

引用格式:宫梓丰,张合新,扈晓翔,等.hp伪谱法实现滑翔飞行器姿态跟踪控制[J].电光与控制,2019,26(3):21-23,48. GONG Z F, ZHANG H X, HU X X, et al. Attitude tracking control of gliding aircraft based on hp pseudo-spectral method[J]. Electronics Optics & Control, 2019, 26(3):21-23, 48.

hp伪谱法实现滑翔飞行器姿态跟踪控制

宫梓丰, 张合新, 扈晓翔, 吴玉彬
(火箭军工程大学,西安 710025)

摘要:针对非线性、多约束的滑翔飞行器再入段质点运动学与动力学模型,采用多区间hp自适应伪谱法对滑翔飞行器的再入段轨迹进行优化设计,再将得到的最优控制量进一步解算,得出飞行器最优控制信号,并针对滑翔飞行器滚转通道进行跟踪控制。仿真结果显示,系统能够识别控制信号,并有效实现姿态跟踪,使得飞行器沿最优轨迹再入飞行。

关键词: hp自适应伪谱法; 高超声速飞行器; 轨迹优化; 跟踪控制

中图分类号: O213.2 **文献标志码:** A **doi:**10.3969/j.issn.1671-637X.2019.03.005

Attitude Tracking Control of Gliding Aircraft Based on hp Pseudo-Spectral Method

GONG Zi-feng, ZHANG He-xin, HU Xiao-xiang, WU Yu-bin
(Rocket Force University of Engineering, Xi'an 710025, China)

Abstract: In order to build the kinematics and dynamics models of the reentry segment of a nonlinear and multi-constrained gliding aircraft, the multi-interval hp adaptive pseudo-spectral method is used to optimize the reentry trajectory of the aircraft, and the optimal control quantity is obtained. The quantity is further solved, the optimal control signal of the aircraft is obtained, and the tracking control of the rolling channel of the gliding aircraft is performed. The simulation results show that the system can identify the control signal and effectively realize the attitude tracking, making the aircraft reenter the flight along the optimal trajectory.

Key words: hp adaptive pseudo-spectral method; hypersonic vehicle; trajectory optimization; tracking control

0 引言

随着世界航空航天科技的飞速发展,各种具有优秀效能的飞行器层出不穷,其中,高超声速飞行器以其良好的气动性能和巨大的军事价值而受到国内外的广泛关注^[1]。为使高超声速飞行器能够高效完成飞行任务,在有限时间内对飞行器实现有效控制,并使其始终保持运行于最优轨迹已经成为当今研究的重点问题。无动力的高超声速滑翔再入式飞行器通常具有较高的升阻比外形,其空气动力性能好,穿透能力强,成本低,并可重复使用^[2],实现其再入段的跟踪控制具有较大的军事应用价值。

高超声速飞行器姿态控制问题是一个高度非线性、

并要考虑各种条件约束的复杂最优控制问题。而要求解出再入段最优方案控制变量,首先需将最优控制问题离散化,使其转化成代数非线性规划问题,然后再通过数值方法求解^[3-5]。hp伪谱法对固有方法进行融合,对全局区间的数目和多项式阶次进行自适应调节以满足精度要求^[6-8]。因此, hp方法可以避免出现极其精细的网格化和不合理的高逼近多项式,降低初始条件估计对结果的影响,利用KKT条件将最优控制问题转化为等价的线性规划问题^[9-10]。

1 模型构建

1.1 滑翔飞行器的再入模型

多约束下滑翔飞行器的再入过程是一个典型的非线性问题,其运动模型可以通过一系列的非线性微分方程来描述^[11]。假定地球为均匀光滑的球体,则飞行器的位置、角度变化方程可以表示为

收稿日期:2018-04-17

修回日期:2018-05-02

基金项目:国家自然科学基金青年基金(61304001)

作者简介:宫梓丰(1994—),男,辽宁大连人,硕士生,研究方向为导航制导与仿真。

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cos \zeta \cos \xi \\ \dot{y} = v \cos \zeta \sin \xi \\ \dot{z} = v \sin \zeta \\ \dot{v} = -g \sin \zeta - \frac{QSK_D}{m} \\ \dot{\zeta} = -\frac{g \cos \zeta}{v} + \frac{QS}{mv} (K_L \cos \sigma - K_Y \sin \sigma) \\ \dot{\xi} = \frac{QS}{mv \cos \zeta} (K_L \sin \sigma + K_Y \cos \sigma) \end{cases} \quad (1)$$

式中: x, y, z 分别是飞行器在发射坐标系下的 3 个位置分量; v 是飞行器的线速度; ζ 为航迹倾角; ξ 为航迹偏角; Q, S, g, m 和 σ 分别代表飞行器的动压、参考面面积、重力加速度、飞行器质量和倾斜角; K_D, K_L, K_Y 分别为飞行器的阻力系数、升力系数和侧向力系数。

飞行器的运动学方程可以表示为

$$\begin{cases} \dot{\sigma} = \sec \beta (p \cos \alpha + r \sin \alpha) + \frac{QSK_L}{mv} (\tan \zeta \sin \sigma + \tan \beta) + \frac{QSK_Y}{mv} \tan \zeta \cos \sigma - \frac{g}{v} \cos \zeta \cos \sigma \tan \beta \\ \dot{\alpha} = q - \tan \beta (p \cos \alpha + r \sin \alpha) + \frac{mg \cos \zeta \cos \sigma - QSK_L}{mv \cos \beta} \\ \dot{\beta} = -r \cos \alpha + p \sin \alpha + \frac{QSK_Y + mg \cos \zeta \sin \sigma}{mv} \end{cases} \quad (2)$$

式中: α 和 β 分别为飞行器的攻角和侧滑角; p, q, r 分别为飞行器的滚转角速度、俯仰角速度和偏航角速度。

飞行器的动力学方程可以表示为

$$\begin{cases} \dot{p} = \frac{QsbK_l}{I_{xx}} \\ \dot{q} = \frac{QsbK_m + (I_{zz} - I_{xx})pr}{I_{yy}} \\ \dot{r} = \frac{QsbK_n + (I_{xx} - I_{yy})pq}{I_{zz}} \end{cases} \quad (3)$$

式中: b 为飞行器的翼展; I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} 分别为飞行器相对于滚转轴、俯仰轴、偏航轴的转动惯量; K_l, K_m, K_n 分别是对应时刻飞行器滚转、俯仰、偏航 3 个通道的系数, 且有

$$\begin{cases} K_l = K_{l,\beta} \beta + K_{l,\delta_a} \delta_a + K_{l,p} \frac{pb}{2v} \\ K_m = K_{m,\alpha} \alpha + K_{m,\delta_e} \delta_e + K_{m,q} \frac{qb}{2v} \\ K_n = K_{n,\beta} \beta + K_{n,\delta_r} \delta_r + K_{n,r} \frac{rb}{2v} \end{cases} \quad (4)$$

式中: $\delta_a, \delta_e, \delta_r$ 分别为飞行器的副翼、升降舵和方向舵偏转所产生的控制信号。

1.2 约束条件

通常情况下, 热流、动压和过载被认为是路径约

束, 以不等式的形式给出, 即

$$\begin{cases} \dot{Q}_1 = \frac{K_1}{\sqrt{R_N} \sqrt{\rho_0}} V_c^{3.15} \leq \dot{Q}_{1\max} \\ Q = \frac{1}{2} \rho v^2 \leq Q_{\max} \\ n = \frac{\sqrt{L^2 + D^2}}{mg} \leq n_{\max} \end{cases} \quad (5)$$

式中: K_1 为常数; R_N 为滑翔飞行器头部热流驻点半径; ρ 为当地大气密度; ρ_0 为海平面标准大气密度; L 为升力; D 阻力; $V_c = 7.8 \times 10^3$ m/s, 为地球第一宇宙速度。

1.3 目标函数

常见的目标函数通常围绕飞行时间、航程、燃料、热量或轨迹平滑度建立, 本文重点是对姿态参量进行控制, 所以对有关航程参数需要有一些限制。为使得滑翔飞行器在再入段获得最大的横向航程, 可确定系统的目标函数为

$$J = \max x \quad (6)$$

式中: x 即式(1)中的位置分量, 若令 h 为飞行高度, 则 $\frac{x}{r_e + h}$ 可以表征飞行器航程跨越的纬度。通过使得位置分量 x 最大, 即可保证飞行器取得最大横向航程。

2 利用 hp 伪谱法转换最优控制问题

2.1 最优控制问题的离散化

首先要进行时域变换。由于伪谱法需要将原始时间区域转换到定义域 $[-1, 1]$ 上, 因此要对时间区域进行变换。选取 $K-1$ 个节点, 将最优控制问题在 $t \in [t_0, t_f]$ 上分成 K 个子区间将定义域 $[t_k, t_{k+1}]$ 转换到区间 $[-1, 1]$, 以满足 Legendre 正交多项式的定义区间, 即

$$\tau = \frac{2t - t_{k+1} - t_k}{t_{k+1} - t_k} \quad \tau \in [-1, 1] \quad (7)$$

转换后, τ 取代 t 成为独立变量, 而后进行配点和离散化。采用配点为 LGR 点, 从而构成 Lagrange 插值多项式 $L_i^{(k)}(\tau)$ ($i = 0, 1, \dots, N^{(k)}$)。将每个子区间的状态变量和控制变量在配点处离散, 得到 $N+1$ 个离散状态变量 $\{X_0^{(k)}, X_1^{(k)}, \dots, X_N^{(k)}\}$ 以及 $N+1$ 个离散控制变量 $\{U_0^{(k)}, U_1^{(k)}, \dots, U_N^{(k)}\}$ 。

利用 Lagrange 插值多项式逼近 $x^{(k)}(\tau)$ 和 $u^{(k)}(\tau)$, 即

$$\begin{cases} x^{(k)}(\tau) \approx X^{(k)}(\tau) = \sum_{i=0}^{N^{(k)}} L_i^{(k)}(\tau) X_i^{(k)} \\ u^{(k)}(\tau) \approx U^{(k)}(\tau) = \sum_{i=0}^{N^{(k)}} L_i^{(k)}(\tau) U_i^{(k)} \end{cases} \quad (8)$$

式中: $L_i^{(k)}(\tau)$ 为 Lagrange 插值基函数。将状态变量通过插值多项式参数化后, 对状态的微分运算可以近似

为对插值基函数的微分运算,即

$$\dot{x}^{(k)}(\tau) \approx \dot{X}^{(k)} = \sum_{i=0}^{N^{(k)}} \dot{L}_i^{(k)}(\tau) X_i^{(k)} = \sum_{i=0}^{N^{(k)}} D_{ji}^{(k)}(\tau) X_i^{(k)} \quad (9)$$

式中: $k=0, 1, \dots, N^{(k)}$; $D_{ji}^{(k)}$ 为微分矩阵。

至此,最优控制问题就已转换为非线性规划问题, SNOPT 算法可以较好地求解此类问题。

2.2 自适应网格细化方法

设 $[t_{k-1}, t_k]$ 为第 k 个子区间, 区间内共有 n 个配点数。取相邻配点之间的中点, 即

$$\tau_n^{(k)} = (\tau_{i+1}^{(k)} + \tau_i^{(k)})/2 \quad (10)$$

式中: $n=1, \dots, N_k-1$ 。以如下准则来评估误差

$$\varepsilon^{(k)} = \left| \sum_{i=0}^{N_n} x^{(k)}(\tau_n^{(k)}) D_{ji}^{(k)} - \left(\frac{t_k - t_{k-1}}{2} \right) f(x^{(k)}(\tau_n^{(k)}), u^{(k)}(\tau_n^{(k)})) \right| \quad (11)$$

假定 SNOPT 非线性规划算法中设置的误差门限值为 ε , 如果 $\varepsilon^{(k)}$ 存在大于 ε 的元素, 那么就要进一步增加该区间内的配点数量, 使得 $\varepsilon^{(k)}$ 中所有元素全部小于 ε 。

在第 k 个区间内, $x^{(k)}$ 表示该区间内的状态轨迹, 则该状态的曲率可以表示为

$$\kappa^{(k)}(\tau) = \frac{|\ddot{x}^{(k)}(\tau)|}{|(1 + \dot{x}^{(k)}(\tau)^2)^{3/2}} \quad (12)$$

在第 k 个区间内, $x^{(k)}$ 表示该区间内的状态轨迹, 则该状态的曲率可以表示为

$$e = \left(\frac{\kappa_1^{(k)}}{\kappa^{(k)}} \quad \dots \quad \frac{\kappa_{N^{(k)}-1}^{(k)}}{\kappa^{(k)}} \right) \quad (13)$$

设 ρ 为判断实施细化标准的量, 若满足 e 中的每个元素都小于 ρ , 则认为该区间内的轨迹相对比较平滑, 通过增加区间中配点数的方式提升原方法的精度。若 e 中存在大于 ρ 的元素, 则认定该区间的轨迹不平滑, 要通过细化区间的方式提升原方法的精度。

3 仿真实验

3.1 条件与约束

1) 初始条件。

通过参考实际飞行器再入过程, 并参考文献[11-12], 确定仿真实验参数如下: 初速度 $v_0 = 7.0 \text{ km/s}$, 初始高度 $h_0 = 80 \text{ km}$, 航迹倾角 $\zeta_0 = 0^\circ$, 航迹偏角 $\xi_0 = 90^\circ$ 。3 通道角速度默认归零。

2) 终端约束。

$v_r = 800 \text{ m/s}$, $h_r = 25 \text{ km}$, 航迹倾角 $\zeta_r = 0^\circ$, $\xi_r = 90^\circ$ 。

3) 过程约束。

法向过载最大值 $n_{\max} = 2.5g$, 热流率最大值 $Q_1 = 1.2 \times 10^6 \text{ W/m}^2$ 。

3.2 仿真结果

采用上述约束条件, 利用分段自适应伪谱法进行结

算, 使用 Matlab2017a 进行仿真, 配点精度为 1×10^{-6} , 得到如图 1 所示的结果。

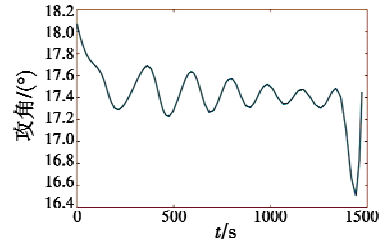


图 1 最优轨迹攻角控制曲线

Fig. 1 Optimal trajectory control curve of angle of attack

通过进一步计算, 可以得出如图 2 所示的三自由度的角速度变化图。通过分离通道间的耦合关系, 可以得出如图 3 所示的副翼升降舵和方向舵的输出信号。

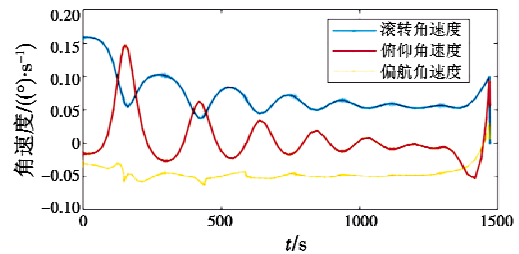


图 2 三自由度角速度变化图

Fig. 2 Three degrees-of-freedom angular velocity

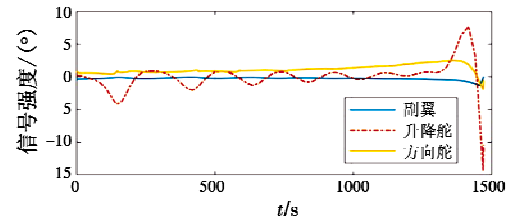


图 3 副翼、升降舵、方向舵输出信号

Fig. 3 Output signals of aileron, elevator and rudder

而后在 Simulink 平台上对系统的滚转通道的跟踪性能进行了仿真实验, 得出跟踪性能如图 4 所示。

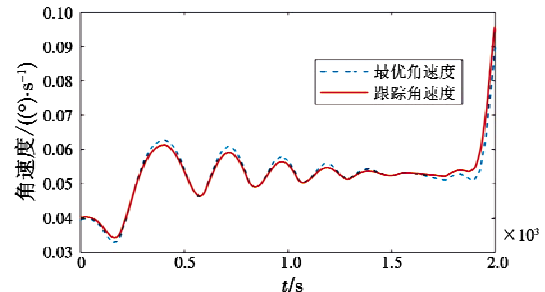


图 4 滚转通道跟踪性能

Fig. 4 Tracking performance of rolling channel

在整个阶段, 攻角的变化保持较小水平以维持飞行器姿态稳定, 其中在末段时角速度输出较大以变换姿态, 使得再入时能保证飞行器性能满足限制要求。

(下转第 48 页)

舰炮火控解算提供了理论参考,对于新型舰炮射表制定等实际工程应用具有重要意义。

参 考 文 献

- [1] 付彩越. 美国海军新概念武器现状和发展[J]. 舰船科学与技术, 2017, 39(2): 151-154.
- [2] 傅冰, 卢发兴, 孙世岩, 等. 舰艇武器火控基础[M]. 北京: 国防工业出版社, 2017.
- [3] 程哈, 陈维义, 周敏佳. 舰艇摇摆作用下火炮射击诸元求解模型分析[J]. 系统工程与电子技术, 2017, 39(11): 2484-2490.
- [4] 秦鹏飞, 崔青春, 李硕, 等. 基于大口径火炮的实时弹道解算方法研究[J]. 火炮发射与控制学报, 2015, 36(1): 68-72.
- [5] 邓方, 崔静, 方浩, 等. 基于改进粒子群优化的弹道并行求解算法[J]. 北京理工大学学报, 2015, 35(4): 391-396.
- [6] 乔志明, 雷彬, 吕庆敖, 等. 电磁轨道炮关键技术与发展趋势分析[J]. 火炮发射与控制学报, 2016, 37(2): 91-95.
- [7] 尚晓兵. 电磁轨道炮外弹道射击精度分析与评估技术研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2015.
- [8] HUNDERTMARK S, LANCELLE D. A scenario for a future European shipboard railgun [J]. IEEE Transactions on Plasma Science, 2015, 43(5): 1194-1197.
- [9] GALLANT J, VANDERBEKE E, ALOUAHABI F, et al. Design considerations for an electromagnetic railgun to be used against antiship missiles [J]. IEEE Transactions on Plasma Science, 2013, 41(10): 2800-2804.
- [10] 韩子鹏. 弹箭外弹道学[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2014.
- [11] 刘俊邦, 陈远江, 李涛. 面向实战的突击炮解命中问题误差分析[J]. 火炮发射与控制学报, 2016, 37(3): 30-35.
- [12] 邢昌凤, 李敏勇, 吴玲. 舰载武器系统效能分析[M]. 北京: 国防工业出版社, 2008.
- [13] 卢发兴, 贾正荣, 吴玲. 舰炮初速对命中点预测误差影响分析[J]. 海军工程大学学报, 2016, 28(s1): 21-25.
- [14] 邢昌凤, 隋江波. 舰炮武器对驱逐舰目标射击毁伤定律研究[J]. 海军工程大学学报, 2009, 21(4): 48-52, 70.
- [15] GOMEZ C, PRADO H, TROFIMCHUK S. Separation dichotomy and wavefronts for a nonlinear convolution equation [J]. Journal of Mathematical Analysis & Applications, 2014, 420(1): 1-19.

(上接第 23 页)

由于仿真中最优轨迹的攻角变化较小,其角速度变化量也相对较小,三通道的信号输出以角秒为单位,仿真实验能够明显地展示出副翼、升降舵和方向舵的偏转对飞行器姿态的有效控制。在最后的跟踪控制实验中,系统能够对副翼的输出信号进行识别,使得飞行器能跟踪最优状态的姿态角。角速度平均跟踪误差为 $6.9 \times 10^{-5} (^{\circ})/s$,飞行器可以做出有效调姿,进而稳定地沿着最优轨迹运行。

4 结 束 语

本文设计了 LGR 配点下的 hp 自适应伪谱法,使用 SNOPT 求解器对高超声速飞行器进行轨迹优化,并解算出实时的角速度变化,进而得出飞行器副翼、升降舵和方向舵的输出信号,最后使用 Simulink 构建角速度变化跟踪模型对滚转通道的角速度进行跟踪。仿真结果显示,系统能够很好地实现姿态跟踪,使得飞行器沿最优轨迹再入飞行。

参 考 文 献

- [1] 张灿, 胡冬冬, 叶蕾, 等. 2017 年国外高超声速飞行器技术发展综述[J]. 战术导弹技术, 2018(1): 47-50, 78.
- [2] 刘世钰. 高超声速飞行器气动特性数值分析[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2014.
- [3] 陈凯捷, 戈新生. 基于 Legendre 伪谱法的空间机器人姿态运动的最优控制[J]. 国际航空航天科学, 2015, 3(4): 77-83.
- [4] 王璐. 伪谱法在最优控制问题中的应用[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2014.
- [5] WANG X W, PENG H J, ZHANG S, et al. A symplectic pseudospectral method for nonlinear optimal control problems with inequality constraints [J]. ISA Transactions, 2017, 68: 335-352.
- [6] 洪蓓, 辛万青. 基于 hp 自适应伪谱法的固体运载火箭轨迹优化[J]. 航天控制, 2012, 30(4): 18-22, 31.
- [7] 夏红伟, 李秋实, 李莉, 等. 基于 hp 自适应伪谱法的飞行器再入轨迹优化与制导[J]. 中国惯性技术学报, 2015, 23(6): 818-823.
- [8] 邱文杰, 孟秀云. 基于 hp 自适应伪谱法的飞行器多阶段轨迹优化[J]. 北京理工大学学报: 自然科学版, 2017, 37(4): 412-417.
- [9] 刘渊博, 朱恒伟, 黄小念, 等. 伪谱法求解非光滑最优控制问题的网格优化[J]. 系统工程与电子技术, 2013, 35(11): 2396-2399.
- [10] 张广豪. 高超声速飞行器滑翔再入轨迹优化与跟踪制导方法研究[D]. 西安: 火箭军工程大学, 2017.
- [11] YU X, LI P, ZHANG Y, et al. The design of fixed-time observer and finite-time fault-tolerant control for hypersonic gliding vehicles [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2018, 65(5): 4135-4144.
- [12] 王丽英, 张友安, 黄洁. 带约束的末制导律与伪谱法轨迹优化[M]. 北京: 国防工业出版社, 2015.