

引用格式:张本辉,王骁,门金柱,等.基于雷达测波和 mNLS 方程的非线性海浪演化研究[J].电光与控制,2019,26(12):69-73. ZHANG B H, WANG X, MEN J Z, et al. Nonlinear evolution of waves based on radar wave measurement and mNLS equation[J]. Electronics Optics & Control, 2019, 26(12):69-73.

## 基于雷达测波和 mNLS 方程的非线性海浪演化研究

张本辉, 王 骁, 门金柱, 姚科明, 万新龙

(海军大连舰艇学院, 辽宁 大连 116018)

**摘要:** 雷达测波是目前唯一可以船载且具有较高精度的海浪信息测量方式,能够实时反映出舰艇当前航行海区的实际情况;基于 mNLS 方程则能够较好地描述海浪的非线性演化规律;立足于将雷达测波系统与 mNLS 方程进行融合的研究思路,利用小波陡  $\varepsilon \leq 0.3$  和窄谱条件  $\Delta f/f_0 \leq 0.2$  对实测的雷达测波谱进行筛选,进而构造初始条件对海浪的非线性演化进行数值模拟。

**关键词:** 雷达测波; mNLS 方程; 非线性海浪

**中图分类号:** P731 **文献标志码:** A **doi:**10.3969/j.issn.1671-637X.2019.12.014

## Nonlinear Evolution of Waves Based on Radar Wave Measurement and mNLS Equation

ZHANG Ben-hui, WANG Xiao, MEN Jin-zhu, YAO Ke-ming, WAN Xin-long

(Dalian Naval Academy, Dalian 116018, China)

**Abstract:** Radar wave measurement is the only way to obtain high-accuracy wave information that can be carried out on ship, reflecting the real-time and actual wave conditions of the ship's current navigation area. The nonlinear evolution of waves can be well described by the model based on the mNLS equation. The radar wave measurement system is used together with mNLS equation. The radar wave measurement spectrum is selected with the application conditions of  $\varepsilon \leq 0.3$  and  $\Delta f/f_0 \leq 0.2$  to construct the initial conditions for simulating the nonlinear evolution of waves.

**Key words:** radar wave measurement; mNLS equation; nonlinear waves

### 0 引言

大量的海上现场观测和室内实验证明,实际的海浪尤其是高海况下的海浪是非高斯、非平稳、非线性的,具体体现为波幅偏离瑞利分布、多峰谱的普遍存在、波浪传播中发生陡变及波面破碎等<sup>[1]</sup>。研究能够反映海浪非线性特征的数值模拟方法是未来的发展趋势,利用非线性理论来研究深水海浪的演化将会更加合理有效<sup>[2]</sup>。目前,对非线性海浪的描述主要有两种途径:一是从随机海浪理论出发,研究其统计规律,包括海浪谱、波浪要素统计分布等,从目前研究的情况来看,

二阶谱用于预报海浪误差较大,采用高阶谱或 Longuet-Higgins 模型则会使计算复杂且工作量巨大;二是从流体动力学基本方程出发,研究确定条件下海浪的运动及其物理、数学特性,例如 KdV 方程、KP 方程和非线性薛定谔(NLS)方程等。动力学方法是研究液体流动的有力工具,但是海浪具有明显的随机性,难以用确定性函数直接确定。如何将上述两种理论进行综合,一直是非线性海浪研究领域的热点和难点问题。

ONORATO 等<sup>[3]</sup>基于 NLS 方程,研究了随机海浪的非线性演化过程,认为 Benjamin-Feir 不稳定性是畸形波生成的重要原因。DYSTHE<sup>[4]</sup>对 NLS 方程作了高阶修正,将小波陡的三阶摄动扩展至四阶,更适合于描述强非线性海浪的演化。张运秋<sup>[5]</sup>在窄谱条件下,基于载波调制理论,以随机过程构造初始条件,利用修正非线性薛定谔方程(modified Non-Linear Schrodinger, mNLS)作为深海波浪演化的控制方程,实现了随机海浪情况下畸形波的数值模拟。以上研究实际上是波浪动力学

收稿日期:2018-12-10

修回日期:2019-01-23

基金项目:“十三五”装备预研基金项目(6140207010201,4140707010302)

作者简介:张本辉(1988—),男,河南南阳人,博士,讲师,研究方向为舰载直升机作战环境。

与统计学相结合的产物,然而,以上文献中采用的均为 Jonswap 谱,对于海军舰艇航行海区海浪环境的精确描述显然是不够的。

目前看来,要实时获取当前舰艇航行海区较精细的海浪信息,比较有效的手段是借助舰载测波雷达。如何将雷达测波系统和基于 mNLS 方程建立的非线性海浪模型进行融合,来研究深海海浪的非线性演化规律,进而实现对舰艇航行海区的海浪信息进行实时预报是值得研究的课题,对于提高舰船环境适应性和战斗力具有重要意义。

## 1 雷达测波系统的应用现状

雷达测波系统是目前唯一可以车载实时测量且具有较高精度的海浪信息测量设备,通过分析海表面对 X 波段电磁波进行布拉德散射所得到的回波信息,可以获取海浪谱、有义波高、主波频率、主波向等海浪信息<sup>[6]</sup>。实际上,X 波段雷达在船舶上是作为航海雷达,用于辅助进行航行避让、狭水道引航、船舶定位等,过去为不影响其功能,都会将获取的“海杂波”滤掉。

早在 20 世纪 60 年代,国外学者就开始了通过航海雷达海杂波图像获取海浪信息的研究。1995 年,德国 GKSS 实验室首先研制出基于航海雷达的海浪监视系统 WaMoS (Wave Monitoring System)。现在,GKSS 实验室已推出了第二代产品——WaMoSII。挪威的 Miroso 公司在 1996~1998 年期间推出了 WAVEX 型雷达测波系统;与此同时,美国、日本、丹麦也积极开展利用 X 波段雷达进行海洋监测的研究。经过大量的实验验证,WaMoS II 和 WAVEX 两种雷达测波系统得到了国际著名船级社 DNV (挪威)和 GL (德国)的认证。在诸多实验中,尤其需要强调的是 2008 年于南大西洋进行的船基搭载对比实验。该实验以 Ron H. Bbrown 号船载雷达测波系统在深海航行条件下进行波浪测量,所得结果与浮标测量结果进行对比,吻合度很高,直接证明了深海条件下船载雷达测波系统航行中测量波浪的可信度。

在国内,雷达测波系统已得到充分重视,目前已有我国自主研发的雷达测波系统产品,并在部分船舶上安装。2004 年,我国高科技研究发展计划(“八六三”计划)海洋监测技术主题启动了“X 波段雷达海浪探测技术”项目,进行了探索。2005 年,相关单位实施了“X 波段雷达的波浪遥测技术”预研项目,突破了雷达回波数据采集、数字化转换、信号补偿和调制技术,以及海面流场、浪场反演的关键技术,其成果为舰基、岸基测波雷达的研制奠定了技术基础。

WaMoS II 雷达测波系统的运行界面如图 1 所示。

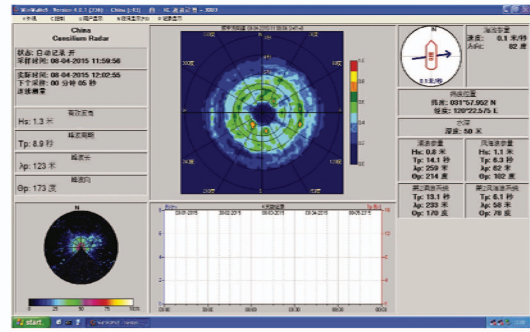


图 1 WaMoS II 雷达测波系统运行界面

Fig. 1 The operation interface of WaMoS II radar wave measurement system

其中,频谱数据描述了海浪在 0.0055~0.35 Hz 范围内共 64 个不同频率上的子波能量大小,并将其写入后缀名为“.D1S”的输出文件中。

该系统测量两组数据的时间间隔最短为 2 min,间隔可以进行调整;在舰艇航行所经海域,雷达测波频谱数据会随着实际海浪的变化而变化,相比 Jonswap 谱而言,能够更好地反映出当前航行海区的实际情况。

## 2 基于 mNLS 方程的非线性海浪模型

通常在无粘无旋的假设条件下,海浪运动可以利用速度势函数的拉普拉斯方程、自由表面及海底等边界条件来描述,拉普拉斯方程是线性的,然而边界条件却是非线性的,因此拉普拉斯方程组可以用来描述深水海浪的非线性运动,假设其满足

$$\begin{cases} ka = O(\varepsilon) \\ |\Delta k|/k = O(\varepsilon) \\ (kh)^{-1} = O(\varepsilon) \end{cases} \quad (1)$$

即小波陡、窄谱、深水条件约束。式中: $a$  为载波的振幅; $k$  为相应的波数。以小波陡  $\varepsilon$  按照多重尺度法将其展开到波陡的四阶  $O(\varepsilon^4)$ ,再经过一系列的转化,并引入下列无因次变换

$$\begin{cases} A = aA' \\ \zeta = a\zeta' \\ \phi = \omega a^2 \phi' \\ \varepsilon^2 kx = \eta \\ \varepsilon \omega \lambda \left( \frac{2k}{\omega} x - t \right) = \xi \\ \varepsilon \lambda kz = z' \\ \varepsilon \lambda kh = h' \end{cases} \quad (2)$$

式中: $A$  为一阶 Stokes 波的复波包; $\phi$  为平均流的速度势; $\zeta$  为波高; $x$  为波浪传播方向的水平坐标; $t$  为时间坐标; $h$  为水深; $A', \phi', \zeta', h'$  为相应的无因次变量; $\omega$  为载波频率; $\lambda$  是使  $\xi$  的计算域为  $2\pi$  的尺度因子。构造初始条件时,通常还会对  $\lambda$  附加上其他约束,将其与波

陡和谱宽联系起来,目的是满足调制不稳定性的条件。对于固定的观测者而言, $\xi$  是时间流逝的负值, $\eta$  是波群前进的距离。经过无因次变换并省略相应的撇号后,得到群速度移动坐标系下的 mNLS 方程为

$$\frac{\partial A}{\partial \eta} + i\lambda^2 \frac{\partial^2 A}{\partial \xi^2} + i|A|^2 A = -8\varepsilon\lambda |A|^2 \frac{\partial A}{\partial \xi} - 4i\varepsilon\lambda A \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \Big|_{z=0} \quad (3)$$

$$\begin{cases} 4 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 & -h < z < 0 \\ \frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\partial |A|^2}{\partial \xi} & z = 0 \\ \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 & z = -h \end{cases} \quad (4)$$

mNLS 方程组在周期为  $2\pi$  的范围内进行计算,需要满足边界条件

$$A(0, \eta) = A(2\pi, \eta) \quad (5)$$

$$A(0, z, \eta) = A(2\pi, z, \eta) \quad (6)$$

对式(3)和式(4)进行求解,可得到自由面波高方程为

$$\xi(\xi, \eta) = \varepsilon^2 \lambda \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \Big|_{z=0} + \frac{1}{2} \left\{ (A - i\varepsilon\lambda \frac{\partial A}{\partial \xi} - \frac{3\varepsilon^2}{8} |A|^2 A) e^{i\psi} + \left( \frac{\varepsilon}{2} A^2 - 2i\varepsilon^2 \lambda A \frac{\partial A}{\partial \xi} \right) e^{2i\psi} + \left( \frac{3\varepsilon^2}{8} A^3 \right) e^{3i\psi} + c. c. \right\} \quad (7)$$

式中,  $c. c.$  表示共轭复数。

$\psi = -\eta/\varepsilon^2 + \xi/\varepsilon\lambda$  是载波的相位函数,为了将自由面与固定位置浪高仪测量数据进行比对,需要利用式(2)将其反变换至固定坐标系。 $\xi$  从  $0 \rightarrow 2\pi$  变换,对于距离造波机  $x_0 = \eta/\varepsilon^2 k$  的有因次位置,有因次的时间  $t$  从  $2kx_0/\omega \rightarrow (2kx_0/\omega - 2\pi/\lambda\varepsilon\omega)$  变化。

mNLS 方程不适合解析求解,因此不得不借助于各种数值算法,离散步长的虚拟频谱算法是一种有效求解 mNLS 方程的数值计算方法,主要分为虚拟频谱算法和中心有限差分方法两部分。算法的核心思想为:波浪在传播过程中,色散和非线性是同时作用的,在进行数值求解时,假定每经过一小段距离  $\Delta\eta$ ,色散和非线性效应可分别作用,第 1 步仅有非线性作用,方程中线性项为 0;第 2 步仅有色散作用,方程中非线性项为 0;经过两步计算可以得到距离为  $\Delta\eta$  的波包络近似解,其具体求解过程在文献[6]中已有详细介绍,在此不再赘述。

### 3 基于雷达测波和 mNLS 方程的深海海浪研究

#### 3.1 基于 mNLS 方程应用条件筛选雷达测波谱

##### 3.1.1 mNLS 方程应用条件的探讨

在随机海浪情况下,利用 mNLS 方程对非线性海浪进行建模研究,一般是基于 Jonswap 谱作为输入谱,构造 mNLS 方程的初始条件。将雷达测波系统与基于 mNLS 方程建立的非线性海浪模型进行融合,关键在于对雷达测波谱的筛选,用满足条件的雷达测波谱来

替换 Jonswap 谱即可。筛选的条件主要受 mNLS 方程推导过程中摄动展开条件的约束,即式(1)中的小波陡、窄谱、深海条件。

文献[5]在 mNLS 方程的四阶均匀 Stokes 波精确解中引入了振幅和相位的小扰动,与 Longuet-Higgins 的精确结果进行对比,来分析其稳定性。仿真结果表明,mNLS 方程所预测的边带不稳定性及不稳定增长率在  $\varepsilon \leq 0.3$  时均与精确结果非常接近。

文献[5]中假定 mNLS 方程的初始条件符合由 Jonswap 谱描述的典型海况,分析了带宽随 Jonswap 谱的谱峰升高因子的变化。仿真结果表明,随着峰高因子的增大,谱变得比较尖窄,带宽  $\Delta f/f_0 \leq 0.2$ ,比较适合于具有窄谱假定的四阶非线性薛定谔方程。

一般情况下,舰船在航行过程中进行雷达测波数据采集的海域,可以忽略水深对波浪传播的影响,故而深海约束条件在这里不予考虑。

综上所述,借鉴文献[5]的研究成果,将 mNLS 方程的应用条件确定为: $\varepsilon \leq 0.3$  和  $\Delta f/f_0 \leq 0.2$ 。

##### 3.1.2 基于 mNLS 方程应用条件筛选雷达测波谱

在 2014 ~ 2016 年,完成了雷达测波信息及舰船摇晃信息的采集任务,获取了某两船于 2015 年在某航行海域采集到的雷达测波频谱数据,共计 112339 组。根据 3.1.1 节的结论  $\varepsilon \leq 0.3$  和  $\Delta f/f_0 \leq 0.2$ ,对采集到的雷达测波谱数据进行筛选,满足 mNLS 方程应用条件的仅有 741 组, $\varepsilon$  和  $\Delta f/f_0$  分布如图 2 所示。

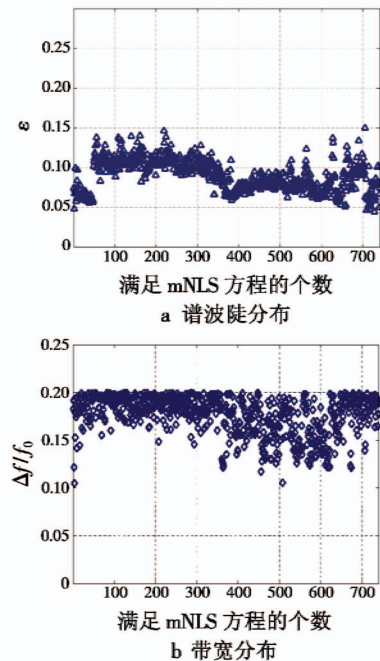


图 2 满足 mNLS 方程应用条件的雷达测波谱波陡和带宽分布图

Fig. 2 The steepness and bandwidth distribution of radar spectrum fulfilling the conditions of mNLS equation

由图2可知,上述741组数据 $\varepsilon$ 均小于0.3, $\Delta f/f_0$ 均小于0.2。总的来说,满足mNLS方程的雷达测波谱数据的比例相对较低,究其原因,mNLS方程的应用条件相对比较苛刻,要求频谱的带宽较窄。

基于文献[7]对双峰谱的定义:频谱的主峰与次峰之间的频率间隔 $\Delta f \geq 0.05$  s,频谱的次峰谱值要大于主峰谱值的30%以上,且主峰与次峰之间的谷谱值要小于次峰谱值的2/3。对满足mNLS方程的741组数据进行分析,满足双峰谱定义的仅有3组。选取单峰谱和双峰谱各一组,其谱密度曲线如图3所示。

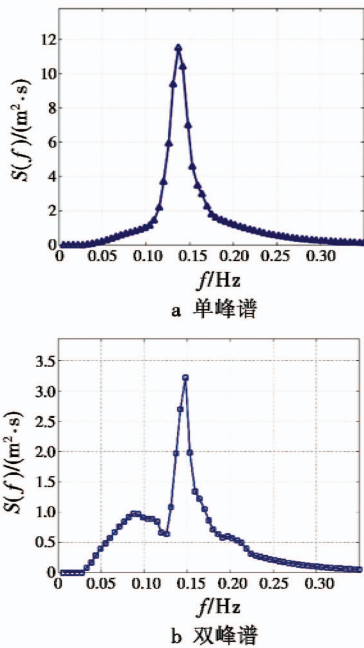


图3 满足mNLS方程应用条件的雷达测波谱

Fig.3 The radar wave spectrum fulfilling the conditions of mNLS equation

图3中双峰谱的 $\Delta f = 0.0605$  s,次峰谱值为主峰谱值的30.25%,主峰与次峰之间的谷谱值为次峰谱的65.40%,符合双峰谱的定义。

满足mNLS方程应用条件的雷达测波谱以单峰谱居多,仅有极少谱峰尖锐的双峰谱能够满足条件,能量集中的单峰谱只有在大风浪情况下才可能出现,因此在恶劣海况下,采集到的雷达测波谱满足mNLS方程应用条件的概率较大。

### 3.2 基于雷达测波谱构造mNLS方程的初始条件

假设波浪是平稳随机过程,其二维波面可以由无数个不同频率和不同随机初相位且单方向传播的余弦波叠加而成,即

$$\zeta(x, t) = \sum_{j=1}^M C_j \cos(k_j x - \omega_j t + \varphi_j) \quad (8)$$

式中: $C_j$ 和 $\omega_j$ 分别为各组成波的波幅和圆频率; $k_j$ 为对应的波数,且满足色散关系 $\omega_j^2 = gk_j$ ;随机初相位 $\varphi_j$

在 $(0, 2\pi)$ 范围内均匀分布; $x$ 和 $t$ 分别表示空间位置和时间变量。

无因次化之后的初始包络为

$$A(\xi, 0) = \frac{2}{H_s} \sum_{j=1}^M C_j \exp\left(i \left[ \frac{(\tilde{f}_j - f_0)}{f_0} \frac{\xi}{\lambda \varepsilon} + \varphi_j \right]\right) \quad (9)$$

式中: $\tilde{f}_j$ 来源于雷达测波谱数据文件,取 $\tilde{f} = (f_{j+1} + f_j)/2$ , $j = 1, 2, \dots, M$ ;  $C_j = \sqrt{2S(\tilde{f}_j)\Delta f_j}$ ,  $S$ 为雷达测波谱数据文件中的谱密度, $\Delta f_j = f_{j+1} - f_j$ 。由于计算中要满足周期性边界条件,而由随机过程构建的初始复波包络并非如此,因此要对初始包络的时间系列乘以一个截尾窗函数进行修正,使之周期化<sup>[8]</sup>。

### 3.3 基于雷达测波谱和mNLS方程的深海海浪演化研究

假设输入的雷达测波谱信息为图3中的单峰谱,数值求解的空间长度为5,步长为 $\Delta \eta = 5 \times 10^{-4}$ ,初始条件的构造方法如3.2节所述,当 $\lambda = 0.8$ 时,波包络的时空演化如图4所示。

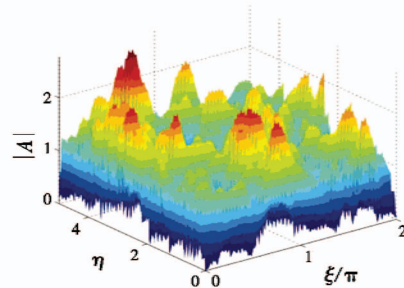
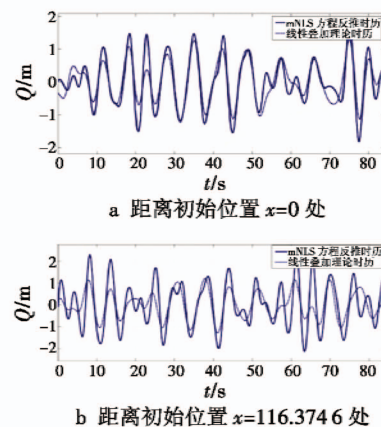


图4 复波包络振幅的时空演化

Fig.4 Spatio-temporal evolution of the amplitude of complex envelop

从图4中可以看出,复波包络振幅随机起伏非常明显,尖峰、波谷交替出现,变化非常不规则,波面左右并不对称,具有明显的非线性特点。

在距离初始位置不同距离上,利用式(7)对图4中的复波包络提取波浪时历,同时根据式(8)可以得到该距离上的理想时历,即不考虑非线性因素的波浪时历,两者的对比如图5所示。



b 距离初始位置 $x=116.3746$ 处

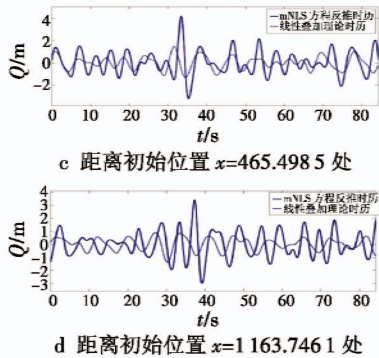


图 5 不同距离处 mNLS 方程反推时历与线性叠加理论时历的对比

Fig.5 Comparison of wave height between mNLS equations and the linear superposition theory at different distances

由图 5 可知,在初始位置,由于窗函数的截断效应,mNLS 方程反推时历与线性叠加理论时历略有不同,只是在时历的首尾部分比较明显;距离初始位置越远,两者的差别越明显,对应的绝对误差和越大,则意味着海浪中的非线性作用越来越明显。

定义评价标准为  $\sigma = \text{sum}(\text{abs}(x^* - x))$ ,即绝对误差和,其中,  $x^*$  为 mNLS 方程的反推时历,  $x$  为线性叠加得到的理想时历; $\sigma$  值越小,则两者越接近。选取图 3 中的单峰谱和双峰谱,构造初始条件,输入 mNLS 方程可以得到复波包络的演化,提取海浪时历与线性叠加理论得到的理想时历进行对比,可得到不同距离上的绝对误差和,其结果对比如图 6 所示。

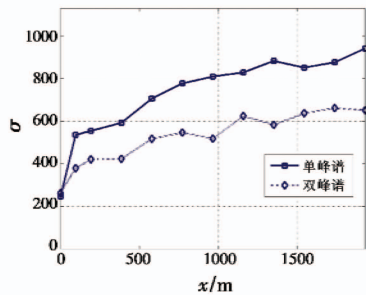


图 6 单峰谱与双峰谱情况下绝对误差和的对比

Fig.6 Comparison of the absolute error summation under single-peak and double-peak radar wave spectrums

由图 6 可知,两者的绝对误差和在初始位置几乎相同,说明其受截尾窗函数截断效应的影响几乎是相同的;然而,随着波浪的演化,在相同的传播距离上,与双峰谱相比,单峰谱情况下的绝对误差值和更大。因为单峰谱能量集中,在其他条件相同的情况下,它所构

造出的海浪非线性更强。

### 4 结束语

本文立足于将雷达测波系统与基于 mNLS 方程建立的非线性海浪模型进行融合的研究思路,主要得到以下结论。

1) 基于  $\epsilon \leq 0.3$  和  $\Delta f/f_0 \leq 0.2$  对采集到的雷达测波数据进行筛选,满足条件的数据所占的比例相对较小,且以单峰谱居多,仅有极少谱峰尖锐的双峰谱能够满足条件,在大风浪情况下,采集到的雷达测波谱满足 mNLS 方程应用条件的概率较大。

2) 对某一初始波列,随着演化距离的增大,其非线性效应会越来越明显,越来越不能忽略。

3) 相对于双峰谱而言,单峰谱的谱峰能量更加集中,在其他条件相同的情况下,它所构造出的海浪非线性更强。

以上只是对雷达测波系统与基于 mNLS 方程进行融合的尝试,数值模拟结果以及相关结论还需要水池试验数据或者海上浮标数据的进一步验证。

### 参考文献

- [1] 蔡烽,沈泓萃,缪泉明,等. 海浪非线性行为的参数化表征[J]. 船舶力学,2008,12(2):157-167.
- [2] 聂卫东,康凤举,褚彦军,等. 基于线性海浪理论的海浪数值模拟[J]. 系统仿真学报,2005,17(5):1037-1039,1044.
- [3] ONORATO M, OSBORNE A R, SERIO M, et al. Freak waves in random oceanic sea states[J]. Physical Review Letters, 2001, 86(25):5831-5834.
- [4] DYSTHE K B. Note on a modification to the nonlinear Schrodinger equation for application to deep water waves [J]. Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Mathematical and Physical Sciences, 1979, 369: 105-114.
- [5] 张运秋. 深水畸形波的数值模拟研究[D]. 大连: 大连理工大学,2008.
- [6] 王作超. 基于雷达测波方向谱的舰船摇荡预报研究[D]. 大连: 海军大连舰艇学院,2014.
- [7] 陈雪英. 双峰谱型海浪的波高和周期分布[J]. 黄渤海海洋,1996,14(2):1-8.
- [8] 俞聿修. 随机波浪及其工程应用[M]. 4 版. 大连: 大连理工大学出版社,2011.