

引用格式:陈宇奇,徐廷学,李启超,等.考虑任务需求可变的多元可修系统可靠性评估[J].电光与控制,2019,26(10):99-105. CHEN Y Q, XU T X, LI Q C, et al. Reliability evaluation of multi-state repairable system considering variable task requirements[J]. Electronics Optics & Control, 2019, 26(10):99-105.

考虑任务需求可变的多元可修系统可靠性评估

陈宇奇¹, 徐廷学¹, 李启超², 赵潇童³, 熊瑶⁴

(1. 海军航空大学, 山东 烟台 264001; 2. 中国人民解放军 91206 部队, 山东 青岛 266100;
3. 陆军装备部沈阳军事代表局驻一一九厂军事代表室, 沈阳 110000; 4. 空军航空大学, 长春 130000)

摘要:针对多元系统的任务需求可变问题,对马尔可夫模型进行一定扩展,结合马尔可夫回报模型的基本定义,推导出多元可修系统的性能-需求模型。在此基础上,通过对回报矩阵和转移强度矩阵进行一定变换,提出一种考虑任务需求可变的多元可修系统可靠性评估方法,并用案例验证了方法的可行性。

关键词:多元系统; 回报; 可靠性评估

中图分类号: O213.2 文献标志码: A doi:10.3969/j.issn.1671-637X.2019.10.020

Reliability Evaluation of Multi-state Repairable System Considering Variable Task Requirements

CHEN Yu-qi¹, XU Ting-xue¹, LI Qi-chao², ZHAO Xiao-tong³, XIONG Yao⁴

(1. Naval Aeronautical University, Yantai 264001, China; 2. No. 91206 Unit of PLA, Qingdao 266100, China;
3. Military Representative Office of Army Equipment Department in No. 119 Factory, Shenyang 110000, China;
4. Aviation University of Air Force, Changchun 130000, China)

Abstract: In order to solve the problem of variable task requirements in Multi-State System (MSS), the Markov model is extended, and a performance-demand model of multi-state repairable system is derived based on the basic definition of Markov reward model. On this basis, a reliability evaluation method is proposed for the multi-state repairable system considering variable task requirements by certain transformation of reward matrix and transition intensity matrix. The feasibility of the method is verified by using a case.

Key words: multi-state system; reward; reliability evaluation

0 引言

传统的可靠性理论通常认为系统及其部件只有“正常工作”和“完全失效”两种状态,但通过对系统失效机理和失效规律的深入研究发现,装备系统及其构成部件在失效过程中往往存在多元的特征,即系统及其部件从“正常工作”到“完全失效”的衰退过程中通常经历一些中间状态,因此,仅从简单的“二态”可靠性理论对复杂系统进行可靠性分析会存在一定误差,需要通过“多元”可靠性理论准确描述系统的多元性,从而更好地进行可靠性分析与评估工作。

当前对于多元系统^[1-2]的分析方法主要包括布尔

模型扩展法^[3]、马尔可夫(Markov)法^[4-5]、蒙特卡罗(Monte Carlo)仿真法^[6]和通用生成函数法^[7]等。周经伦等^[8]将多元事件树中的事故序列用多元布尔表达式进行描述,从而提出基于BDD的多元系统概率安全评估方法;潘刚等^[9]针对多元系统随时间推移,其部件状态之间转移率呈递增趋势和漂移特性的情况,提出了基于Wiener-Markov模型的某雷达功率放大系统可靠性评估方法;杨建军等^[10]针对多阶段任务系统的阶段依赖性和失效模式依赖性问题,基于Monte Carlo仿真方法对系统进行可靠性分析;李春洋等^[11]针对多元系统多元性能参数可靠性分析的需要,提出了基于向量通用生成函数的多元系统可靠性分析方法。以上文献针对多元可修系统的可靠性分析中出现的各种问题,改进不同方法进行了一定研究,但均是基于多元系统的任务需求为定值的条件,未考虑任务需求可变问题对系统可靠性的影响,会对在任务执行过程中复杂装备系统基于可靠性评估分析而进行的维修决策产生一定

收稿日期:2018-11-01 修回日期:2018-12-07

基金项目:国家自然科学基金(51605487)

作者简介:陈宇奇(1992—),男,山东烟台人,博士生,研究方向为武器系统运用与保障工程。

偏差,无法保证任务完成。本文则基于上述考虑,基于马尔可夫回报模型提出一种考虑任务需求可变的动态可修系统可靠性评估方法,并以实例对本文的模型进行验证说明。

1 马尔可夫回报模型定义

利用马尔可夫过程可以确定多态可修系统的相应可靠性参数,而马尔可夫回报模型则是在连续时间马尔可夫链的基础上考虑费用信息用以表示系统的资源消耗情况。

该模型是一个包含 $\{1, \dots, K\}$ 状态集和状态转移率矩阵 $\mathbf{a} = [a_{ij}]$, $i, j = 1, \dots, K$ 的连续时间马尔可夫链,假设该过程在单位时间内处于任一状态都应产生一定费用 r_{ii} ,且每次该过程由状态 i 转移至状态 j 同样需要产生一定费用 r_{ij} ,这些费用被称为回报(当费用描述为损失或惩罚时,其回报也可以是惩罚),而回报不一定只是费用,例如发电系统的能量、通信系统的信息量和生产线的生产率等,因此,包含若干状态和相应状态转移矩阵且与回报相关联的马尔可夫过程被称为马尔可夫回报过程,该过程包含一个回报矩阵 $\mathbf{r} = [r_{ij}]$, $i, j = 1, \dots, K$,如果所有的回报均为 0,则该过程为一般的连续时间离散状态马尔可夫过程。其中, r_{ii} 和 r_{ij} 的计量单位不同,如 r_{ij} 若以单位成本计量,则 r_{ii} 以单位间的单位成本计量。

令累积至时间 t 的期望回报为 $V_i(t)$,若在 $t=0$ 时该过程的初始状态为 i ,则有

$$\frac{dV_i(t)}{dt} = r_{ii} + \sum_{j \neq i}^K a_{ij} r_{ij} + \sum_{j=1}^K a_{ij} V_j(t) \quad i = 1, \dots, K. \quad (1)$$

假设在 $t=0$ 时刻该过程处于状态 i ,经过 Δt ,该过程可以保持在状态 i 或转移至其他状态 j ,若 Δt 内保持在状态 i ,则这段时间的累积期望回报为 $r_{ii} \Delta t$,因为在时间段 $[t, t + \Delta t]$ 的最初时刻该过程仍处于状态 i ,若时间 t 内期望回报为 $V_i(t)$,则在 $[0, t + \Delta t]$ 内期望回报 $V_i(t + \Delta t) = r_{ii} \Delta t + V_i(t)$ 。而该过程在 Δt 时间内保持在状态 i 的概率为

$$\pi_{ii}(0, \Delta t) = 1 - \sum_{j \neq i}^K a_{ij} \Delta t = 1 + a_{ii} \Delta t \quad (2)$$

式中, a_{ij} 为转移率,由转移概率 π_{ij} 取极限得到,即

$$a_{ij}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\pi_{ij}(t, t) - \pi_{ij}(t, t + \Delta t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\pi_{ij}(t, t + \Delta t)}{\Delta t}. \quad (3)$$

若经过 Δt 该过程可能转移至其他状态 j ,其转移概率 $\pi_{ij}(0, \Delta t) = a_{ij} \Delta t$,其期望回报为 r_{ij} 。在时间段 $[t, t +$

$\Delta t]$ 的最初时刻该过程已处于状态 j ,若 t 时间内期望回报为 $V_j(t)$,则在 $[0, t + \Delta t]$ 内期望回报 $V_i(t + \Delta t) = r_{ij} + V_j(t)$ 。

因此,在时间增量 Δt 内,该过程的总期望回报为

$$V_i(t + \Delta t) \approx (1 + a_{ii} \Delta t) [r_{ii} \Delta t + V_i(t)] + \sum_{j \neq i}^K a_{ij} \Delta t [r_{ij} + V_j(t)] \quad i = 1, \dots, K \quad (4)$$

$$\frac{V_i(t + \Delta t) - V_i(t)}{\Delta t} = r_{ii} + \sum_{j \neq i}^K a_{ij} r_{ij} +$$

$$\sum_{j=1}^K a_{ij} V_j(t) \quad i = 1, \dots, K. \quad (5)$$

令 $u_i = r_{ii} + \sum_{j \neq i}^K a_{ij} r_{ij}$, $i = 1, \dots, K$,则可利用向量列 \mathbf{u} 和元素 $V_1(t), \dots, V_K(t)$ 定义总期望回报 $V(t)$,即

$$\frac{dV(t)}{dt} = \mathbf{u} + \mathbf{a}V(t). \quad (6)$$

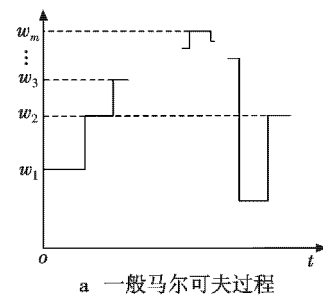
一般来说,初始条件为 $V_i(0) = 0, i = 1, \dots, K$ 。

2 多态可修系统可靠性评估分析

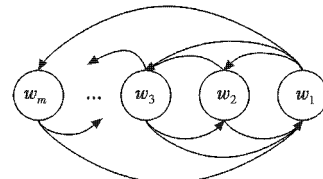
2.1 需求可变的动态系统

多态系统一般都有具体的需求指标,且通常为确定常量,但实际上并非如此。一个多态系统性能下降至不能继续工作或失效的状态,一般包含两种情况:一是由于故障导致性能下降;二是需求指标增大。

假设需求指标可变,则可将需求指标表示为连续时间马尔可夫链,包含一个离散的需求指标集 $\{w_1, w_2, \dots, w_m\}$ 来表示不同的需求等级,用 b_{ij} 表示从需求等级 w_i 转移至 w_j 的转移率,其在特定时间段内的随机过程和相应的状态转移过程如图 1 所示。



a 一般马尔可夫过程



b 相应的状态转移图

图 1 需求指标的一般马尔可夫过程与相应的状态转移图

Fig. 1 General Markov process and the corresponding state-transition diagram of demand index

因此,在任意时刻多态系统的需求 $W(t)$ 与输出性能 $G(t)$ 的关系可以用函数 $\Phi(G(t), W(t))$ 表示,其中,可接受的系统状态对应于 $\Phi(G(t), W(t)) \geq 0$,不可接受的系统状态对应于 $\Phi(G(t), W(t)) < 0$ 。算式为

$$\Phi(G(t), W(t)) = G(t) - W(t) \quad (7)$$

其中,多态系统的输出性能与需求指标是相互独立的离散状态连续时间马尔可夫链。

2.2 性能—需求模型

假设多态系统的输出性能 $G(t)$ 为一个包含 K 个状态的连续时间马尔可夫链 G_{h_1} ,其相应的转移率矩阵为 $a = [a_{ij}], i, j = 1, 2, \dots, K$,如图 2 所示,最大输出性能 g_K 是系统的最好状态,系统所有可能状态根据其性能高低进行排序,即 $g_K > g_{K-1} > \dots > g_1$ 。

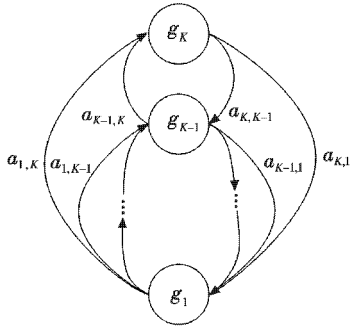


图 2 多态系统输出性能马尔可夫模型

Fig. 2 Markov model of MSS output performance

同理,系统相应需求指标同样可以构建为包含 m 个状态的连续时间马尔可夫链 G_{h_2} ,其相应的转移率矩阵为 $b = [b_{ij}], i, j = 1, 2, \dots, m$,如图 3 所示,最大需求状态为 w_m ,系统所有可能状态根据其需求指标大小进行排序,即 $w_m > w_{m-1} > \dots > w_1$ 。

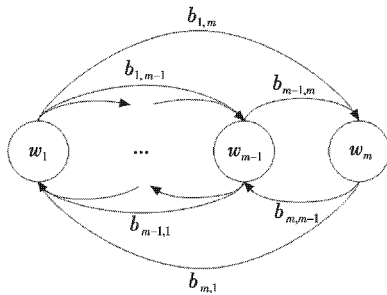


图 3 多态系统需求指标马尔可夫模型

Fig. 3 Markov model of MSS demand index

性能—需求模型可以在这两个模型的基础上进行一定结合而得到,各事件相互独立,因此其相应的转移概率不受其他事件的影响,如图 4 所示,该组合模型包含 mK 个状态,每个状态对应于相应的需求等级 w_i 和输出性能 g_j ,且遵循以下规则,即

$$z = (i - 1)K + j \quad (8)$$

式中: z 是性能—需求模型状态序号, $z = 1, 2, \dots, mK$; i 为需求等级序号, $i = 1, 2, \dots, m$; j 是多态系统输出性能序号, $j = 1, 2, \dots, K$ 。

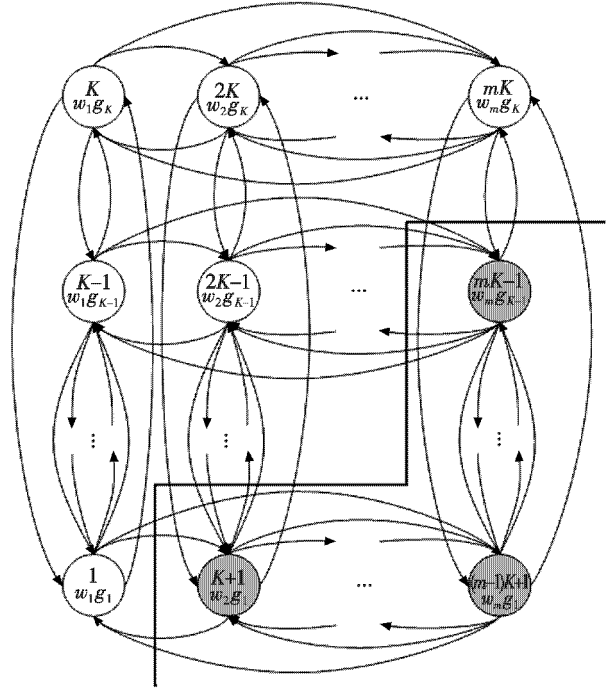


图 4 性能—需求模型

Fig. 4 Performance-demand model

图 4 中,不可接受的状态为灰色。

因此,这里指定 z 为性能—需求模型的状态,对应于需求等级 w_i 和性能 g_j ,即 $z \sim \{w_i, g_j\}$ 。

该模型中各状态间同样存在相应转移,所有横向转移强度由需求指标马尔可夫模型 G_{h_2} 的转移强度 $[b_{ij}], i, j = 1, 2, \dots, m$ 确定,而所有纵向转移强度由输出性能马尔可夫模型 G_{h_1} 的转移强度 $[a_{ij}], i, j = 1, 2, \dots, K$ 确定,需要注意的是,所有对角元素之间的转移是不存在的,即系统在同一时刻有且仅有一次性能状态或需求状态的转移。这里定义一个矩阵 $c = [c_{ij}], i, j = 1, 2, \dots, mK$ 作为性能—需求模型的转移率矩阵。因此,性能—需求模型的算法由 G_{h_1} 和 G_{h_2} 结合产生,具体步骤如下。

1) 所有横向从状态 z_1 (需求为 w_i , 性能为 g_j) 到状态 z_2 (需求为 w_s , 性能为 g_j) 的转移率由需求指标转移率矩阵 b 确定,即

$$c_{z_1, z_2} = b_{i, s} \quad (9)$$

式中, $z_1 \sim \{w_i, g_j\}, z_2 \sim \{w_s, g_j\}, i = 1, \dots, m, s = 1, \dots, m, j = 1, \dots, K$ 。

2) 所有纵向从状态 z_1 (需求为 w_i , 性能为 g_j) 到状态 z_3 (需求为 w_i , 性能为 g_t) 的转移率由输出性能转移率矩阵 a 确定,即

$$c_{z_1, z_3} = a_{j,t} \tag{10}$$

式中, $z_1 \sim \{w_i, g_j\}$, $z_3 \sim \{w_i, g_i\}$, $i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, K, t = 1, \dots, K$ 。

3) 所有对角线的转移是不存在的, 因此相应的转移率在矩阵 c 中为 0。

2.3 多态系统可靠性参数计算

通过组合输出性能马尔可夫模型和需求指标马尔可夫模型, 可以得到性能—需求模型和其相应的转移率矩阵 c 。假设在该模型中, 单位时间内处于状态 i 的回报为 r_{ii} , 由状态 i 转换至状态 j 的回报为 r_{ij} 。令累积至时间 t 的期望回报为 $V_i(t)$, 若在 $t=0$ 时该过程的初始状态为 i , 根据式(1)可得

$$\frac{dV_i(t)}{dt} = r_{ii} + \sum_{j=1}^{mK} c_{ij} r_{ij} + \sum_{j=1}^{mK} c_{ij} V_j(t) \quad i = 1, \dots, mK \tag{11}$$

式中, $V_i(0) = 0, i = 1, \dots, mK$ 。

2.3.1 平均可用度

$\bar{A}(T)$ 指的是在 $[0, T]$ 内多态系统处于可接受状态集合的程度的平均值, 即

$$\bar{A}(T) = \frac{1}{T} \int_0^T A(t) dt \tag{12}$$

$$A(t) = Pr(\Phi(G(t), W(t)) \geq 0) \tag{13}$$

根据上一节所构建的性能—需求模型, 对其回报矩阵 r 进行一定变形, 即可对 $\bar{A}(T)$ 进行求解, 需遵循以下规则:

- 1) 所有可接受状态的回报均为 1;
- 2) 所有不可接受状态及不同状态间的转移所对应的回报均为 0。

经过上述变形, $[0, T]$ 内的平均累积回报 $V_i(T)$ 则可表示为当初始状态为 i 时系统处于可接受状态集的时间, 即

$$\bar{A}_i(T) = \frac{V_i(T)}{T} \tag{14}$$

其中, 一般将具有最好性能水平和最低需求等级的状态 K 作为初始状态。

2.3.2 平均故障次数

$N_{fi}(T)$ 指的是当初始状态为 i 时, 在 $[0, T]$ 内多态系统进入不可接受状态集合的平均次数, 这里同样对性能—需求模型的回报矩阵 r 进行一定变形, 具体规则如下:

- 1) 所有从可接受状态集合转移至不可接受状态集合的回报均为 1;
- 2) 其他所有回报均为 0。

经过上述变形, $[0, T]$ 内的平均累积回报 $V_i(T)$ 则等于 $[0, T]$ 内多态系统进入不可接受状态集合的平均次数, 即

$$N_{fi}(T) = V_i(T) \tag{15}$$

2.3.3 可靠度

为了得到多态系统的可靠性函数, 需要对性能—需求模型进行一定约束, 即多态系统一旦进入不可接受状态将不可返回至可接受状态, 其相应转移不存在, 故对转移率矩阵 c 进行变换。此外, 假设初始状态为 i , 对性能—需求模型的回报矩阵 r 进行一定变形, 具体规则如下:

- 1) 所有转移至不可接受状态的回报均为 1;
- 2) 其他所有回报均为 0。

经过上述变形, $[0, T]$ 内的平均累积回报 $V_i(T)$ 则等于 $[0, T]$ 内多态系统的失效概率, 从而得到多态系统的可靠性函数为

$$R_i(T) = 1 - V_i(T) \quad i = 1, \dots, mK \tag{16}$$

3 案例分析

某发电机组的正常发电功率为 360 kW, 在使用过程中会出现 4 种性能状态: 完全失效状态 ($g_1 = 0$), 性能衰退状态 (含两种, 即 $g_2 = 225$ kW, $g_3 = 345$ kW) 和正常工作状态 ($g_4 = 360$ kW)。其故障率分别为 $\lambda_{41} = 2.63/a$, $\lambda_{42} = 7.01/a$ 和 $\lambda_{43} = 13.14/a$ 。假设仅存在完全维修, 其相应维修率分别为 $\mu_{14} = 2091/a$, $\mu_{24} = 742.8/a$ 和 $\mu_{34} = 446.9/a$ 。对于该发电机组而言, 不同时间段的发电需求也有高有低, 通常包含 4 个需求等级: $w_1 = 0$ kW, $w_2 = 215$ kW, $w_3 = 325$ kW 和 $w_4 = 350$ kW。其相应转移率分别为 $b_{21} = b_{31} = 1110/a$, $b_{12} = 156/a$, $b_{13} = 391/a$, $b_{14} = 204/a$, $b_{41} = 1231/a$, 建立如图 5 所示发电机组性能—需求模型。

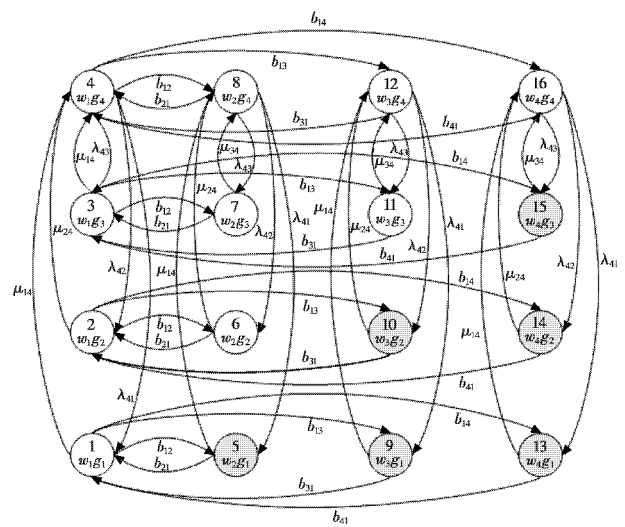


图 5 发电机组性能—需求模型

Fig. 5 Performance-demand model of power generating unit
根据相应规则可以得出该性能—需求模型的转移率矩阵 c 为

$$c = [c_{ij}] = \begin{pmatrix} x_1 & 0 & 0 & \mu_{14} & b_{12} & 0 & 0 & 0 & b_{13} & 0 & 0 & 0 & b_{14} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x_2 & 0 & \mu_{24} & 0 & b_{12} & 0 & 0 & 0 & b_{13} & 0 & 0 & 0 & b_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_3 & \mu_{34} & 0 & 0 & b_{12} & 0 & 0 & 0 & b_{13} & 0 & 0 & 0 & b_{14} & 0 \\ \lambda_{41} & \lambda_{42} & \lambda_{43} & x_4 & 0 & 0 & 0 & b_{12} & 0 & 0 & 0 & b_{13} & 0 & 0 & 0 & b_{14} \\ b_{21} & 0 & 0 & 0 & x_5 & 0 & 0 & \mu_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{21} & 0 & 0 & 0 & x_6 & 0 & \mu_{24} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_{21} & 0 & 0 & 0 & x_7 & \mu_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{21} & \lambda_{41} & \lambda_{42} & \lambda_{43} & x_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_{31} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_9 & 0 & 0 & \mu_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{31} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_{10} & 0 & \mu_{24} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_{31} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_{11} & \mu_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{31} & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_{41} & \lambda_{42} & \lambda_{43} & x_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_{41} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_{13} & 0 & 0 & \mu_{14} \\ 0 & b_{41} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_{14} & 0 & \mu_{24} \\ 0 & 0 & b_{41} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_{15} & \mu_{34} \\ 0 & 0 & 0 & b_{41} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_{41} & \lambda_{42} & \lambda_{43} & x_{16} \end{pmatrix} \circ$$

其中： $x_1 = -\mu_{14} - b_{12} - b_{13} - b_{14}$ ； $x_2 = -\mu_{24} - b_{12} - b_{13} - b_{14}$ ； $x_3 = -\mu_{34} - b_{12} - b_{13} - b_{14}$ ； $x_4 = -\lambda_{41} - \lambda_{42} - \lambda_{43} - b_{12} - b_{13} - b_{14}$ ； $x_5 = -\mu_{14} - b_{21}$ ； $x_6 = -\mu_{24} - b_{21}$ ； $x_7 = -\mu_{34} - b_{21}$ ； $x_8 = -\lambda_{41} - \lambda_{42} - \lambda_{43} - b_{21}$ ； $x_9 = -\mu_{14} - b_{31}$ ； $x_{10} = -\mu_{24} - b_{31}$ ； $x_{11} = -\mu_{34} - b_{31}$ ； $x_{12} = -\lambda_{41} - \lambda_{42} - \lambda_{43} - b_{31}$ ； $x_{13} = -\mu_{14} - b_{41}$ ； $x_{14} = -\mu_{24} - b_{41}$ ； $x_{15} = -\mu_{34} - b_{41}$ ； $x_{16} = -\lambda_{41} - \lambda_{42} - \lambda_{43} - b_{41}$ 。

以最大发电功率 $g_4 = 360$ kW 和最低发电需求 $w_1 = 0$ kW 的发电机组状态 z_4 为初始状态，图中，灰色状态为该多态系统的不可接受状态，因此，根据马尔可夫模型中需计算各类可靠性参数所确定的回报矩阵 r 的变换规则，可以求解该发电机组的各类可靠性参数结果。

3.1 平均可用度

根据相关规则可得回报矩阵为

$$r = [r_{ij}] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \circ$$

根据式(11)可得微分方程组为

$$\begin{cases} \frac{dV_1(t)}{dt} = 1 + (-\mu_{14} - b_{12} - b_{13} - b_{14})V_1(t) + \mu_{14}V_4(t) + b_{12}V_5(t) + b_{13}V_9(t) + b_{14}V_{13}(t) \\ \frac{dV_2(t)}{dt} = 1 + (-\mu_{24} - b_{12} - b_{13} - b_{14})V_2(t) + \mu_{24}V_4(t) + b_{12}V_6(t) + b_{13}V_{10}(t) + b_{14}V_{14}(t) \\ \frac{dV_3(t)}{dt} = 1 + (-\mu_{34} - b_{12} - b_{13} - b_{14})V_3(t) + \mu_{34}V_4(t) + b_{12}V_7(t) + b_{13}V_{11}(t) + b_{14}V_{15}(t) \\ \frac{dV_4(t)}{dt} = 1 + \lambda_{41}V_1(t) + \lambda_{42}V_2(t) + \lambda_{43}V_3(t) + (-\lambda_{41} - \lambda_{42} - \lambda_{43} - b_{12} - b_{13} - b_{14})V_4(t) + b_{12}V_8(t) + b_{13}V_{12}(t) + b_{14}V_{16}(t) \\ \frac{dV_5(t)}{dt} = b_{21}V_1(t) + (-\mu_{14} - b_{21})V_5(t) + \mu_{14}V_8(t) \\ \frac{dV_6(t)}{dt} = 1 + b_{21}V_2(t) + (-\mu_{24} - b_{21})V_6(t) + \mu_{24}V_8(t) \\ \frac{dV_7(t)}{dt} = 1 + b_{21}V_3(t) + (-\mu_{34} - b_{21})V_7(t) + \mu_{34}V_8(t) \\ \frac{dV_8(t)}{dt} = 1 + b_{21}V_4(t) + \lambda_{41}V_5(t) + \lambda_{42}V_6(t) + \lambda_{43}V_7(t) + (-\lambda_{41} - \lambda_{42} - \lambda_{43} - b_{21})V_8(t) \\ \frac{dV_9(t)}{dt} = b_{31}V_1(t) + (-\mu_{14} - b_{31})V_9(t) + \mu_{14}V_{12}(t) \\ \frac{dV_{10}(t)}{dt} = b_{31}V_2(t) + (-\mu_{24} - b_{31})V_{10}(t) + \mu_{24}V_{12}(t) \\ \frac{dV_{11}(t)}{dt} = 1 + b_{31}V_3(t) + (-\mu_{34} - b_{31})V_{11}(t) + \mu_{34}V_{12}(t) \\ \frac{dV_{12}(t)}{dt} = 1 + b_{31}V_4(t) + \lambda_{41}V_5(t) + \lambda_{42}V_{10}(t) + \lambda_{43}V_{11}(t) + (-\lambda_{41} - \lambda_{42} - \lambda_{43} - b_{31})V_{12}(t) \\ \frac{dV_{13}(t)}{dt} = b_{41}V_1(t) + (-\mu_{14} - b_{41})V_{13}(t) + \mu_{14}V_{16}(t) \\ \frac{dV_{14}(t)}{dt} = b_{41}V_2(t) + (-\mu_{24} - b_{41})V_{14}(t) + \mu_{24}V_{16}(t) \\ \frac{dV_{15}(t)}{dt} = b_{41}V_3(t) + (-\mu_{34} - b_{41})V_{15}(t) + \mu_{34}V_{16}(t) \\ \frac{dV_{16}(t)}{dt} = 1 + b_{41}V_4(t) + \lambda_{41}V_{13}(t) + \lambda_{42}V_{14}(t) + \lambda_{43}V_{15}(t) + (-\lambda_{41} - \lambda_{42} - \lambda_{43} - b_{41})V_{16}(t) \end{cases} \circ$$

其中，初始条件为 $V_i(0) = 0, i = 1, \dots, mK$ 。

$$\begin{cases} \tilde{V}_i(s) = L(V_i(t)) = \int_0^{\infty} e^{-st} V_i(t) dt \\ L\left(\frac{dV_i(t)}{dt}\right) = s\tilde{V}_i(s) - V_i(0) \end{cases} \quad i = 1, \dots, mK,$$

利用 Laplace-Stieltjes 变换及逆变换相关知识对上述微分方程组进行求解，再利用式(14)便可求出该发电机组的平均可用度 $\bar{A}_i(T)$ ，借助 Matlab 工具可得出其相应曲线如图 6 所示。

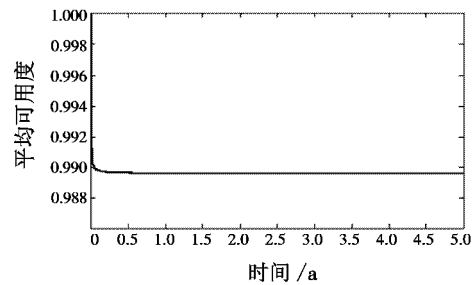


图 6 发电机组平均可用度

Fig. 6 Average availability of power generating unit

3.2 平均故障次数

根据相关规则对转移率矩阵进行一定变换，即

$$r = [r_{ij}] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \circ$$

同样,根据式(11)可得一个微分方程组,其求解过程不再赘述,利用式(15)和 Matlab 工具得出平均故障次数 $N_{f4}(T)$, 其相应曲线如图 7 所示。

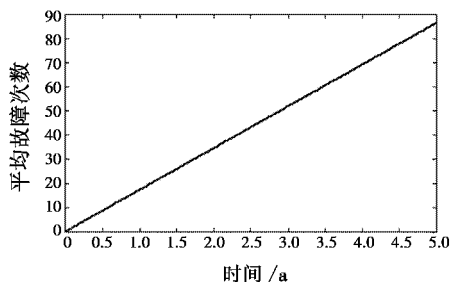


图 7 发电机组平均故障次数

Fig. 7 Mean number of system failure of power generating unit

3.3 可靠度

根据相关规则对转移率矩阵进行一定变换,即

$$c = [c_{ij}] = \begin{pmatrix} x_1 & 0 & 0 & \mu_{14} & b_{12} & 0 & 0 & 0 & b_{13} & 0 & 0 & 0 & b_{14} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x_2 & 0 & \mu_{24} & b_{12} & 0 & 0 & 0 & b_{13} & 0 & 0 & 0 & b_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_3 & \mu_{34} & 0 & 0 & b_{12} & 0 & 0 & 0 & b_{13} & 0 & 0 & 0 & b_{14} & 0 \\ \lambda_{41} & \lambda_{42} & \lambda_{43} & x_4 & 0 & 0 & 0 & b_{12} & 0 & 0 & 0 & b_{13} & 0 & 0 & 0 & b_{14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{21} & 0 & 0 & 0 & x_6 & 0 & \mu_{24} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_{21} & 0 & 0 & 0 & x_7 & \mu_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{21} & \lambda_{41} & \lambda_{42} & \lambda_{43} & x_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_{31} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_{11} & \mu_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{31} & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_{41} & \lambda_{42} & \lambda_{43} & x_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_{41} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_{41} & \lambda_{42} & \lambda_{43} & x_{16} \end{pmatrix} \circ$$

其中: $x_1 = -\mu_{14} - b_{12} - b_{13} - b_{14}; x_2 = -\mu_{24} - b_{12} - b_{13} - b_{14}; x_3 = -\mu_{34} - b_{12} - b_{13} - b_{14}; x_4 = -\lambda_{41} - \lambda_{42} - \lambda_{43} - b_{12} - b_{13} - b_{14}; x_5 = 0; x_6 = -\mu_{24} - b_{21}; x_7 = -\mu_{34} - b_{21}; x_8 = -\lambda_{41} - \lambda_{42} - \lambda_{43} - b_{21}; x_9 = 0; x_{10} = 0; x_{11} = -\mu_{34} - b_{31}; x_{12} = -\lambda_{41} - \lambda_{42} - \lambda_{43} - b_{31}; x_{13} = 0; x_{14} = 0; x_{15} = 0; x_{16} = -\lambda_{41} - \lambda_{42} - \lambda_{43} - b_{41} \circ$

根据相关规则可得回报矩阵为

$$r = [r_{ij}] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \circ$$

同样,根据式(11)可得一个微分方程组,其求解过程不再赘述,利用式(16)和 Matlab 工具得出可靠度 $R_4(T)$, 其相应曲线如图 8 所示。

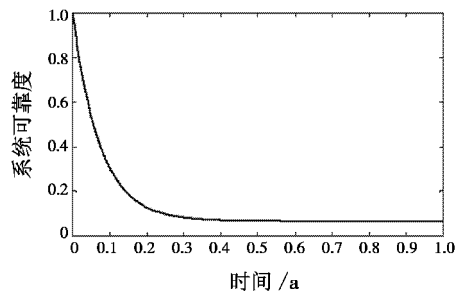


图 8 发电机组可靠度函数

Fig. 8 Reliability function of power generating unit

从图 6 ~ 图 8 可以看出,在任务需求可变的的情况下,多态发电机组的平均可用度和可靠度会随运行时间的增加而减小,平均故障次数随时间增长而增加,采取完全维修的策略会使系统的平均可用度和可靠度在运行前期下降较快,在一定时间后趋于平稳。

4 结束语

本文在完全维修条件下,利用马尔可夫回报模型对多态可修系统的可靠性进行一定评估,并用案例证明了该方法在多态系统可靠性研究中的可行性:

- 1) 该模型充分考虑了系统在运行过程中渐变劣化、突变劣化等失效过程,准确地掌握系统当前所处的

状态,提高系统的可用度,避免不必要的故障停机;

2) 改进的马尔可夫回报模型既可充分描述系统的退化过程,也可对系统在任务需求可变条件下进行可靠性评估,这对于在执行任务的装备系统而言,如何在不同任务要求(不同的维修资源和维修时间约束,即不同需求指标)下确定装备系统的维修时机和待修部件、减少维修时间和成本、提高任务成功概率具有一定优势和研究可行性,也是下一步的研究重点。

参考文献

- [1] 刘宇. 多状态复杂系统可靠性建模及维修决策[D]. 成都:电子科技大学,2011.
- [2] 陈东宁,姚成玉. 基于模糊贝叶斯网络的多态系统可靠性分析及在液压系统中的应用[J]. 机械工程学报, 2012(16):175-183.
- [3] XING L, LEVITIN G. Combinatorial analysis of systems with competing failures subject to failure isolation and propagation effects[J]. Reliability Engineering and System Safety, 2010, 95:1210-1215.
- [4] 尚彦龙,蔡琦,赵新文,等. 基于 UGF 和 Semi-Markov 方法的反应堆泵机组多状态可靠性分析[J]. 核动力工程,2012, 33(1):117-123.
- [5] 潘刚,尚朝轩,梁玉英,等. 基于 NHCTMM 的多态系统不完全预防性维修决策研究[J]. 电光与控制,2017, 24(5):97-102.
- [6] FAN H H, SUN X H. A multi-state reliability evaluation model for P2P networks[J]. Reliability Engineering and System Safety, 2010, 95(4):402-411.
- [7] 史新红,齐先军,王治国. 基于 UGF 的发电系统区间可靠性评估及其仿射算法改进[J]. 合肥工业大学学报:自然科学版,2014, 37(3):286-291.
- [8] 周经伦,周忠宝,彭宝华,等. 概率安全评估方法研究[J]. 系统工程学报,2009, 24(3):380-384.
- [9] 潘刚,尚朝轩,梁玉英,等. 基于 Wiener-MM 和 UGF 的多态系统可靠性评估[J]. 电光与控制,2016, 23(5):84-88.
- [10] 杨建军,刘锋,黎放. 多阶段任务系统可靠性建模与仿真[J]. 火力与指挥控制,2011, 36(2):89-92.
- [11] 李春洋,陈循,易晓山,等. 基于向量通用生成函数的多性能参数多态系统可靠性分析[J]. 兵工学报, 2010, 31(12):1604-1610.
- [12] 李娇,杨艳春,党建武,等. NSST 与引导滤波相结合的多聚焦图像融合算法[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2018, 50(11):145-152.
- [13] 肖斌,唐翰,徐韵秋,等. 基于 Hess 矩阵的多聚焦图像融合方法[J]. 电子与信息学报,2018, 40(2):255-263.
- [14] 陈木生. 结合 NSCT 和压缩感知的红外与可见光图像融合[J]. 中国图象图形学报,2016, 21(1):39-44.
- [15] 杨艳春,李娇,党建武. 基于冗余小波变换与引导滤波的多聚焦图像融合[J]. 计算机科学,2018, 45(2):301-305.

(上接第 53 页)