

引用格式:任民魁,蒋国萍,姜宇琛.基于修正 Rodrigues 参数的鲁棒滤波算法在组合导航中的应用[J].电光与控制,2019,26(3):39-43,64.  
REN M K, JIANG G P, JIANG Y C. Modified Rodrigues parameters based robust Kalman filter for integrated navigation[J]. Electronics Optics & Control, 2019, 26(3):39-43, 64.

## 基于修正 Rodrigues 参数的鲁棒滤波算法在组合导航中的应用

任民魁, 蒋国萍, 姜宇琛  
(海军工程大学,武汉 430033)

**摘要:** 组合导航的观测量常会因外界复杂环境的干扰,出现滤波精度下降的现象。提出一种基于修正 Rodrigues 参数的鲁棒滤波算法,利用修正 Rodrigues 参数来重新构造组合导航姿态表达,通过引入 HUBER 鲁棒策略实现抑制观测量干扰等问题。在捷联惯导/卫星组合导航仿真例子中,比较了传统基于四元数的滤波算法、基于修正 Rodrigues 参数的滤波算法及其鲁棒化滤波算法,仿真实验结果表明算法具有计算量低和抑制外部干扰等效果,证明了算法的有效性。

**关键词:** 姿态参数; 修正 Rodrigues 参数; 鲁棒滤波; 组合导航

中图分类号: U666.1 文献标志码: A doi:10.3969/j.issn.1671-637X.2019.03.009

## Modified Rodrigues Parameters Based Robust Kalman Filter for Integrated Navigation

REN Min-kui, JIANG Guo-ping, JIANG Yu-chen  
(Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

**Abstract:** Due to the interference of the external complex environment on the observations of integrated navigation, the filtering accuracy may be degraded. This paper proposes a robust Kalman filter based on modified Rodrigues parameters. The proposed algorithm can suppress the disturbance of observations using modified Rodrigues parameters and Huber robust filtering strategy. In the integrated SINS/GPS navigation test, contrast is made to the filtering algorithm based on unscented quaternion estimator, the filtering algorithm based on modified Rodrigues parameters and their robust forms. The results prove that the proposed algorithm is valid with lower calculation cost and better robustness.

**Key words:** attitude parameter; modified Rodrigues parameter; robust filtering; integrated navigation

### 0 引言

捷联惯性导航系统(Strapdown Inertial Navigation System, SINS)具有自主性好、精度较高、造价较低、适用性好等特点,是惯性导航的主要研究方向和热点<sup>[1-2]</sup>。但惯性导航本身无法避免地存在随着时间推移而产生的器件误差积累,从而造成难以满足长航时导航的需求,因此,目前以 SINS 为核心,其他辅助 SINS 的组合导航系统已经成为陆用、航海等领域主要导航方式。组合导航面临的主要难题之一是随着载体运行的外部环境变得更加复杂,高精度、高可靠性的观测量难以维持,

这种含有干扰的观测量一旦引入组合导航系统中,不仅会造成 SINS 本身解算的问题,也会造成滤波精度极大地降低,从而影响组合导航估计的效果和使用。

鲁棒滤波抗干扰策略是解决组合导航观测量干扰问题的主要技术途径,目前,在这方面已经取得了一系列卓有成效的成果<sup>[3]</sup>。1964 年,作为鲁棒滤波奠基人之一的 HUBER 提出了一种基于广义极大似然估计(M 估计)的鲁棒估计方法, HUBER 用一种基于  $l_1/l_2$  的混合代价函数(HUBER 代价函数)解决干扰高斯分布的问题<sup>[4-5]</sup>。KARLGAARD 和 WANG 从统计线性化本质的角度出发,分别提出了基于 HUBER 的鲁棒分开差分滤波和无味卡尔曼滤波(Unscented Kalman Filter, UKF)<sup>[6-7]</sup>。另外,组合导航也无法回避姿态表达的问题,四元数以其全局非奇异性的优势成为目前最主要的表达方式,CRASSIDIS 等在基于四元数姿态估计等方面做了诸多贡献,并提出四元数无味估计器(Un-

收稿日期:2018-01-17 修回日期:2018-05-25

基金项目:国家自然科学基金(61703419,61374206)

作者简介:任民魁(1995—),男,云南文山山人,硕士生,研究方向为系统可靠性及滤波等。

scented Quaternion Estimator, USQUE)<sup>[8-9]</sup>, 由于该算法最早提出时是针对航空姿态估计的, 在转化到组合导航领域中时发现该算法计算量巨大。造成计算量大的主要原因在于组合导航状态量的维数和状态方程的复杂度要远高于航空姿态估计, 使得应用产生了一定的局限性。

本文正是基于以上文献和存在的问题开展研究, 提出了一种基于修正 Rodrigues 参数 (Modified Rodrigues Parameters, MRP) 的鲁棒滤波算法 (MRP-RUKF), 通过利用 MRP 具有线性范围较大、姿态维数和滤波方差匹配以及奇异值避免方法简单易于实现等优势, 再结合 HUBER 鲁棒策略, 使得该算法相比于传统 USQUE 算法计算量更小, 具有抑制观测量干扰等优势。在 SINS/GPS 仿真实验中, 比较了 USQUE、鲁棒化 USQUE (RUSQUE)、基于 MRP 滤波算法 (MRP-UKF) 和 MRP-RKF 4 种算法在高斯和混合高斯干扰情况下估计效果, 结果验证了 MRP-RKF 具有计算量小和抑制干扰等效果。

## 1 基于修正 Rodrigues 参数的鲁棒滤波算法

本章简单回顾修正 Rodrigues 参数的基本特点和性质, 再利用修正 Rodrigues 参数来构建基于修正 Rodrigues 参数的鲁棒滤波算法。

### 1.1 修正 Rodrigues 参数

MRP 是属于 Rodrigues 参数族的一种参数, Rodrigues 参数族是指一类定义, 即

$$R_{\text{family}} = \text{etan} \frac{\boldsymbol{\vartheta}}{2N} \quad (1)$$

式中:  $R_{\text{family}}$  为 Rodrigues 参数族的姿态表示参数;  $\boldsymbol{\vartheta}$  为旋转矢量;  $N$  为正整数, 当  $N$  的取值不同时,  $R_{\text{family}}$  表示的参数不同, 其中最常用的就是当  $N=2$  时即为 MRP, 定义为  $\boldsymbol{\sigma} = \text{etan} (\boldsymbol{\vartheta}/4)$ 。由于 Rodrigues 参数族是定义为正切或余切的三角函数形式, 因此, 不可避免地会存在奇异值问题, 对于 MRP 来说, 当  $2\pi$  的整数周期时, MRP 的值会无限大, 即为奇异值点, 在姿态表达时, 奇异值点是需要避免的, 对于 MRP 来说, 可以通过与其影子 MRP (SMRP) 切换来实现奇异值避免, 影子 MRP 定义为

$$\boldsymbol{\sigma}^s = -\text{ecot} \frac{\boldsymbol{\vartheta}}{4} \quad (2)$$

那么, MRP 与 SMRP 的切换公式为

$$\boldsymbol{\sigma}^s = -\frac{\boldsymbol{\sigma}}{\|\boldsymbol{\sigma}\|^2} \quad (3)$$

式中:  $\|\boldsymbol{\sigma}\|^2 = \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\sigma}$ 。式(3)阐释了一个重要关系, 即  $\boldsymbol{\sigma}$  和  $\boldsymbol{\sigma}^s$  奇异值出现周期相差为  $2\pi$ 。当在  $0 \sim 4\pi$  范围内,  $\boldsymbol{\sigma}^s$  的奇异值出现在  $0$  和  $4\pi$  处, 而在该角度处,  $\boldsymbol{\sigma}$  不会出现奇异的, 说明了  $\boldsymbol{\sigma}$  和  $\boldsymbol{\sigma}^s$  出现奇异值的角度是

不相同的。因此, 可以通过  $\boldsymbol{\sigma}$  和  $\boldsymbol{\sigma}^s$  的双姿态组合表示起到全局非奇异的效果。另外, MRP 也可以与四元数  $q$  进行切换, 即

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\boldsymbol{\rho}}{1 + q_0} \quad (4)$$

式中:  $q_0$  是四元数的标量;  $\boldsymbol{\rho} = (q_1 \ q_2 \ q_3)$  是四元数的矢量, 逆形式为

$$q = \frac{1}{1 + \|\boldsymbol{\sigma}\|^2} \left( 1 - \|\boldsymbol{\sigma}\|^2 \right) \circ \quad (5)$$

### 1.2 SINS/GPS 组合导航模型建立

由于本文是在 SINS/GPS 组合模型背景下建立的, 因此, 首先定义 SINS 非线性连续系统状态方程为<sup>[10]</sup>

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}_b^n = \frac{1 + \|\boldsymbol{\sigma}_b^n\|^2}{4} \left( \mathbf{I}_3 + 2 \frac{[\boldsymbol{\sigma}_b^n \times]^2 + [\boldsymbol{\sigma}_b^n \times]}{1 + \|\boldsymbol{\sigma}_b^n\|^2} \right) \boldsymbol{\omega}_{nb}^b \quad (6)$$

$$\dot{\mathbf{v}}^n = \mathbf{C}_b^n \mathbf{f}^b - (2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times \mathbf{v}^n + \mathbf{g}^n \quad (7)$$

$$\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{R}_p \mathbf{v}^n \quad (8)$$

其中

$$\boldsymbol{\omega}_{nb}^b = \boldsymbol{\omega}_{ib}^b - \mathbf{C}_n^b (\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \quad (9)$$

$$\mathbf{R}_p = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{R_M + h} & 0 \\ \frac{1}{(R_N + h) \cos L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (10)$$

式中:  $n$  表示导航坐标系;  $b$  表示载体坐标系;  $i$  表示惯性坐标系;  $e$  表示地球坐标系;  $\boldsymbol{\omega}_{nb}^b$  表示载体相对于导航坐标系的角运动,  $\boldsymbol{\omega}_{ib}^b$  表示载体运动角速度, 是陀螺仪实际输出量;  $\boldsymbol{\omega}_{in}^n = \boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n$  表示导航坐标系运动角速度, 由地球自转和载体线运动引起;  $\mathbf{v}^n = (v_E^n \ v_N^n \ v_U^n)^T$  是速度;  $\mathbf{f}^b$  是加速度计实际输出量;  $\mathbf{g}^n$  是当地重力加速度;  $\mathbf{p} = (L \ \lambda \ h)^T$  表示位置, 即纬度、经度与高度;  $[\boldsymbol{\sigma} \times]$  表示斜对称矩阵;  $\mathbf{C}_b^n$  表示基于四元数的姿态转移矩阵, 即

$$\mathbf{C}_b^n = (\mathbf{C}_n^b)^T = \mathbf{I}_3 + \frac{8[\boldsymbol{\sigma} \times]^2 - 4(1 - \|\boldsymbol{\sigma}\|^2)[\boldsymbol{\sigma} \times]}{(1 + \|\boldsymbol{\sigma}\|^2)^2}; \quad (11)$$

$\mathbf{R}_p$  被称为当地曲率矩阵;  $R_N$  为等纬度圈曲率半径;  $R_M$  为子午圈曲率半径。考虑器件的常值漂移和随机漂移, 则相应的陀螺仪误差方程为

$$\begin{cases} \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^b = \boldsymbol{\omega}_{ib}^b + \boldsymbol{\varepsilon}^b + \boldsymbol{\eta}_{gv} \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^b = \boldsymbol{\eta}_{gv} \end{cases} \quad (12)$$

式中:  $\boldsymbol{\varepsilon}^b$  为陀螺的常值漂移;  $\boldsymbol{\eta}_{gv}$  和  $\boldsymbol{\eta}_{gu}$  分别表示不同方差的零均值高斯白噪声。加速度计误差方程为

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{f}}^b = \mathbf{f}^b + \nabla^b + \boldsymbol{\eta}_{av} \\ \dot{\nabla}^b = \boldsymbol{\eta}_{au} \end{cases} \quad (13)$$

式中： $\nabla^b$  为加速度计常值零偏； $\boldsymbol{\eta}_{av}$  和  $\boldsymbol{\eta}_{au}$  分别表示不同方差的零均值高斯白噪声。

以上方程即为系统连续状态方程，再通过离散化处理，可以得到离散后的状态方程简化形式为

$$\mathbf{x}_k = f(\mathbf{x}_{k-1}) + \mathbf{w}_{k-1} \quad (14)$$

式中：状态量  $\mathbf{x}_k = (\boldsymbol{\sigma}_{b,k}^n \ \mathbf{v}_k^n \ \mathbf{p}_k \ \boldsymbol{\varepsilon}_k^b \ \nabla^b)$ 。另外，观测方程将 GPS 高精度位置作为观测量，其离散表达式为

$$\tilde{\mathbf{v}}_k = \mathbf{v}_k + \mathbf{r}_k \quad (15)$$

式中： $\mathbf{r}_k$  表示位置零均值的高斯白噪声。由于外部环境的复杂性影响，GPS 所提供的观测量中往往含有干扰，在没有干扰的情况下， $\mathbf{r}_k$  是服从高斯分布的，而当观测量中含有干扰时，可以利用混合高斯分布来模拟干扰程度，混合高斯分布如

$$\mathbf{r}_k^c \sim (1 - \alpha)N(\mathbf{r}_{1,k} | \boldsymbol{\theta}, \mathbf{R}_1^2) + \alpha N(\mathbf{r}_{2,k} | \boldsymbol{\theta}, \mathbf{R}_2^2) \quad (16)$$

式中： $\alpha$  是干扰因子； $\mathbf{r}_{1,k}$  和  $\mathbf{r}_{2,k}$  为独立的观测噪声； $\mathbf{R}_1^2$  和  $\mathbf{R}_2^2$  为独立观测噪声方差； $N(\mathbf{r}_{1,k} | \boldsymbol{\theta}, \mathbf{R}_1^2)$  表示高斯分布，而  $N(\mathbf{r}_{2,k} | \boldsymbol{\theta}, \mathbf{R}_2^2)$  表示干扰的高斯分布， $\alpha$  越大，干扰强度越大。

### 1.3 SINS/GPS 组合导航模型建立

根据 1.1 节和 1.2 节内容，本节设计在 SINS/GPS 速度松组合情况下的基于修正 Rodrigues 参数的鲁棒滤波算法。假设 SINS/GPS 模型简化表示为

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k = f(\mathbf{x}_{k-1}) + \mathbf{w}_{k-1} \\ \tilde{\mathbf{v}}_k = \mathbf{v}_k + \mathbf{r}_k^c \end{cases} \quad (17)$$

式(17)中的定义如 1.2 节，且此时位置观测量含有干扰。因此，根据系统模型，下面详细阐述基于修正 Rodrigues 参数的鲁棒滤波算法的流程。

#### 1.3.1 时间更新

在  $k-1$  时刻，状态量和滤波方差分别为  $\mathbf{x}_{k-1}$  和  $\mathbf{P}_{k-1}$ ，值得注意的是此时  $\mathbf{x}_{k-1}$  中的姿态表示量  $\boldsymbol{\sigma}_b^n$  与滤波方差  $\mathbf{P}_{k-1}$  对应姿态部分是三维匹配的，因此，不需要四元数表示内外层滤波的切换。并且由于  $\boldsymbol{\sigma}_b^n$  存在奇异值，需要考虑奇异值避免问题，因此，当  $\|\boldsymbol{\sigma}_b^n\|^2 \leq 1$  时，有

$$\boldsymbol{\chi}_{k-1}(i) = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\chi}_{k-1}^\sigma(i) \\ \boldsymbol{\chi}_{k-1}^c(i) \end{pmatrix} = \text{sigma}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \mathbf{P}_{k-1}) \quad (18)$$

式中： $\text{sigma}(\cdot)$  表示 UKF 产生 sigma 点过程； $\boldsymbol{\chi}_{k-1}^\sigma(i)$  是  $\boldsymbol{\sigma}_b^n$  部分的 sigma 点； $\boldsymbol{\chi}_{k-1}^c(i)$  是状态量中其他部分的 sigma 点； $i(i=0, 1, \dots, 2n)$  是产生的第几个 sigma 点； $n$  是状态量维数。

$$\boldsymbol{\chi}_{k|k-1}(i) = f(\boldsymbol{\chi}_{k-1}(i)) \quad (19)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \sum_{i=0}^{2n} \mathbf{w}(i) \boldsymbol{\chi}_{k|k-1}(i) \quad (20)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \sum_{i=0}^{2n} \mathbf{w}(i) (\boldsymbol{\chi}_{k|k-1}(i) - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}) \cdot$$

$$(\boldsymbol{\chi}_{k|k-1}(i) - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1})^T + \mathbf{Q}_{k-1} \quad (21)$$

式中： $\mathbf{w}(i)$  是 sigma 点对应的权重。

#### 1.3.2 量测更新

量测更新利用 HUBER 的  $M$  估计构建鲁棒化滤波框架，首先构造  $\mathbf{e}_k = \mathbf{R}_k^{-1/2}(\mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1})$  为归一化参数。

构建代价函数

$$\rho(\mathbf{e}_{k,j}) = \begin{cases} \frac{1}{2} \mathbf{e}_{k,j}^2 & |\mathbf{e}_{k,j}| < \gamma \\ \gamma |\mathbf{e}_{k,j}| - \frac{1}{2} \gamma^2 & |\mathbf{e}_{k,j}| \geq \gamma \end{cases} \quad (22)$$

构建权重函数

$$\boldsymbol{\Psi}_k = \text{diag} \left( \frac{\phi(\mathbf{e}_{k,j})}{\mathbf{e}_{k,j}} \right) \quad (23)$$

式中： $\boldsymbol{\Psi}_k$  为权重函数； $\phi = \rho'$  为影响函数； $\gamma$  一般取 1.345。观测噪声方差的鲁棒化，即

$$\tilde{\mathbf{R}}_k = (\sqrt{\mathbf{R}_k})^T \boldsymbol{\Psi}_k^{-1} \sqrt{\mathbf{R}_k} \quad (24)$$

式中： $\tilde{\mathbf{R}}_k$  为鲁棒化后的观测噪声，在滤波鲁棒化中，体现为将原观测噪声方差  $\mathbf{R}_k$  在滤波计算中的位置替换为鲁棒化后的观测噪声  $\tilde{\mathbf{R}}_k$ 。

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \tilde{\mathbf{R}}_k)^{-1} \quad (25)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}) \quad (26)$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = (\mathbf{I}_n - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k|k-1} \quad (27)$$

#### 1.3.3 基于无味变换的奇异值避免方法

当  $\|\boldsymbol{\sigma}_b^n\|^2 > 1$  时， $\boldsymbol{\sigma}_b^n$  将切换为其影子参数  $(\boldsymbol{\sigma}_b^n)^s$ ，为了保持理论的完备性，采用无味变换的形式，从而与 UKF 滤波框架保持一致。

$$(\boldsymbol{\sigma}_b^n)^s = - \frac{\boldsymbol{\sigma}_b^n}{\|\boldsymbol{\sigma}_b^n\|^2} \quad (28)$$

因此，转换后的状态量为  $\hat{\mathbf{x}}^s = ((\boldsymbol{\sigma}_b^n)^s \ \hat{\mathbf{x}}^c)$ ，接下来计算切换后的滤波方差。

$$\boldsymbol{\chi}_i = \text{sigma}(\hat{\mathbf{x}} \ \mathbf{P}) \quad (29)$$

式中： $\hat{\mathbf{x}}$  和  $\mathbf{P}$  分别为姿态切换点处的状态量和对应的滤波方差； $\boldsymbol{\chi}_i$  为产生的 sigma 点。将式(29)产生的 sigma 点姿态部分代入式(28)得

$$\boldsymbol{\chi}_i((\boldsymbol{\sigma}_b^n)^s) = - \frac{\boldsymbol{\chi}_i(\boldsymbol{\sigma}_b^n)}{\|\boldsymbol{\chi}_i(\boldsymbol{\sigma}_b^n)\|^2} \quad (30)$$

因此，得到转换后的 sigma 点为  $\boldsymbol{\chi}_i^s = (\boldsymbol{\chi}_i((\boldsymbol{\sigma}_b^n)^s) \ \boldsymbol{\chi}_i^c)$ ，其中  $\boldsymbol{\chi}_i^c$  为除姿态以外的其他状态量。根据式(31)得到的  $\boldsymbol{\chi}_i^s$  得转换后的滤波方差为

$$\mathbf{P}^s = \frac{1}{2n} \sum_{i=0}^{2n} \mathbf{w}(i) (\boldsymbol{\chi}_i^s - \hat{\mathbf{x}}^s) (\boldsymbol{\chi}_i^s - \hat{\mathbf{x}}^s)^T \quad (31)$$

以上即为基于修正 Rodrigues 参数的鲁棒滤波算法，接下来通过 SINS/GPS 速度松组合实验验证算法有效性。

## 2 仿真实验

本节通过 SINS/GPS 速度松组合实验验证算法的

有效性,首先构造一段如图1所示的仿真轨迹。

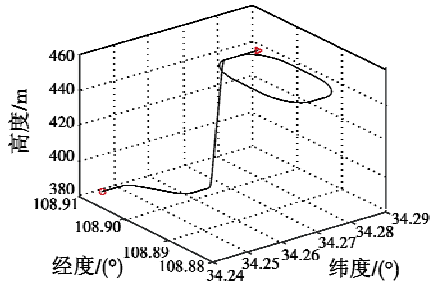


图1 仿真轨迹

Fig. 1 The simulation trajectory

图1仿真轨迹时长为113 s,其中步长为0.1 s,记录运动参数姿态、速度和位置分别为  $att_{ij}$ ,  $v_{ij}$  和  $p_{ij}$ 。本文重点比较4种滤波方法,即基于四元数的无味估计器(USQUE)、基于修正 Rodrigues 参数的滤波算法(MRP-UKF)以及鲁棒化的 USQUE 算法(RUSQUE)和鲁棒化的 MRP-UKF 算法(MRP-RUKF)。将以上4种算法分别在干扰和非干扰条件下,重点比较姿态和位置的估计结果,利用算法计算时间来衡量算法的计算量,为了消除单次运行带来的偶然性,采用50次 Monte-Carlo 仿真比较分析。设置4种滤波的初始条件为:  $x_0(q) = (1; 0; 0; 0; v_{ij}(0); p_{ij}(0); 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0)$ ,  $x_0(\sigma) = (0; 0; 0; 0; v_{ij}(0); p_{ij}(0); 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0)$ 。初始失准角为  $(10'; -10'; 30')$ , 滤波方差姿态对应部分为  $10'$ , 速度对应为  $0.1 \text{ m/s}$ , 位置对应为  $(1/R_e; 1/R_e; 1)$  (单位 m), 其中,  $R_e$  是地球半径(6378 137 m, GPS-84), 其他器件误差对应为 0。  $R_k = \text{diag}((0.1 \ 0.1 \ 0.1)^2)$ ;  $Q_k = \text{diag}(w_{\text{db}} \ w_{\text{db}} \ \text{zeros}(9,1))^2$ ;  $w_{\text{db}} = (0.01 \ 0.01 \ 0.01)$  (单位  $(^\circ)/\sqrt{\text{h}}$ );  $w_{\text{db}} = (100 \ 100 \ 100)$  (单位  $\mu\text{g}/\sqrt{\text{Hz}}$ ); 干扰因子  $\alpha = 0.3$ ,  $\gamma = 1.345$ ,  $r_{1,k} \sim N(0, R_k)$ ,  $r_{2,k} \sim N(0, 100R_k)$ 。

本文采用 RMSE 来衡量估计结果,其中对于姿态角估计结果采用

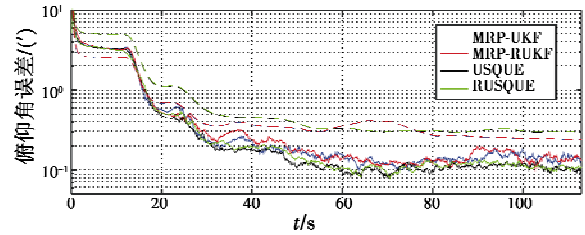
$$E_{\text{RMSE1}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (\sqrt{(x_k - \hat{x}_k)^2})_i \quad i = 1, 2, \dots, M. \quad (32)$$

位置估计结果采用

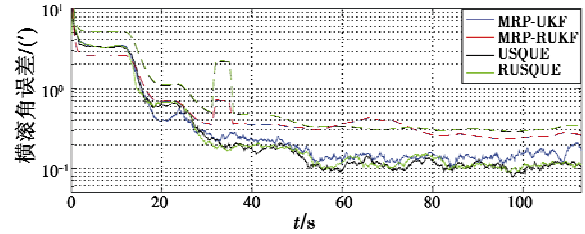
$$E_{\text{RMSE2}} = \left( \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \sqrt{(x_k - \hat{x}_k)^2} \right)_i \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (33)$$

式中:  $M$  为 Monte-Carlo 次数;  $N$  为仿真步数。仿真结果见图2、图3。图2是在非干扰情况下,姿态和位置估计误差结果,其中,图2a~图2c中的虚线是正3倍标准差结果。相比于基于四元数的滤波方法,基于 MRP 的滤波方法正3倍标准差更小,说明基于 MRP 的滤波方法可靠性更高,4种滤波方法的精度在非干扰情况下基本相当,并且由于在非干扰情况下,USQUE 和 MRP-UKF 估计结果均优于其鲁棒化后的滤波,说明

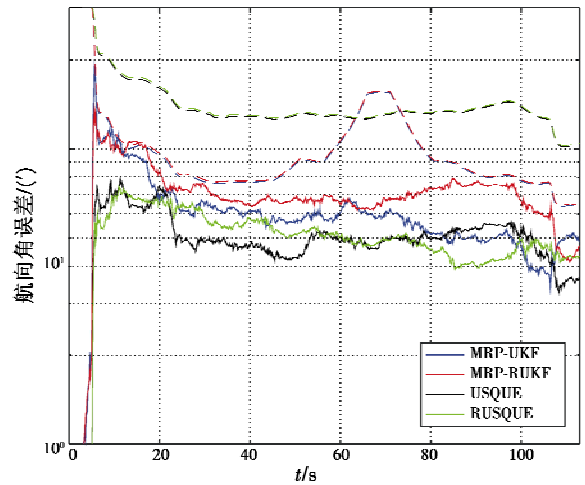
在非干扰情况下 Kalman 滤波的最优性。另外,在图2c中,发现在60~80 s时,基于修正 Rodrigues 参数的滤波方差有突然变大的情况,这是由于在该点处,修正 Rodrigues 参数出现奇异值,这必然会造成滤波方差变大,但滤波方差仍是收敛的,可以发现很快基于修正 Rodrigues 参数的滤波方差又小于了基于四元数的滤波方差。



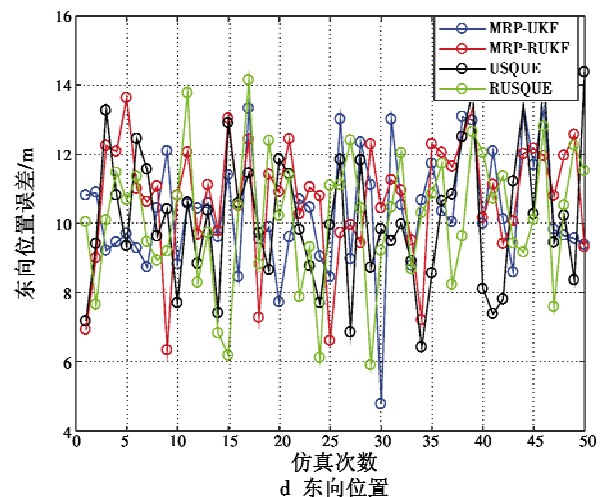
a 俯仰角



b 横滚角



c 航向角



d 东向位置

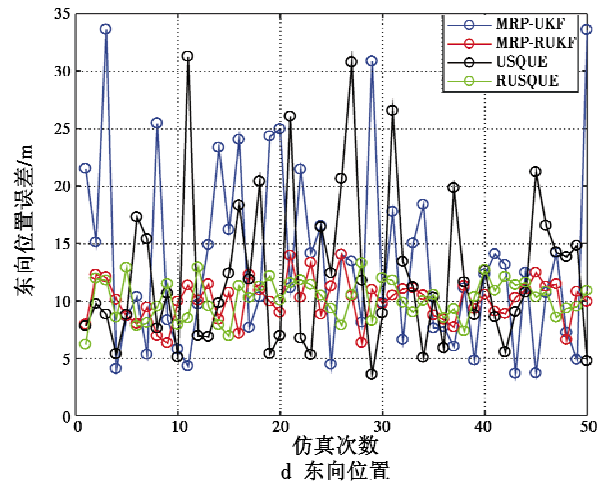
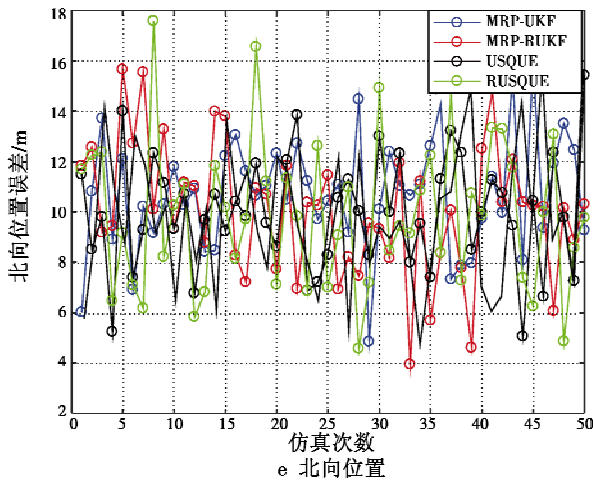


图2 非干扰情况下4种滤波估计结果比较  
Fig.2 Estimation results of the 4 kinds of filters without interference

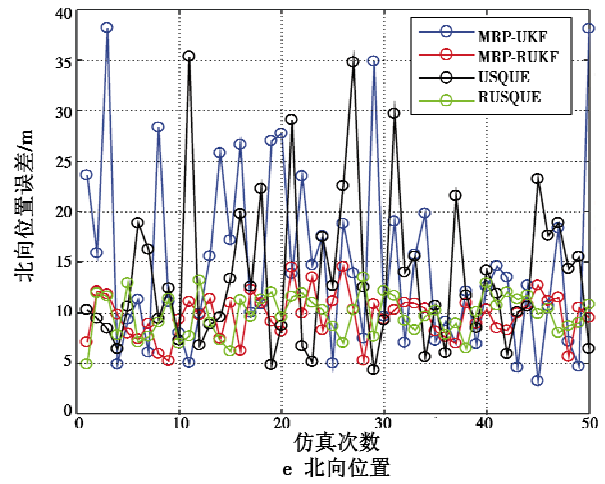
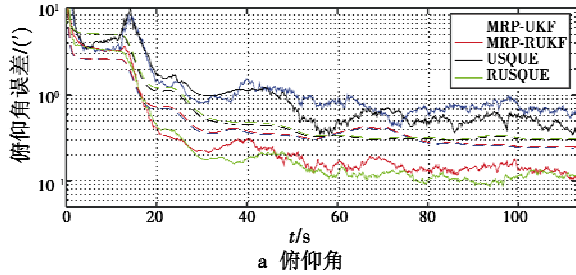


图3 干扰情况下4种滤波估计结果比较  
Fig.3 Estimation results of the 4 kinds of filters with interference

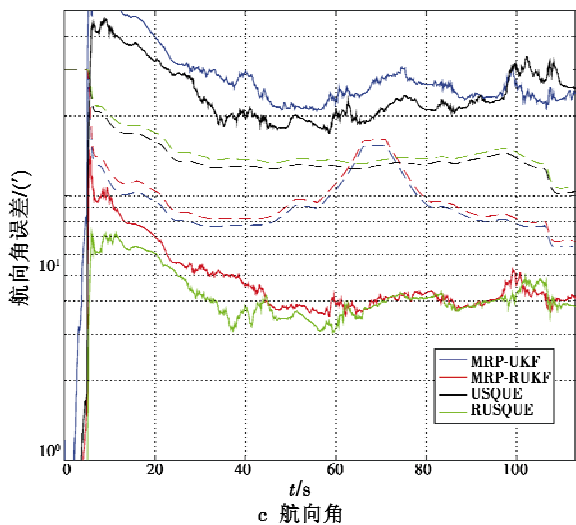
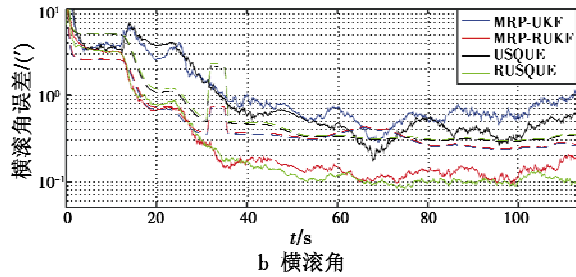


图3a~图3d是在干扰情况下(即在混合高斯分布情况下  $r_{2,k} \sim N(0, 100R_k)$ )4种滤波的估计结果。实验结果表明,在干扰情况下,MRP-UKF 和 USQUE 的估计精度不仅急剧下降,而且已经超过了正3倍标准差线,说明该估计结果已经不可信。而 MRP-RUKF 和 RUSQUE 算法保持了相对较高的估计精度并且估计结果仍保持在3倍标准差线内,说明结果是可信的。另外,通过记录50次 Monte-Carlo 仿真4种滤波计算时间并取平均值,得到 MRP-UKF, MRP-RUKF, USQUE 和 RUSQUE 4种滤波平均计算时间分别为 51.87 s, 52.22 s, 66.75 s 和 67.08 s。

实验结果表明,MRP-RUKF 与 RUSQUE 算法鲁棒估计精度结果基本相当,但 MRP-RUKF 的计算量小于 RUSQUE。虽然修正 Rodrigues 参数需要避免奇异性问  
(下转第64页)

- descriptor for 3D point cloud registration[J]. Information Sciences, 2016, 346:163-179.
- [11] RUSU R B, BLODOW N, BEETZ M. Fast point feature histograms (FPFH) for 3D registration[C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation, IEEE Press, 2009:1848-1853.
- [12] 陶海跻, 达飞鹏. 一种基于法向量的点云自动配准方法[J]. 中国激光, 2013, 40(8):184-189.
- [13] 沈紫华, 李卓嘉, 杨成, 等. 基于法向特征直方图的点云配准算法[J]. 光学精密工程, 2015, 23(10):591-598.
- [14] 葛宝臻, 彭博, 田庆国. 基于曲率图的三维点云数据配准[J]. 天津大学学报: 自然科学与工程技术版, 2013, 46(2):174-180.
- [15] 秦楠楠, 赖旭东, 闵晓凤. 一种基于主成分分析的空间数据配准算法[J]. 武汉大学学报: 工学版, 2012, 45(4):529-531.
- [16] 钟莹, 张蒙. 基于改进 ICP 算法的点云自动配准技术[J]. 控制工程, 2014, 21(1):37-40.
- [17] YAN L, TAN J, LIU H, et al. Automatic registration of TLS-TLS and TLS-MLS point clouds using a genetic algorithm[J]. Sensors, 2017, 17(9):1-18.
- [18] 汪慎文, 丁立新, 张文生, 等. 差分进化算法研究进展[J]. 武汉大学学报: 理学版, 2014, 60(4):283-292.
- [19] QIN K, HUANG V L, SUGANTHAN P N, et al. Differential evolution algorithm with strategy adaptation for global numerical optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2009, 13(2):398-417.
- [20] KJER H, WILM J. Evaluation of surface registration algorithms for PET motion correction[D]. Kongens Lyngby: Technical University of Denmark, 2010.
- [21] 陈西江, 章光, 花向红. 于法向量夹角信息熵的点云简化算法[J]. 中国激光, 2015, 42(8):328-336.
- [22] Stanford University. The stanford 3D scanning repository[EB/OL]. (2014-08-19) [2018-02-26]. <http://graphics.stanford.edu/data/3Dscanrep/>.
- [23] 吴亮红, 王耀南. 动态差分进化算法及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2014.

(上接第 43 页)

题,但在算法结构的复杂性和计算量等方面,修正 Rodrigues 参数要优于四元数,同时,在本质上四元数和修正 Rodrigues 参数是可以互相转换的,因此,在低速旋转运动载体中,尤其针对舰船或车辆等,基于修正 Rodrigues 参数的滤波算法具有较好的适用性。并且实验结果也表明了 MRP-RUKF 不仅保持了较高的估计结果和可信度,同时具有较小的计算量,证明了算法的有效性。

### 3 结束语

本文针对 SINS/GPS 组合导航中 GPS 信号会受到外界复杂环境干扰而难以提供可靠、高精度的观测量的问题开展研究,提出一种基于修正 Rodrigues 参数的鲁棒滤波算法。利用修正 Rodrigues 参数来表达姿态,在量测更新中通过 HUBER 鲁棒化处理,使得该算法具有抗干扰能力,同时相比于传统的基于四元数的滤波算法具有更低的计算量。在仿真实验中,对基于四元数和基于修正 Rodrigues 参数及其鲁棒化形式 4 种滤波算法比较分析,结果显示,本文提出的算法具有在非干扰情况下,估计精度基本相当,但计算量更小,而在干扰情况下,具有良好的抗干扰能力。

### 参 考 文 献

- [1] 邓太光, 杨晓东. 平台式惯导系统外水平阻尼状态的

误差分析[J]. 电光与控制, 2011, 18(11):96-100.

- [2] 胡文, 周召发, 郭琦, 等. 旋转惯导高度通道误差抑制方法研究[J]. 电光与控制, 2017, 24(12):43-46.
- [3] HUBER P J. Robust estimation of a location parameter[J]. The Annals of Mathematical Statistics, 1964, 35(1):73-101.
- [4] HUBER P J. Robust statistics: a review[J]. The Annals of Mathematical Statistics, 1972, 43(4):1041-1067.
- [5] HUBER P J. Robust regression: asymptotics, conjectures and Monte Carlo[J]. The Annals of Statistics, 1973, 1(5):799-821.
- [6] KARLGAARDU C D, SCHAUB H. Huber-based divided difference filtering[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2007, 30(3):885-891.
- [7] WANG X, CUI N, GUO J. Huber-based unscented filtering and its application to vision-based relative navigation[J]. IET Radar, Sonar, and Navigation, 2010, 4(1):134-141.
- [8] CRASSIDIS J L, MARKLEY F L. Unscented filtering for spacecraft attitude estimation[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2003, 26(4):536-542.
- [9] CRASSIDIS J L. Sigma-point Kalman filtering for integrated GPS and inertial navigation[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2006, 42(2):750-756.
- [10] 秦永元. 惯性导航[M]. 北京: 科学出版社, 2012.