更深层次的组合导航

收稿日期:2018-05-02

修回日期:2018-05-31

基金项目:中国博士后基金(2015M580434);中央高校基本科研业务费专项资金资助(30916011336);中国博士后基金特别资助(2016T90461);江苏省博士后科研资助计划(1501050B);国防基础科研计划(JCKY2016606B004)

作者简介:韩林(1993—),男,山东潍坊人,硕士生,研究方向为组合导航。

方式,除了可以完成松组合或紧组合的处理工作之外,还可利用 INS 的原始测量信息或者导航信息(位置、速度)对接收机的信号跟踪环路进行辅助<sup>[1]</sup>。采用同相或正交的 BDS 接收机通道中的采样来更新导航滤波器的状态,载波的控制器和码发生器也接收来自于导航滤波器的输出校正,可以获得更高的载波相位跟踪带宽和抗干扰能力。深组合导航系统在高动态、强干扰的载体运动环境下,剧烈变化的载体角速率和线运动<sup>[2]</sup>,使得 INS 和 BDS 的信息输出及其噪声特性具有很强的非线性<sup>[3]</sup>。

针对这种非线性问题,一般有两种解决方法<sup>[4-5]</sup>:一种是在某些假设条件下,将非线性函数进行线性化处理,对高阶项采用忽略或逼近的措施,最常用的是扩展卡尔曼滤波(EKF);另一种是使用采样的方法近似非线性分布,如粒子滤波(PF)、无迹卡尔曼滤波(UKF)<sup>[6-7]</sup>、容积卡尔曼滤波(CKF)<sup>[8-9]</sup>,可以较好地避免 EKF 存在的 Jacobian 矩阵计算复杂和系统非线性严重时滤波误差增大甚至发散的问题。CKF 算法与 UKF 算法相比,有严格的数学推导过程,而且不存在因 UKF 算法在高维稳定性下降而出现滤波精度降低的问题<sup>[10]</sup>;CKF 算法与 PF 算法相比计算量小,实现更容易。因此,研究 CKF 滤波算法在 BDS/SINS 组合导航中的应用意义明显。

常规的非线性滤波算法都是建立在系统模型准确的基础上,而实际中经常存在系统模型不准确的情况。本文针对标准 CKF 算法对系统状态突变造成的非线性滤波估计不准确以及因模型不确定导致滤波精度降低的问题,立足于基本 CKF 算法框架,并结合 Sage 滤波理论和渐消的思想,通过引入多重次优渐消因子,自适应地对观测误差协方差阵进行估计,建立了一种基于多重次优渐消因子的自适应容积卡尔曼滤波(ACKF)跟踪器,并将此算法运用于发射惯性系下 BDS/SINS 深组合导航仿真研究,结果表明该算法相对于标准 CKF 算法,能够较好地解决状态系统和观测系统在受到干扰时精度变差的问题,具有更好的估计精度和适应性。

## 1 发射惯性系下 BDS/SINS 深组合导航模型

BDS/SINS 深组合导航系统的典型特征是数据信息融合的程度更加深入,涉及到 BDS 接收机内部跟踪环路。

结合本文发射惯性系下弹载组合系统的背景,基于紧组合滤波器的 BDS/SINS 深组合导航系统的设计思路是:利用 INS 输出和 BDS 接收机输出,选取伪距和伪距率作为观测量,建立对应 INS 位置误差、速度误差、姿态误差及 BDS 等效距离误差、距离率误差等状态变量的系统状态方程和观测方程,经过 CKF 滤波器的最优估计,输出校正信息,同时使用校正后的 INS 输出的信息辅助 BDS 接收机跟踪环路,减小了 BDS 接收机跟踪环路带宽。这种系统可以在一定程度上降低 BDS 跟踪环路动态应力误差、抑制跟踪环路热噪声,提升系统的动态性能和抗干扰能力,实现两个系统在观测过程中的相互辅助<sup>[11]</sup>。

### 1.1 发射惯性系下深组合系统状态方程

#### 1.1.1 SINS 系统状态方程

SINS 系统状态方程为

$$\dot{\mathbf{X}}_s(t) = \mathbf{F}_s(t)\mathbf{X}_s(t) + \mathbf{G}_s(t)\mathbf{W}_s(t) \quad (1)$$

式中: $\mathbf{F}_s(t)$ 为捷联惯导系统状态转移矩阵; $\mathbf{G}_s(t)$ 为捷联惯导系统噪声驱动矩阵; $\mathbf{W}_s(t)$ 为捷联惯导系统噪声矩阵。各矩阵具体算式详见参考文献[12]。 $\mathbf{X}_s(t)$ 表示捷联惯导系统的状态变量,即

$$\mathbf{X}_s(t) = [\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z, \delta V_x, \delta V_y, \delta V_z, \delta X, \delta Y, \delta Z, \varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \nabla_x, \nabla_y, \nabla_z]^T \quad (2)$$

式中: $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$ 为发射惯性系下系统姿态失准角; $\delta V_x, \delta V_y, \delta V_z$ 为发射惯性系下 X, Y, Z 轴方向的速度误差; $\delta X, \delta Y, \delta Z$ 为发射惯性系下 X, Y, Z 轴方向的位置误差; $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ 和  $\nabla_x, \nabla_y, \nabla_z$ 分别为弹体坐标系下陀螺仪常值漂移和加速度计常值偏置。

#### 1.1.2 BDS 系统状态方程

BDS 系统状态方程为

$$\dot{\mathbf{X}}_g(t) = \mathbf{F}_g(t)\mathbf{X}_g(t) + \mathbf{G}_g(t)\mathbf{W}_g(t) \quad (3)$$

式中: $\mathbf{F}_g(t)$ 为北斗导航系统状态转移矩阵; $\mathbf{G}_g(t)$ 为北斗导航系统噪声驱动矩阵; $\mathbf{W}_g(t)$ 为北斗导航系统噪声

矩阵。各矩阵具体形式为: $\mathbf{F}_g(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{T_{ru}} \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{G}_g(t) =$

$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{W}_g(t) = \begin{bmatrix} w_u \\ w_{ru} \end{bmatrix}$ 。 $\mathbf{X}_g(t)$ 表示北斗导航系统的状态变量

$$\mathbf{X}_g(t) = [\Delta l_u, \Delta l_{ru}]^T \quad (4)$$

式中: $\Delta l_u$ 为与时钟误差对应的距离误差; $\Delta l_{ru}$ 为与时钟频率误差对应的距离率误差。

将发射惯性坐标系下 SINS 系统状态方程式(1)和 BDS 系统状态方程式(3)联合,即可得到发射惯性系下深组合导航系统的状态方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{X}}_s(t) \\ \dot{\mathbf{X}}_g(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_s(t) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{F}_g(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_s(t) \\ \mathbf{X}_g(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{G}_s(t) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G}_g(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{W}_s(t) \\ \mathbf{W}_g(t) \end{bmatrix} \quad (5)$$

## 1.2 发射惯性系下深组合系统观测方程

### 1.2.1 伪距观测方程

BDS 接收机输出的导弹与某颗有效北斗卫星  $i$  之间的伪距测量值为

$$\rho_g^i = \rho^i + \delta l_u^i + v_p^i \quad (6)$$

设某一时刻,导弹在发射惯性系下的真实位置为  $[X \ Y \ Z]^T$ ,则式(6)中: $\rho^i$ 为该时刻导弹与北斗卫星之间的理想距离; $\delta l_u^i$ 为等效时钟误差引起的距离误差; $v_p^i$ 为伪距观测噪声。

计算  $\rho^i$  为

$$\rho^i = \sqrt{(X - X_w^i)^2 + (Y - Y_w^i)^2 + (Z - Z_w^i)^2} \quad (7)$$

SINS 输出的导弹位置与第  $i$  颗北斗卫星之间的伪距测量值为

$$\rho_s^i = \sqrt{(X_s - X_w^i)^2 + (Y_s - Y_w^i)^2 + (Z_s - Z_w^i)^2} \quad (8)$$

式中:  $[X_s, Y_s, Z_s]^T$  为捷联惯导系统解算得到的导弹在发射惯性系下的位置;  $[X_w^i, Y_w^i, Z_w^i]^T$  为第  $i$  颗北斗卫星转换到发射惯性系下的位置。

设捷联惯导系统解算得到的导弹位置与真实位置之间的距离误差为  $[\delta X_s, \delta Y_s, \delta Z_s]^T$ , 则有

$$\begin{cases} X_s = X + \delta X_s \\ Y_s = Y + \delta Y_s \\ Z_s = Z + \delta Z_s \end{cases} \quad (9)$$

将式(8)SINS 伪距和式(6)BDS 接收机伪距联合, 可得伪距差非线性观测方程为

$$\delta \rho^i = \rho_s^i - \rho_g^i = \rho_s^i - \rho^i - \delta l_u^i - v_p^i \quad (10)$$

### 1.2.2 伪距率观测方程

BDS 接收机输出的导弹与某颗有效北斗卫星  $i$  之间的伪距率为

$$\dot{\rho}_g^i = \dot{\rho}^i + \delta l_{ru}^i + v_p^i \quad (11)$$

同上, 导弹在发射惯性系下的真实速度为  $[\dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z}]^T$ , 则式(11)中:  $\dot{\rho}^i$  为该时刻理想的伪距率;  $\delta l_{ru}^i$  为等效时钟频率误差引起的距离率误差;  $v_p^i$  为伪距率观测噪声。

计算  $\dot{\rho}^i$  为

$$\dot{\rho}^i = [(X - X_w^i)(\dot{X} - \dot{X}_w^i) + (Y - Y_w^i)(\dot{Y} - \dot{Y}_w^i) + (Z - Z_w^i)(\dot{Z} - \dot{Z}_w^i)] / \rho^i \quad (12)$$

SINS 输出的导弹与第  $i$  颗北斗卫星之间的伪距率为

$$\dot{\rho}_s^i = [(X_s - X_w^i)(\dot{X}_s - \dot{X}_w^i) + (Y_s - Y_w^i)(\dot{Y}_s - \dot{Y}_w^i) + (Z_s - Z_w^i)(\dot{Z}_s - \dot{Z}_w^i)] / \rho_s^i \quad (13)$$

式中:  $[\dot{X}_s, \dot{Y}_s, \dot{Z}_s]^T$  是捷联惯导系统解算得到的导弹在发射惯性系下的三维速度;  $[\dot{X}_w^i, \dot{Y}_w^i, \dot{Z}_w^i]^T$  为第  $i$  颗北斗卫星在发射惯性系下的运动速度。

设捷联惯导系统解算得到的导弹速度与真实速度之间的速度误差为  $[\delta \dot{X}_s, \delta \dot{Y}_s, \delta \dot{Z}_s]^T$ , 则有

$$\begin{cases} \dot{X}_s = \dot{X} + \delta \dot{X}_s \\ \dot{Y}_s = \dot{Y} + \delta \dot{Y}_s \\ \dot{Z}_s = \dot{Z} + \delta \dot{Z}_s \end{cases} \quad (14)$$

将式(13)SINS 伪距率和式(11)BDS 接收机伪距率联合, 可得伪距率差非线性观测方程为

$$\delta \dot{\rho}^i = \dot{\rho}_s^i - \dot{\rho}_g^i = \dot{\rho}_s^i - \dot{\rho}^i - \delta l_{ru}^i - v_p^i \quad (15)$$

将发射惯性坐标系下伪距差观测方程式(10)和伪距率差观测方程式(15)联合, 即可得到发射惯性系

下深组合导航系统的观测方程为

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \delta \rho^i \\ \delta \dot{\rho}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_s^i - \rho_g^i \\ \dot{\rho}_s^i - \dot{\rho}_g^i \end{bmatrix} \quad (16)$$

应注意, 本系统中采用非线性 CKF 滤波器, 系统观测方程无需线性化。

## 2 基于渐消因子的自适应 CKF 组合滤波算法

### 2.1 标准 CKF 组合滤波算法

基于高斯滤波框架的 CKF 算法的核心是使用三阶球面-径向容积准则近似逼近非线性系统的状态均值和协方差。首先依据容积准则选取容积点, 其次将所有的容积点经过非线性系统传递函数的传递, 最后使用传递后的容积点加权求和来近似逼近非线性系统的函数值。

将式(16)离散化为离散时间非线性系统, 即

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) + \mathbf{w}_k \\ \mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{h}(\mathbf{x}_{k+1}) + \mathbf{v}_{k+1} \end{cases} \quad (17)$$

式中:  $\mathbf{x}_k$  为离散化后系统状态向量;  $\mathbf{z}_{k+1}$  为离散化后系统观测向量;  $\mathbf{f}(\cdot)$  为系统非线性状态函数;  $\mathbf{h}(\cdot)$  为系统非线性观测函数;  $\mathbf{w}_k$  为系统状态高斯白噪声;  $\mathbf{v}_k$  为系统观测高斯白噪声。

$\mathbf{w}_k$  和  $\mathbf{v}_k$  互不相关且满足如下统计特性

$$\begin{cases} E[\mathbf{w}_k] = 0 & cov(\mathbf{w}_k, \mathbf{w}_j) = \mathbf{Q}_k \delta_{kj} \\ E[\mathbf{v}_k] = 0 & cov(\mathbf{v}_k, \mathbf{v}_j) = \mathbf{R}_k \delta_{kj} \\ & cov(\mathbf{w}_k, \mathbf{v}_k) = 0 \end{cases} \quad (18)$$

式中:  $\mathbf{Q}_k, \mathbf{R}_k$  分别为  $\mathbf{w}_k, \mathbf{v}_k$  的协方差阵,  $\mathbf{Q}_k$  对称非负定,  $\mathbf{R}_k$  对称正定;  $\delta_{kj}$  为  $\delta$  函数。

标准 CKF 算法的具体流程如下所述。

1) 选定滤波初值。

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_0 = E(\mathbf{x}_0) \\ \mathbf{P}_0 = E(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)^T \end{cases} \quad (19)$$

2) 计算采样点。

设  $N(\mathbf{x}_k; \hat{\mathbf{x}}_k, \mathbf{P}_k)$  为  $k$  时刻状态  $\hat{\mathbf{x}}_k$  的统计特性, 对  $\mathbf{P}_k$  进行 Cholesky 分解有:  $\mathbf{P}_{k|k} = \mathbf{S}_k \mathbf{S}_k^T$ , 计算采样点

$$\tilde{\mathbf{x}}_k^{(i)} = \hat{\mathbf{x}}_k + \mathbf{S}_k \xi_i, \quad i = 1, 2, \dots, 2n \quad (20)$$

式中,  $\xi_i = \sqrt{n}[1]_i$  为容积点,  $[1]_i \in \mathbf{R}^n$ , 以  $[1] \in \mathbf{R}^2$  为例, 表示为集合  $[1] = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$ 。

3) 预测方程。

经过系统状态方程传递后的采样点为

$$\mathbf{X}_{k+1|k}^i = \mathbf{f}(\tilde{\mathbf{x}}_k^i) \quad (21)$$

状态一步预测为

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} \mathbf{X}_{k+1|k}^i \quad (22)$$

式中,  $\frac{1}{2n}$  为容积点的权重值。

一步预测误差协方差阵为

$$\mathbf{P}_{k+1|k} = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} \boldsymbol{\chi}_{k+1|k}^i (\boldsymbol{\chi}_{k+1|k}^i)^T - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} (\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k})^T + \mathbf{Q}_k \quad (23)$$

4) 更新采样点。

对  $\mathbf{P}_{k+1|k}$  进行 Cholesky 分解可得

$$\mathbf{P}_{k+1|k} = \mathbf{S}_{k+1|k} \mathbf{S}_{k+1|k}^T \quad (24)$$

计算采样点为

$$\tilde{\boldsymbol{\chi}}_{k+1|k}^i = \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} + \mathbf{S}_{k+1|k} \boldsymbol{\xi}_i \quad (25)$$

5) 更新方程。

经过系统观测方程传递后的采样点为

$$\mathbf{z}_{k+1|k}^i = \mathbf{h}(\tilde{\boldsymbol{\chi}}_{k+1|k}^i) \quad (26)$$

观测预测值为

$$\hat{\mathbf{z}}_{k+1|k} = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} \mathbf{z}_{k+1|k}^i \quad (27)$$

观测预测误差协方差阵为

$$\mathbf{P}_{z, k+1|k} = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} \mathbf{z}_{k+1|k}^i (\mathbf{z}_{k+1|k}^i)^T - \hat{\mathbf{z}}_{k+1|k} (\hat{\mathbf{z}}_{k+1|k})^T + \mathbf{R}_k \quad (28)$$

一步预测互相关协方差阵为

$$\mathbf{P}_{xz, k+1|k} = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} (\boldsymbol{\chi}_{k+1|k}^i - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}) (\mathbf{z}_{k+1|k}^i - \hat{\mathbf{z}}_{k+1|k})^T \quad (29)$$

滤波增益为

$$\mathbf{K}_{k+1} = \mathbf{P}_{xz, k+1|k} \mathbf{P}_{z, k+1|k}^{-1} \quad (30)$$

状态估计值为

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} + \mathbf{K}_{k+1} (\mathbf{z}_{k+1} - \hat{\mathbf{z}}_{k+1|k}) \quad (31)$$

状态误差协方差阵为

$$\mathbf{P}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1|k} - \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{P}_{z, k+1|k} \mathbf{K}_{k+1}^T \quad (32)$$

## 2.2 基于渐消因子的自适应 CKF 滤波算法

标准的 CKF 滤波算法是建立在系统数学模型和噪声特性信息准确情况下的, 如果系统的数学模型和噪声特性信息不准确, 将对 CKF 滤波产生质的影响, 导致滤波精度变差甚至滤波发散。在实际环境中, 往往不能得到完全准确的系统数学模型和噪声特性信息, 而且弹道导弹高动态、强非线性的特性, 使得必须解决标准 CKF 算法因模型和噪声特性不准确带来的一系列问题, 研究自适应滤波算法并将其应用于 CKF 算法显得十分必要。

### 2.2.1 Sage 滤波开窗法

Sage 滤波开窗法的核心思想是: 通过采集历元  $m$  步新息或残差向量估计观测或状态的真实协方差矩阵, 与滤波递推模型的协方差阵进行比较, 当两种协方差存在偏差时, 将根据差值自适应地调节系统的观测协方差阵或状态协方差阵<sup>[13]</sup>。

### 2.2.2 Sage 滤波开窗法自适应 CKF 滤波算法

基于上述 Sage 滤波开窗法的理论, 同时结合渐消的思想, 本系统采用多重次优渐消因子, 设计了自适应

CKF 滤波算法。

首先采集多次历元残差向量构造观测协方差矩阵; 然后由等效关系求得观测噪声的自适应修正矩阵; 最后使用自适应矩阵修正观测噪声, 修正后的观测噪声参与增益矩阵的求解, 实现对状态估计进行自适应调节的效果。

由真实观测值与预测观测值计算得到残差向量为

$$\tilde{\mathbf{Z}}_{k+1|k} = \mathbf{Z}_{k+1} - \hat{\mathbf{z}}_{k+1|k} \quad (33)$$

式中:  $\mathbf{Z}_{k+1}$  表示  $k+1$  的真实测量值, 由 BDS 提供;  $\hat{\mathbf{z}}_{k+1|k}$  即式(27)中的观测预测值。

当系统观测的真实误差统计特性与滤波递推的误差特性一致时可得

$$\frac{1}{\lambda} \sum_{j=k-\lambda}^k \tilde{\mathbf{Z}}_{k+1|k} \tilde{\mathbf{Z}}_{k+1|k}^T = \mathbf{P}_{z, k+1|k} + \mathbf{R}_{k+1} \quad (34)$$

式中,  $\lambda$  为历元残差值的采集个数, 即滑动窗口宽。

当系统观测的真实误差统计特性与滤波递推的误差特性不一致, 即系统观测异常时, 在式(34)中加入渐消矩阵得

$$\frac{1}{\lambda} \sum_{j=k-\lambda}^k \tilde{\mathbf{Z}}_{k+1|k} \tilde{\mathbf{Z}}_{k+1|k}^T = \mathbf{P}_{z, k+1|k} + \mathbf{M}_{k+1} \mathbf{R}_{k+1} \quad (35)$$

运算后可得渐消矩阵  $\mathbf{M}_{k+1}$  为

$$\mathbf{M}_{k+1} = \left( \frac{1}{\lambda} \sum_{i=k-\lambda}^k \tilde{\mathbf{Z}}_{k+1|k} \tilde{\mathbf{Z}}_{k+1|k}^T - \mathbf{P}_{z, k+1|k} \right) \mathbf{R}_{k+1}^{-1} \quad (36)$$

对比式(34)和式(35)可知, 观测噪声正常时, 渐消矩阵  $\mathbf{M}_{k+1}$  不影响系统; 观测噪声异常时, 渐消矩阵  $\mathbf{M}_{k+1}$  将对滤波结果进行自适应调整。

渐消矩阵  $\mathbf{M}_{k+1}$  对角线元素可能会因为测量次数和计算误差(如近似误差和舍入误差)等因素的影响不再大于等于 1, 需要对  $\mathbf{M}_{k+1}$  进一步处理如下

$$\mathbf{M}_{k+1}^* = \text{diag}(m_1, m_2, \dots, m_n) \quad (37)$$

$$m_i = \max\{1, (\mathbf{M}_{k+1})_i\} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (38)$$

式中,  $(\mathbf{M}_{k+1})_i$  为渐消矩阵  $\mathbf{M}_{k+1}$  的第  $i$  个主对角元素值。

使用渐消矩阵  $\mathbf{M}_{k+1}$  修正观测噪声  $\mathbf{R}_{k+1}$ , 通过式(28)参与滤波增益的计算, 此时滤波增益式(30)变为

$$\mathbf{K}_{k+1} = \mathbf{P}_{(XZ)_{k+1|k}} (\mathbf{P}_{(ZZ)_{k+1|k}} + \mathbf{M}_{k+1}^* \mathbf{R}_{k+1})^{-1} \quad (39)$$

当观测向量中某个观测值的噪声出现异常时, 渐消矩阵  $\mathbf{M}_{k+1}^*$  中的对应项将相应地增大, 使得滤波增益值相应地减小, 从而减小观测噪声的异常值对系统状态估计的影响。此外, 当观测向量中多个观测值的噪声出现异常时, 依然可以准确调整, 使得系统获得相对准确的滤波结果。

加入渐消矩阵后的自适应 CKF 滤波算法的具体流程如下:

- 1) 选定滤波初值, 如式(19)所示;
- 2) 计算采样点, 如式(20)所示;

3) 预测方程,如式(21)~式(23)所示,计算状态一步预测值 $\hat{x}_{k+1|k}$ 和状态一步预测均方误差阵 $P_{k+1|k}$ ;

4) 更新采样点,如式(24)~式(25)所示;

5) 更新方程,如式(26)~式(29)所示,计算经系统观测方程传递后的采样点 $z_{k+1|k}^i$ 、观测预测值 $\hat{z}_{k+1|k}$ 、观测预测误差协方差阵 $P_{z,k+1|k}$ (其中,在计算 $P_{z,k+1|k}$ 时,需减去观测噪声 $R_{k+1}$ )和一步预测互相关协方差阵 $P_{x,z,k+1|k}$ ;

6) 自适应矩阵计算,如式(36)~式(38)所示;

7) 自适应CKF更新方程,如式(39)所示,计算滤波增益 $K_{k+1}$ ,如式(31)~式(32)所示,计算状态估计值 $\hat{x}_{k+1}$ 和状态误差协方差阵 $P_{k+1}$ (其中, $P_{k+1}$ 中使用的观测预测误差协方差阵 $P_{z,k+1|k}$ 需按照式(28)计算),完成整个滤波流程。

### 3 仿真结果和分析

为了验证基于渐消因子的自适应CKF滤波(ACKF)算法在BDS/SINS深组合中的性能,在开发的全软仿真平台中进行仿真实验,与标准容积卡尔曼滤波(CKF)算法效果进行比较。

#### 3.1 仿真条件

1) 导弹垂直发射。发射惯性坐标系中初始姿态:俯仰角为 $90^\circ$ ,滚转角和偏航角都为 $0^\circ$ 。初始位置:纬度 $31.98^\circ$ ,经度 $118.8^\circ$ ,高度 $0\text{ m}$ 。初始速度为 $394.8917\text{ m/s}$ (地球自转速度),垂向和横向速度均为 $0\text{ m/s}$ 。收星颗数为4。

2) BDS采样周期为 $1\text{ s}$ ,INS采样周期为 $0.005\text{ s}$ ,滤波周期为 $1\text{ s}$ ,仿真时间为 $360\text{ s}$ 。

3) 陀螺零偏为 $10\text{ (}^\circ\text{)/h}$ ,白噪声为 $1\text{ (}^\circ\text{)/h}$ ;加速度计偏置为 $1 \times 10^{-3}\text{ g}$ ,白噪声为 $0.5 \times 10^{-3}\text{ g}$ 。

4) 在 $200 \sim 210\text{ s}$ ,BDS伪距增加均值为 $0$ 、标准差为 $150$ 的白噪声,BDS伪距率增加均值为 $0$ 、标准差为 $1.2$ 的白噪声。

#### 3.2 仿真结果与分析

弹道导弹在发射点惯性系下的运行轨迹如图1所示。

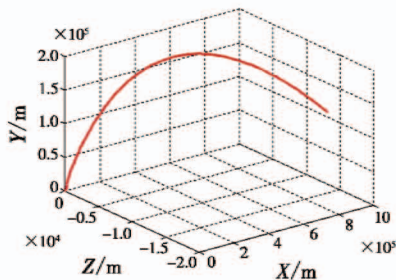


图1 弹道导弹在发射点惯性系下的真实轨迹图  
Fig.1 Real trajectory of ballistic missile in launch inertial coordinate system

CKF算法和ACKF算法在X,Y,Z轴方向上的位置误差对比如图2所示。

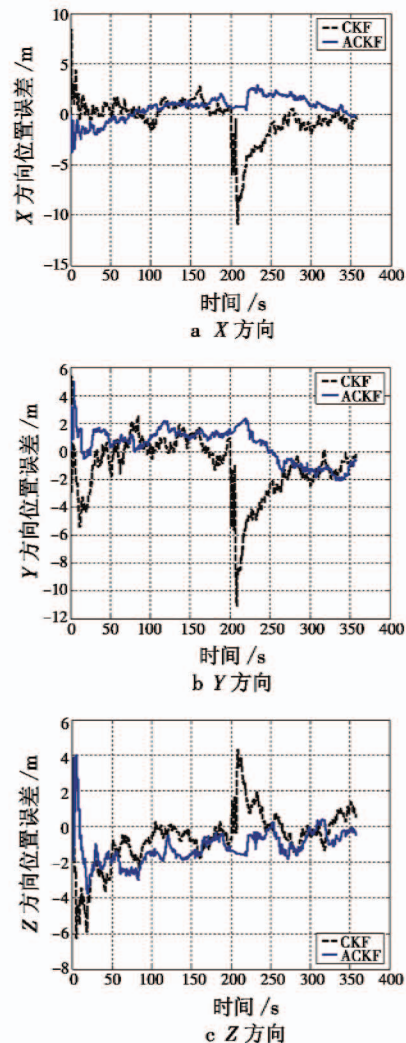


图2 CKF与ACKF算法X,Y,Z轴方向位置误差对比图  
Fig.2 Position error of CKF and ACKF algorithms on 3 axes

由图2可知,在 $200 \sim 210\text{ s}$ ,系统受到强力干扰,即观测噪声出现异常时,标准CKF算法X,Y,Z轴方向的位置误差依次为 $-10.89\text{ m}$ , $-11.09\text{ m}$ , $4.32\text{ m}$ ;ACKF算法X,Y,Z轴方向的位置误差依次为 $0.79\text{ m}$ , $2.33\text{ m}$ , $-1.60\text{ m}$ ,误差绝对值均远小于标准CKF算法误差。此外,在系统出现模型和噪声异常时,自适应CKF算法误差波动较小,收敛速度快,组合导航定位精度有大幅提升,具有更优越的抗干扰能力和鲁棒性。

### 4 结论

本文提出了一种基于渐消因子的ACKF算法,该算法通过引入多重渐消矩阵,使得滤波器可以根据系统观测特性进行自适应调节,增强了系统的鲁棒性能,并将该算法应用于发射惯性系下的BDS/SINS深组合

(下转第22页)



- [7] 周卫东, 廖成毅, 郑兰, 等. 具有未知死区的 SISO 非仿射非线性系统间接自适应模糊控制[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2014, 46(10): 110-116.
- [8] 葛维维, 张天平. 带有未知死区的机器人积分变结构模糊控制[J]. 电光与控制, 2011, 18(6): 31-36.
- [9] 文杰, 姜长生, 薛雅丽. 严格反馈型非仿射非线性系统的自适应模糊控制[J]. 控制与决策, 2010, 25(8): 1237-1240.
- [10] 司文杰, 王聪, 曾玮. 状态观测的未知死区非线性系统的自适应神经网络跟踪控制[J]. 控制与决策, 2017, 32(5): 780-788.
- [11] HAN J Q. From PID to active disturbance rejection control[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2009, 56(3): 900-906.
- [12] YOO D, YAU S S T, GAO Z. Optimal fast tracking observer bandwidth of the linear extended state observer [J]. International Journal of Control, 2007, 80(1): 102-111.
- [13] MERA M, POLYAKOV A, PERRUQUETTI W, et al. Finite-time attractive ellipsoid method; implicit Lyapunov function approach [J]. International Journal of Control, 2016, 89(6): 1079-1090.
- [14] TONG S C, LI Y M, ZHANG H G. Adaptive neural network decentralized backstepping output-feedback control for nonlinear large-scale systems with time delays[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2011, 22(7): 1073-1086.
- [15] DOUDOU S, KHABER F. Adaptive fuzzy control of a class of SISO nonaffine nonlinear systems [J]. Fuzzy Sets & Systems, 2013, 45(12): 2490-2498.

(上接第 10 页)

导航。仿真结果表明, 该算法能为组合导航提供较高的导航精度, 证明了该算法的有效性。

### 参 考 文 献

- [1] 牛小骥, 班亚龙, 张提升, 等. GNSS/INS 深组合技术研究进展与展望[J]. 航空学报, 2016, 37(10): 2895-2908.
- [2] 陈建锋. 面向高动态环境的 SINS/GPS 高精度组合测量中的关键问题研究[D]. 南京: 东南大学, 2015.
- [3] 陈坡. GNSS/INS 深组合导航理论与方法研究[D]. 郑州: 解放军信息工程大学, 2013.
- [4] 赵琳, 王小旭, 丁继成, 等. 组合导航系统非线性滤波算法综述[J]. 中国惯性技术学报, 2009, 17(1): 46-52, 58.
- [5] GUSTAFSSON F, HENDEBY G. Some relations between extended and unscented Kalman filters [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(2): 545-555.
- [6] JULIER S J, UHLMANN J K. Unscented filtering and nonlinear estimation [J]. Proceedings of the IEEE, 2004, 92(3): 401-422.
- [7] 石勇, 韩崇昭. 自适应 UKF 算法在目标跟踪中的应用[J]. 自动化学报, 2011, 37(6): 755-759.
- [8] ARASARATNAM I, HAYKIN S. Cubature Kalman filters [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(6): 1254-1269.
- [9] ARASARATNAM H, HAYKIN S, HURD T. Cubature Kalman filtering for continuous-discrete systems: theory and simulations [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(10): 4977-4993.
- [10] WAN E A, VAN DER MERWE R. The unscented Kalman filter [M]//HAYKIN S. Kalman filtering and neural networks. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2001: 221-280.
- [11] 王君帅, 王新龙. GPS/INS 超紧组合系统综述[J]. 航空兵器, 2013(4): 25-30.
- [12] 董亮, 陈帅, 韩乃龙. 发射惯性系下 GPS/SINS 组合导航方法研究[J]. 电光与控制, 2016, 23(7): 11-14, 28.
- [13] 高怡, 高社生. 抗差自适应 Sage 滤波及其在组合导航中的应用[J]. 测控技术, 2015, 34(4): 135-138, 141.