

引用格式:赵阳,蔡光斌,张胜修.高超声速飞行器 LPV 抗饱和模型参考控制器设计[J].电光与控制,2019,26(1):61-67. ZHAO Y, CAI G B, ZHANG S X. Design of LPV anti-windup model reference control system for hypersonic vehicles[J]. Electronics Optics & Control, 2019, 26(1):61-67.

# 高超声速飞行器 LPV 抗饱和模型参考控制器设计

赵 阳<sup>1</sup>, 蔡光斌<sup>1,2</sup>, 张胜修<sup>1</sup>

(1. 火箭军工程大学, 西安 710025; 2. 西北工业大学航天学院, 西安 710072)

**摘要:** 当高超声速飞行器改变飞行状态时,若采用传统的状态反馈方法进行姿态控制系统设计,为保持系统稳定,需在不同的平衡点反复进行线性化计算,计算过程十分复杂。另外,在飞行器高速飞行的过程中存在输入约束,还需考虑执行器饱和的问题。针对以上问题,采用两步法进行控制系统的设:首先,设计了基于线性变参数(LPV)系统的模型参考控制器,采用奇异值分解与线性矩阵不等式计算得到控制器系统矩阵与反馈增益,在飞行状态发生变化后,实现对指令信号的跟踪响应;然后,考虑到执行器饱和的情况,引入抗饱和补偿器,采用LQR最优控制理论计算补偿器增益,实现对控制输入限幅约束。通过仿真表明,设计的控制器超调量较小,调节时间较短,且有效地减小了控制器设计过程的计算量。

**关键词:** 高超声速飞行器; 姿态控制系统; LPV 系统; 模型参考控制器; 抗饱和补偿器

中图分类号: TP237.2 文献标志码: A doi:10.3969/j.issn.1671-637X.2019.01.014

## Design of LPV Anti-windup Model Reference Control System for Hypersonic Vehicles

ZHAO Yang<sup>1</sup>, CAI Guang-bin<sup>1,2</sup>, ZHANG Sheng-xiu<sup>1</sup>

(1. Rocket Force University of Engineering, Xi'an 710025, China;

2. School of Astronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

**Abstract:** When hypersonic vehicle changes the flight state, the calculation process will be very complicated if the attitude control system is designed by using the traditional state feedback method, since the linearization calculation is repeated at different balance points to maintain the stability of the system. Besides, the actuator saturation should be taken into consideration due to the input constraint in high-speed flight. Aiming at the above problems, a two-step method was developed. Firstly, a model reference controller based on Linear Parameter Varying (LPV) system was designed. The system matrix and feedback gain of the controller were calculated by using singular value decomposition and linear matrix inequation, respectively. So the tracking response of the command signals could be realized after the flight state changes. Then, considering the case of actuator saturation, an anti-windup compensator was introduced, and LQR optimal control theory was used to calculate the compensator gain so as to limit the control input. Simulation result shows that: The designed controller has smaller overshoot and shorter adjustment time, and the calculation amount of the controller design is reduced effectively.

**Key words:** hypersonic vehicle; attitude control system; LPV system; model reference controller; anti-windup compensator

### 0 引言

高超声速飞行器一般是指飞行马赫数大于 5,能利

用自身特殊的气动外形提供升力,在临近空间及以下空域进行高速飞行的飞行器<sup>[1-3]</sup>。这类飞行器具有远程快速到达和大范围再入机动变轨能力,能够实现远程快速投放、大范围区域覆盖、全球快速响应、机动精确打击,被认为是未来战场上极具威慑力的新型高超声速打击武器<sup>[4-5]</sup>。高超声速飞行器超高的飞行速度和所处的特殊飞行环境,使得飞行控制面临着一些新的困难和

收稿日期:2018-02-02 修回日期:2018-10-29  
基金项目:国家自然科学基金(61773387);中国博士后科学基金(2017T100770,2016M590971)  
作者简介:赵 阳(1994—),男,河南郑州人,硕士生,研究方向为非线性鲁棒控制。

挑战<sup>[6]</sup>。文献[7]基于高超声速的大包络飞行条件,提出了基于保护映射的切换控制方法,以保证飞行包络内的全局稳定性。通过切换控制器参数,可以在整个飞行包络上保证闭环性能;文献[8]讨论了高超声速飞行器的线性变参数(LPV)切换姿态跟踪控制问题,通过使用雅可比线性化和TP模型转换方法,将飞行器的非线性姿态动力学模型化为慢回路多元LPV模型,并为每个子区域设计慢回路和快回路LPV控制器;文献[9]基于参数依赖的Lyapunov方程(PDLF),对连续时间LPV系统设计出一种增益调度 $H_2$ 控制器。采用高超声速飞行器的LPV控制和跟踪控制组合来设计增益调度动态输出反馈控制器,保持对速度和高度参考轨迹的稳定跟踪控制;文献[10]通过高阶奇异值分解(HOSVD)方法,对高超声速飞行器的纵向运动设计混合鲁棒的 $H_2/H_\infty$ LPV控制器。但是在以上文献中,为了得到LPV模型,都必须进行复杂的线性化解算,然后进行控制器的设计。当飞行器接收到的飞行指令发生变化时,其会引起飞行器的飞行状态发生变化,每次变化都需重新进行线性化计算,过程十分复杂。而通过本文设计的LPV模型参考控制器,只需敏感到运动状态较平衡状态的变化量,便可进行控制器的解算,大大缩短了计算的过程,提高了控制系统的快速性。随后在控制器中引入抗饱和补偿,也有效解决了高超声速飞行器飞行过程中可能存在的执行器约束的问题。

本文分析了高超声速飞行器的纵向模型,并采用线性化的方法将其转化为LPV系统,选取飞行器改变飞行状态后的平衡点计算参考模型。然后,通过“两步法”进行LPV抗饱和模型参考控制器设计。首先在不考虑执行器约束的情况下,设计LPV模型参考控制器,使得飞行器的实际输出趋近于标准模型的参考输出,实现对指令信号的稳定跟踪控制。高超声速飞行器高动态飞行过程中可能存在执行器饱和的问题,会引起系统的闭环响应退化、滞后、或者产生超调,甚至会造成系统的不稳定,严重影响了控制器的精度与鲁棒性。为解决此问题,基于设计的模型参考控制器,引入抗饱和补偿模块,最后将带有饱和补偿的模型参考控制器与传统的 $l_2$ 抗饱和控制器的控制性能进行仿真对比。结果表明,所设计的控制器能够对指令信号稳定跟踪控制、有效地抑制了执行器饱和的情况,且超调量较小,调节时间较短。对于本文设计的LPV抗饱和模型参考控制器,无需重复进行复杂的线性化解算,大大缩短了控制器设计的计算过程。

## 1 高超声速飞行器模型

### 1.1 高超声速飞行器的纵向平面运动方程

本文的研究对象为高超声速飞行器的纵向飞行动

态系统模型<sup>[11]</sup>,其在地面惯性坐标系下的纵向平面的运动方程为

$$\begin{cases} \dot{V} = \frac{T \cos \alpha - D}{m} - \frac{\mu \sin \gamma}{r^2} \\ \dot{\gamma} = \frac{L + T \sin \alpha}{m V} - \frac{(\mu - V^2 r) \cos \gamma}{V r^2} \\ \dot{\alpha} = q - \dot{\gamma} \\ \dot{h} = V \sin \gamma \\ \dot{q} = \frac{M_{yy}}{I_{yy}} \end{cases} \quad (1)$$

式中: $V$ 为高超声速飞行器的速度; $\gamma$ 为航迹角; $h$ 为飞行的高度; $\alpha$ 为攻角; $q$ 为俯仰角速率; $T, D, L, M_{yy}$ 分别为推力、阻力、升力、俯仰力矩; $\mu, m, r, I_{yy}$ 分别表示飞行器的重力常数、质量、飞行半径、俯仰转动惯量。各力与俯仰力矩可表示为<sup>[12]</sup>

$$\begin{cases} L = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_L \\ D = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D \\ T = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_T \\ r = h + R_E \\ M_{yy} = \frac{1}{2} \rho V^2 S \bar{c} [C_M(\alpha) + C_M(\delta_e) + C_M(q)] \end{cases} \quad (2)$$

式中: $\rho$ 为大气密度; $C_L, C_D, C_T$ 分别表示升力系数、阻力系数与推力系数; $R_E$ 为地球半径; $C_M(\alpha), C_M(\delta_e), C_M(q)$ 分别表示攻角力矩系数、升降舵力矩系数、俯仰力矩系数。式(1)与式(2)中各力与力矩系数及飞行器其他参数详细信息可查看文献[12]。

### 1.2 LPV 模型的选取

对于高超声速飞行器的纵向平面运动方程和相关的力与力矩系数,通过雅可比线性化<sup>[13]</sup>的方法,可得高超声速飞行器的LPV模型。

本文选取一类典型的LPV系统

$$\dot{x}(t) = A(\phi(t))x(t) + Bu(t) \quad (3)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (4)$$

式中: $A(\phi(t)) = A_0 + \sum_{i=1}^N \phi_i(t)A_i$ ;  $A_i, B, C$ 为常值矩阵; $x(t)$ 为状态矢量; $u(t)$ 为输入矢量; $y(t)$ 为输出矢量; $\phi(t) = [\phi_1(t) \ \phi_2(t) \ \cdots \ \phi_N(t)]^T$ 为时变的参数矢量。

**假设1** 参数矢量 $\phi(t)$ 存在一定的变化范围,  
 $\underline{\phi}_i < \phi_i(t) < \bar{\phi}_i$ 。

**假设2** LPV系统为稳定的或通过相关的控制律使得系统已保持稳定。

需要设计出一种基于LPV系统式(3)、式(4)形式

的控制器,使得在飞行器的状态空间矩阵,即运动状态发生变化后,其系统实际输出  $\mathbf{y}(t)$  趋于参考模型的输出  $\bar{\mathbf{y}}(t)$ 。 $\bar{\mathbf{y}}(t)$  由以下 LPV 模型得到

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) = \bar{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\phi}(t))\bar{\mathbf{x}}(t) + \bar{\mathbf{B}}\bar{\mathbf{u}}(t) \quad (5)$$

$$\bar{\mathbf{y}}(t) = \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{x}}(t) \quad (6)$$

式中: $\bar{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\phi}(t)) = \bar{\mathbf{A}}_0 + \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\phi}_i(t)\bar{\mathbf{A}}_i$ ;  $\bar{\mathbf{A}}_i, \bar{\mathbf{B}}, \bar{\mathbf{C}}$  为已知的常值矩阵; $\bar{\mathbf{x}}(t)$  为参考状态矢量; $\bar{\mathbf{u}}(t)$  为参考输入矢量; $\bar{\mathbf{y}}(t)$  为参考模型的输出矢量。

为方便矩阵的表示,定义符号  $\Delta$  代表  $\mathbf{M}$  的转置矩阵,即  $\mathbf{M} + \Delta = \mathbf{M} + \mathbf{M}^T$ 。

## 2 LPV 模型参考控制器设计

本文采用“两步法”<sup>[14]</sup>进行 LPV 抗饱和模型参考控制器设计。

第一步,不考虑执行器饱和的情况,进行模型参考控制器的设计,对指令信号进行稳定跟踪控制。其控制律为<sup>[15]</sup>

$$\mathbf{u} = \mathbf{K}(\boldsymbol{\phi})[\mathbf{x} - \mathbf{G}\bar{\mathbf{x}}] + \mathbf{M}(\boldsymbol{\phi})\bar{\mathbf{x}} + \mathbf{Q}\bar{\mathbf{u}}。 \quad (7)$$

**引理 1** 矩阵  $\mathbf{G}, \mathbf{Q}, \mathbf{M}(\boldsymbol{\phi}), \mathbf{K}(\boldsymbol{\phi})$  满足以下关系<sup>[15]</sup>

$$\bar{\mathbf{C}} = \mathbf{C}\mathbf{G} \quad (8)$$

$$\mathbf{G}\bar{\mathbf{B}} = \mathbf{B}\mathbf{Q} \quad (9)$$

$$\mathbf{G}\bar{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\phi}) = \mathbf{B}\mathbf{M}(\boldsymbol{\phi}) + \mathbf{A}(\boldsymbol{\phi})\mathbf{G} \quad (10)$$

$$\mathbf{K}(\boldsymbol{\phi}) = \mathbf{L}(\boldsymbol{\phi})\mathbf{P}^{-1} \quad (11)$$

式中, $\mathbf{P}$  为正定对称阵。矩阵  $\mathbf{P}$  和  $\mathbf{L}(\boldsymbol{\phi})$  为矩阵不等式

$$\mathbf{H}(\boldsymbol{\phi}) = \mathbf{A}(\boldsymbol{\phi})\mathbf{P} + \mathbf{B}\mathbf{L}(\boldsymbol{\phi}) + \Delta < 0 \quad (12)$$

的解。若以上关系成立,由式(11)可解得  $\mathbf{K}(\boldsymbol{\phi})$  为

$$\mathbf{K}(\boldsymbol{\phi}) = [\mathbf{L}_0 + \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\phi}_i \mathbf{L}_i]\mathbf{P}^{-1}。 \quad (13)$$

为证明控制系统稳定性,对模型参考控制器,定义状态量误差  $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \mathbf{G}\bar{\mathbf{x}}$ ,以及输出误差  $\mathbf{e}_y = \mathbf{y} - \bar{\mathbf{y}}$ 。由式(3)、式(5)、式(7)、式(9)、式(10)可得

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}} &= \mathbf{A}(\boldsymbol{\phi})\mathbf{x} - \mathbf{G}\bar{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\phi})\bar{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\mathbf{u} - \mathbf{G}\bar{\mathbf{B}}\bar{\mathbf{u}} = \\ &= [\mathbf{A}(\boldsymbol{\phi}) + \mathbf{B}\mathbf{K}(\boldsymbol{\phi})]\mathbf{e} \end{aligned} \quad (14)$$

此外,由式(4)、式(6)、式(8)可得  $\mathbf{e}_y = \mathbf{y} - \bar{\mathbf{y}} = \mathbf{C}\mathbf{x} - \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{x}} = \mathbf{C}\mathbf{e}$ 。构造李雅普诺夫函数为

$$\vartheta = \mathbf{e}^T \mathbf{P}^{-1} \mathbf{e} \quad (15)$$

同时求等式左右两边的时间导数得

$$\dot{\vartheta} = \dot{\mathbf{e}}^T \mathbf{P}^{-1} \mathbf{e} + \mathbf{e}^T \mathbf{P}^{-1} \dot{\mathbf{e}} \quad (16)$$

代入式(14),根据李雅普诺夫稳定判据,令  $\dot{\vartheta} < 0$  得

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^T(\boldsymbol{\phi})\mathbf{P}^{-1} + \mathbf{P}^{-1}\mathbf{A}(\boldsymbol{\phi}) + \mathbf{K}^T(\boldsymbol{\phi})\mathbf{B}^T\mathbf{P}^{-1} + \\ \mathbf{P}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{K}(\boldsymbol{\phi}) < 0 \end{aligned} \quad (17)$$

对不等式两边同时前乘、后乘矩阵  $\mathbf{P}$ ,并令  $\mathbf{L}(\boldsymbol{\phi}) = \mathbf{K}(\boldsymbol{\phi})\mathbf{P}$ ,可得  $\mathbf{H}(\boldsymbol{\phi}) < 0$ 。则引理 1 中所设计的模型参考控制律可使得选取的 LPV 系统保持稳定。同时,由李

雅普诺夫定理可得状态误差  $\mathbf{e}$  和输出误差  $\mathbf{e}_y$  漂近稳定于零点,故系统是收敛的。

对系统矩阵  $\mathbf{B}$  进行奇异值分解,即  $\mathbf{B} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{W}^T$ 。其

$$\text{中: } \mathbf{U}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ \vdots & & & & \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{W} = \begin{bmatrix} 16.219 & 0 \\ 0 & 3.6619 \\ \vdots & \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Sigma} \\ \mathbf{0}_{(n-m) \times m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Sigma} \\ \mathbf{0}_{(n-m) \times m} \end{bmatrix}, \mathbf{\Sigma} =$$

$\text{diag}[\sigma_1 \ \sigma_2 \ \cdots \ \sigma_m], \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \cdots \geq \sigma_m > 0$  为输入矩阵  $\mathbf{B}$  的奇异值。

**引理 2** 对于系数矩阵  $\mathbf{G}, \mathbf{Q}, \mathbf{M}(\boldsymbol{\phi})$ , 可由以下算式得到<sup>[16]</sup>。

$$\mathbf{G} = \mathbf{C}^T [\mathbf{C}\mathbf{C}^T]^{-1} \bar{\mathbf{C}} + [\mathbf{I} - \mathbf{C}^T [\mathbf{C}\mathbf{C}^T]^{-1} \mathbf{C}] \mathbf{F} \quad (18)$$

$$\mathbf{Q} = \mathbf{W}\mathbf{\Sigma}^{-1} \mathbf{U}_1 \mathbf{G} \bar{\mathbf{B}} \quad (19)$$

$$\mathbf{M}(\boldsymbol{\phi}) = \mathbf{W}\mathbf{\Sigma}^{-1} \mathbf{U}_1 [\mathbf{G}\bar{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\phi}) - \mathbf{A}(\boldsymbol{\phi})\mathbf{G}] \quad (20)$$

式中: $\mathbf{I}$  表示适当维数的单位矩阵; $\mathbf{F}$  为需要设计的适当维数的矩阵;矩阵  $\mathbf{G}$  需满足

$$\mathbf{U}_2 \mathbf{G} \bar{\mathbf{B}} = 0 \quad (21)$$

$$\mathbf{U}_2 [\mathbf{G}\bar{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\phi}) - \mathbf{A}(\boldsymbol{\phi})\mathbf{G}] = 0。 \quad (22)$$

取一个平衡状态工作点,并在此点对飞行器的动力学非线性模型式(1)进行雅可比线性化<sup>[13]</sup>,得到线性状态空间方程为

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \partial_v f_v & \partial_y f_v & \partial_\alpha f_v & \partial_h f_v & \partial_q f_v \\ \partial_v f_y & \partial_y f_y & \partial_\alpha f_y & \partial_h f_y & \partial_q f_y \\ \partial_v f_\alpha & \partial_y f_\alpha & \partial_\alpha f_\alpha & \partial_h f_\alpha & \partial_q f_\alpha \\ \partial_v f_h & \partial_y f_h & \partial_\alpha f_h & \partial_h f_h & \partial_q f_h \\ \partial_v f_q & \partial_y f_q & \partial_\alpha f_q & \partial_h f_q & \partial_q f_q \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \partial_\eta f_v & \partial_{\delta_e} f_v & \partial_{\delta_s} f_v & \partial_{\delta_a} f_v & \partial_{\delta_h} f_v \\ \partial_\eta f_y & \partial_{\delta_e} f_y & \partial_{\delta_s} f_y & \partial_{\delta_a} f_y & \partial_{\delta_h} f_y \\ \partial_\eta f_\alpha & \partial_{\delta_e} f_\alpha & \partial_{\delta_s} f_\alpha & \partial_{\delta_a} f_\alpha & \partial_{\delta_h} f_\alpha \\ \partial_\eta f_h & \partial_{\delta_e} f_h & \partial_{\delta_s} f_h & \partial_{\delta_a} f_h & \partial_{\delta_h} f_h \\ \partial_\eta f_q & \partial_{\delta_e} f_q & \partial_{\delta_s} f_q & \partial_{\delta_a} f_q & \partial_{\delta_h} f_q \end{bmatrix}^T \quad (24)$$

式中,  $\partial_y = \frac{\partial}{\partial y}$ 。

假设飞行器经飞行状态调整后,达到另一平衡状态:速度  $V_d = 4525.6 \text{ m/s}$ , 攻角  $\alpha_d = 0.978^\circ$ , 航迹角  $\gamma_d = 0^\circ$ , 俯仰角速率  $q_d = 0 (\text{ }^\circ/\text{s})$ , 高度  $h_d = 30 \text{ km}$ 。选取飞行器在这个平衡点处的系统矩阵为模型参考矩阵。可解得式(5)、式(6)的状态控制矩阵为  $\bar{\mathbf{A}}, \bar{\mathbf{B}}, \bar{\mathbf{C}}$ 。

**假设 3** 为方便进行问题的分析与控制器的解算,现以飞行器飞行速度和高度为例,假设高超声速飞行器在改变其飞行状态时,仅有飞行速度与飞行高度发生变化。

假设飞行器进行加速爬升运动,取飞行器在改变运动状态前的速度  $V_1 = (4525.6 - \phi_1)$  m/s,高度  $h_1 =$

$$\begin{bmatrix} -1.42 \times 10^{-13} & \frac{-4.08 \times 10^{14}}{(6401000 - \phi_2)^2} & -16.64 & 0 & 0 \\ 9.73 \times 10^{-7} & 0 & \frac{392.82}{4525.6 - \phi_1} & 5.86 \times 10^{-10} & 0 \\ -9.73 \times 10^{-7} & 0 & -\frac{392.82}{4525.6 - \phi_1} & 5.86 \times 10^{-10} & 1 \\ -1.66 \times 10^{-16} & 4525.6 - \phi_1 & 0 & 0 & 0 \\ 1.22 \times 10^{-6} & 0 & 0.78 & 0 & -0.08 \end{bmatrix}$$

根据高超声速飞行器飞行状态量变化的实际情况,结合假设1,给定变化量  $\phi_i$  一个限定范围  $-500 = \underline{\phi}_1 \leq \phi_1 \leq \bar{\phi}_1 = 500$ ,  $-5000 = \underline{\phi}_2 \leq \phi_2 \leq \bar{\phi}_2 = 5000$ 。

$$\text{令 } F = \begin{bmatrix} f_1 & f_2 & f_3 & f_4 & f_5 \\ f_6 & f_7 & f_8 & f_9 & f_{10} \\ f_{11} & f_{12} & f_{13} & f_{14} & f_{15} \\ f_{16} & f_{17} & f_{18} & f_{19} & f_{20} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} & f_{24} & f_{25} \end{bmatrix}, \text{由式(18)可得}$$

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4525.6}{4525.6 - \phi_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-0.04\phi_1}{4525.6 - \phi_1} & 0 \end{bmatrix}, M(\phi) =$$

$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 。分别用  $\bar{\phi}_1, \underline{\phi}_1$  与  $\bar{\phi}_2, \underline{\phi}_2$  表示  $\phi_1$  和  $\phi_2$  的极大、极小值,并构建极值矩阵  $V_1 \sim V_4$ ,即  $V_1 = [\bar{\phi}_1 \ \underline{\phi}_2]^T = [500 \ 5000]^T$ ,  $V_2 = [\bar{\phi}_1 \ \underline{\phi}_2]^T = [500 \ -5000]^T$ ,  $V_3 = [\underline{\phi}_1 \ \bar{\phi}_2]^T = [-500 \ 5000]^T$ ,  $V_4 = [\underline{\phi}_1 \ \bar{\phi}_2]^T = [-500 \ -5000]^T$ 。

$$K(\phi) = \begin{bmatrix} -0.03 + 0.02\phi_2 & -4.01 - 284.73\phi_1 - 3941.48\phi_2 \\ 0.02 + 1.61\phi_1 + 22.35\phi_2 & -10883.34 + 5.62\phi_1 + 58.96\phi_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.99 - 2.97\phi_1 - 41.13\phi_2 & -0.12\phi_1 - 1.7\phi_2 \\ -140.93 + 0.01\phi_1 - 0.07\phi_2 & -6.84 + 0.01\phi_1 + 0.08\phi_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -3.66 \times 10^{-4} - 0.24\phi_1 - 3.36\phi_2 \\ -7.33 - 0.03\phi_2 \end{bmatrix},$$

由  $G, Q, M(\phi), K(\phi)$  的表达式,计算可得到式(7)控制律。

由  $G, Q, M(\phi), K(\phi)$  的结果可以看出,式(7)控制律的结果仅与不同的飞行状态量和参考模型平衡点附近状态量的差值有关。飞行器接收到飞行指令的变化后,通过控制系统的调节达到参考模型平衡点处的飞行状态,并保持稳定飞行。在进行控制器的设计时,无需再次进行复杂的线性化计算与控制器的设计,大

$(30000 - \phi_2)$  m,将飞行器运动模型在此位置进行线性化解算,可得式(3)和式(4)的状态控制矩阵为  $A =$

$$B = \bar{B}, C = \bar{C}.$$

$$G = C^T [CC^T]^{-1} \bar{C} + [I - C^T [CC^T]^{-1} C] F =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ f_6 & f_7 & f_8 & f_9 & f_{10} \\ f_{11} & f_{12} & f_{13} & f_{14} & f_{15} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} & f_{24} & f_{25} \end{bmatrix} \quad (25)$$

由式(25)可以看出,  $f_2, f_3, f_4, f_5, f_{16}, f_{17}, f_{18}, f_{20}$  为无关项,其取值对矩阵的值无影响。令  $f_1 = f_2 = f_3 = f_4 = f_5 = f_{16} = f_{17} = f_{18} = f_{19} = f_{20} = 0$ , 则由式(18)~式(22)可得

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.62 + \frac{1.14 \times 10^{17}}{(6401000 - \phi_2)^2 (4525.6 - \phi_1)} & \frac{1.03\phi_1}{4525.6 - \phi_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-9.29\phi_1}{(4525.6 - \phi_1)^2} - \frac{964.41}{4525.6 - \phi_1} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

将以上结果代入矩阵不等式(12)可得  $H(V_i) = A(V_i)P + B[\bar{L}_0 + \bar{\phi}_1 L_i + \bar{\phi}_1 L_i] + \Delta < 0$ 。

因 LMI 算法的解算速度较快,可以提高所设计的控制系统的快速性。通过 LMI 控制工具箱<sup>[17]</sup>,解以上不等式方程组,得到结果  $L_0, L_1, L_2$  和  $P$ 。则由式(13)可计算得到反馈增益矩阵  $K(\phi)$ ,即

大大缩短了控制器设计的计算过程,减少计算时间。

### 3 抗饱和补偿器设计

高超声速飞行器在飞行过程中,由于机体的限制,存在着一定的控制输入约束。本文采用“两步法”进行抗饱和控制器设计,现进行第二步:考虑存在执行器饱和的问题,进行抗饱和补偿器的设计。

图 1 为考虑典型执行器输入饱和非线性特性图<sup>[18]</sup>。

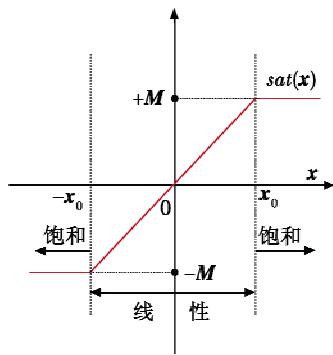


图 1 饱和非线性特性图

Fig. 1 Diagram of saturated nonlinear characteristics

图 1 对应的表达式为

$$sat(x) = \begin{cases} +M & x > x_0 \\ kx & -x_0 \leq x \leq x_0 \\ -M & x < -x_0 \end{cases} \quad (26)$$

式中:  $+M$  与  $-M$  分别表示饱和函数的上、下限;  $kx$  表示未出现饱和非线性情况时函数的线性部分。则由式(26), 式(3)、式(4)可转化为

$$\begin{cases} \dot{x} = A(\phi(t))x + Bsat(u) \\ y = Cx \end{cases} \quad (27)$$

由于高超声速飞行器模型存在一个正实数的特征值, 对应不稳定的状态量  $q$ 。这个不稳定的状态量会导致飞行器控制系统指数型发散<sup>[19]</sup>, 所以通过设计抗饱和补偿器将稳定模态与不稳定模态区分开。

状态空间方程可描述为<sup>[20]</sup>

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_- \\ \dot{x}_+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_- & A_{12} \\ 0 & A_+ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_- \\ x_+ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_- \\ B_+ \end{bmatrix} sat(u) \\ y = C[x_- \ x_+]^T \end{cases} \quad (28)$$

式中:  $x_-$  和  $x_+$  分别表示系统稳定和不稳定模态对应的状态量;  $A_-$  的极点位于虚轴左半平面或在虚轴上;  $A_+$  的极点位于正实部。

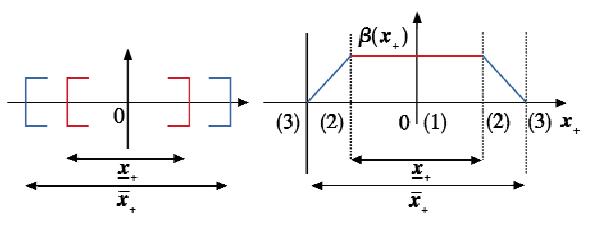
令  $X = [x_- \ x_+]^T$ , 则式(27)可写为

$$\begin{cases} \dot{X} = A_T(\phi(t))X + B_T sat(u) \\ y = C_T X \end{cases} \quad (29)$$

式中,  $A_T, B_T, C_T$  分别表示矩阵  $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}$  经相应变换后的结果,  $A_T = T^{-1}\bar{A}T, B_T = T^{-1}\bar{B}, C_T = \bar{C}T, T$  表示矩阵  $\bar{A}$  的相似变换矩阵。

令函数  $\beta(x_+)$  为关于  $x_+$  的函数, 其取值范围为  $0 \leq \beta(x_+) \leq 1$ 。不稳模态  $x_+$  与  $\beta(x_+)$  函数的位置关系见图 2<sup>[21]</sup>。

当  $x_+ \in \underline{X}_+$  时,  $\beta(x_+) = 1$ ; 当  $x_+$  处于  $\underline{X}_+$  和  $\bar{X}_+$  之间时,  $\beta(x_+)$  的取值递减至 0。此时  $\beta(x_+)$  的取值可为 0~1 范围内的插值函数。

图 2 不稳模态  $x_+$  及  $\beta(x_+)$  函数Fig. 2 Unstable mode  $x_+$  and Function  $\beta(x_+)$ 

在第一个区间,  $x_+ \in \underline{X}_+$ ,  $\beta(x_+) = 1$ , 标称抗饱和补偿器结构为<sup>[22]</sup>

$$\begin{cases} \dot{\xi} = A_T \xi + B_T [sat(u + v_1) - u] \\ v_1 = \alpha(\xi_+, \kappa(\xi)) \\ v_2 = C_T \xi \end{cases} \quad (30)$$

式中:  $\alpha(\xi_+, \kappa(\xi)) = k_{1e}\xi_+ + k(\xi)$ ,  $\xi$  表示抗饱和补偿器中相应状态量的表达式,  $\xi_+$  为不稳定模态对应的状态量,  $\kappa(\xi)$  为  $k(\xi)$  的函数,  $k_{1e}$  使得不稳定模态  $q$  保持渐进稳定,  $k(\xi)$  保证系统  $l_2$  稳定;  $v_1$  用于对称控制器输出进行修正反馈, 使得控制律  $u$  在未发生饱和的区域正常工作;  $v_2$  用来表示无饱和约束与饱和约束条件下系统输出之间的差值大小。在抗饱和补偿器作用下, 最终保证  $\lim_{t \rightarrow \infty} v_2 = 0$ , 使得系统具有抗饱和特性。

函数  $k(\xi)$  形式为  $k(\xi) = -B_T^T P \xi = -k_{2e} \xi$ , 定义代价函数  $J_+ = \frac{1}{2} \int_0^\infty (\xi_+^T Q \xi_+ + u^T R u) dt, J = \frac{1}{2} \int_0^\infty (\xi^T Q \xi + u^T R u) dt$ , 使用 LQR 最优控制理论可求出反馈增益  $k_{1e}$  和  $k_{2e}$ 。

当  $x_+$  处于  $\underline{X}_+$  和  $\bar{X}_+$  之间时,  $x_+$  的取值进入第二个区间, 此时  $\beta(x_+) = 1$ , 且另外存在一个辅助抗饱和补偿器, 结构为<sup>[22]</sup>

$$\begin{cases} \dot{\xi} = A_T \xi + B_T [sat(u + v_1) - u] \\ v_1 = -u - \alpha(x_+, 0) \\ v_2 = C_T \xi \end{cases} \quad (31)$$

在这个区间内, 标称抗饱和控制器与辅助抗饱和控制器同时工作,  $\beta(x_+)$  决定了两种控制器的权重。

当  $x_+$  处于  $\bar{X}_+$  之外时, 进入到第三个区间。在该区间, 主要由辅助抗饱和补偿器进行饱和补偿。

由式(30)可得, 通过增益  $k(\xi)$  可使抗饱和补偿器保持系统  $l_2$  稳定。结合 2,3 节内容可知, 设计的 LPV 抗饱和模型参考控制器可使得高超声速飞行器的 LPV 模型保持稳定, 且系统具有收敛性。

#### 4 仿真分析

对于式(3)、式(4)所示的高超声速飞行器动力学

模型,本文所设计的 LPV 抗饱和模型参考控制器仿真结构如图 3 所示。

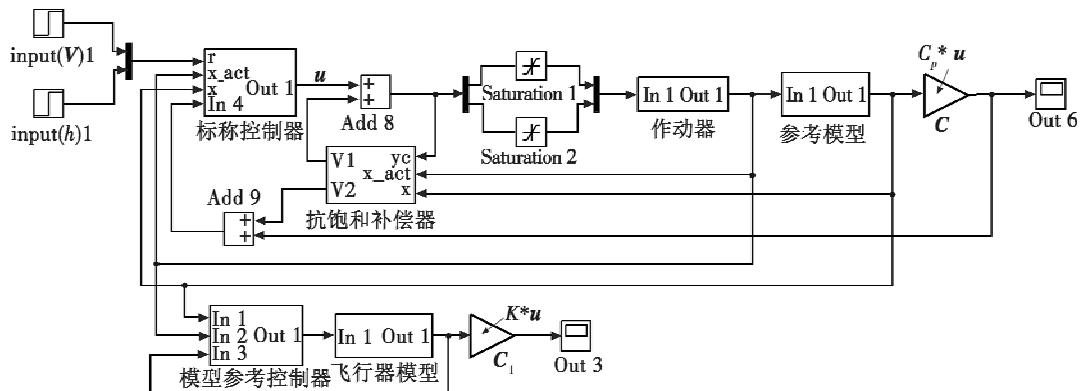


图 3 LPV 抗饱和模型参考控制器仿真结构图

Fig. 3 Simulation structure diagram of the LPV anti-windup model reference controller

假设飞行器在第 20 s 接收到阶跃指令,做加速爬升运动,由平衡状态  $V_0 = 4225.6 \text{ m/s}$ ,  $\alpha_0 = 0.978^\circ$ ,  $\gamma_0 = 0^\circ$ ,  $q_0 = 0 (\text{ }^\circ)/\text{s}$ ,  $h_0 = 27 \text{ km}$ (即  $\phi_1 = 300$ ,  $\phi_2 = 3000$ ),变化为平衡状态  $V_d = 4525.6 \text{ m/s}$ ,  $\alpha_d = 0.978^\circ$ ,  $\gamma_d = 0^\circ$ ,  $q_d = 0 (\text{ }^\circ)/\text{s}$ ,  $h_d = 30 \text{ km}$ 。文献[22]中采用传统的 LQR 与  $l_2$  抗饱和结合的方法,能够有效地对指令信号进行跟踪控制,且有效地对输入约束进行了抗饱和补偿。为了验证本文方法的有效性,现与文献中的方法进行对比试验,其仿真结果如图 4~图 7 所示。

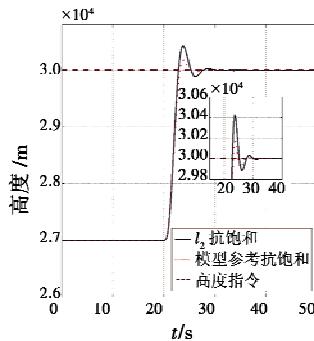


图 4 高度指令跟踪

Fig. 4 Altitude tracking performance

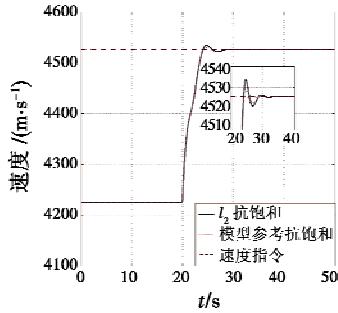


图 5 速度指令跟踪

Fig. 5 Velocity tracking performance

图 4 和图 5 分别表示文献[22]中的控制方法与本文所设计的 LPV 抗饱和模型参考控制方法对于高度

和速度指令变化的跟踪响应曲线。由图可得,两种方法都能够有效地实现指令信号的稳定跟踪控制,相比文献中的方法,本文所提出的方法超调量更小,调节时间更短。图 6~图 7 是存在执行器约束条件下对所设计控制器输入量的仿真曲线,可以看出,当控制器输入超出饱和值时,控制器的输入信号仍能够保持在约束的范围内。这说明本文设计的方法在对指令信号跟踪响应的同时,也能够有效地实现抗饱和补偿,且相比文献[22]中传统的  $l_2$  抗饱和补偿方法,大大地减小了进行控制器设计的计算量。

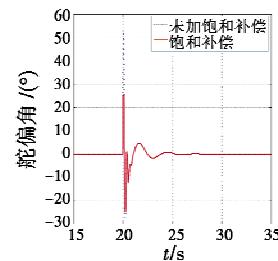


图 6 舵偏角变化情况

Fig. 6 Curves of control surface deflection angle

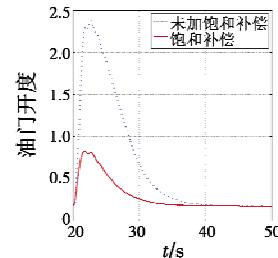


图 7 油门开度变化情况

Fig. 7 Curves of throttle opening

## 5 结束语

本文以某高超声速飞行器为研究对象,设计了一种基于 LPV 系统的抗饱和模型参考控制器。通过选取一个平衡状态建立参考模型,采用“两步法”依次设

计了模型参考控制器和抗饱和补偿器,确保控制系统能够稳定跟踪指令的变化,且能够有效地抑制执行器饱和的发生。在 Simulink 中进行了初步的仿真验证,并与文献[22]中的抗饱和控制器的跟踪响应情况进行比较。结果表明,设计的模型参考控制器对于指令信号变化的跟踪响应效果较好,超调量较小,调节时间较短且能有效抑制执行器饱和的情况,同时控制器的设计方法较为简单,无需进行复杂的计算过程。由于飞行器在运动状态发生变化时,会有多个状态量与参考模型不同,而本文为了便于分析说明问题,仅考虑速度与高度状态发生了变化,在接下来的工作中,要考虑多个状态量同时变化的情况,对控制器进行完善。

### 参 考 文 献

- [1] 雍恩米. 高超声速滑翔式再入飞行器轨迹优化与制导方法研究[D]. 长沙:国防科学技术大学,2008.
- [2] 李广华,张洪波,汤国建. 高超声速滑翔飞行器典型弹道特性分析[J]. 宇航学报,2015,36(4):397-403.
- [3] 王勇,张艳,白辰,等. 吸气式高超声速飞行器制导与控制方法综述[J]. 兵器装备工程学报,2017,38(4):72-76.
- [4] 杨春,徐明钊,王旭刚,等. 高超声速升力前体构型设计与数值分析[J]. 兵器装备工程学报,2017,38(3):27-30.
- [5] 张共济. 滑翔式高超声速飞行器再入制导技术研究[D]. 南京:南京航空航天大学,2016.
- [6] 黄琳,段志生,杨剑影. 近空间高超声速飞行器对控制科学的挑战[J]. 控制理论与应用,2011,28(10):1496-1505.
- [7] XIAO D B, CHEN B Y, LIU Y B, et al. A design method of switching control for hypersonic vehicles based on guardian maps[C]//The 34th Chinese Control Conference (CCC), IEEE, 2015:5658-5662.
- [8] HUANG Y Q, SUN C Y, QIAN C S. Linear parameter varying switching attitude tracking control for a near space hypersonic vehicle via multiple Lyapunov functions[J]. Asian Journal of Control, 2015, 17(2):523-534.
- [9] CAI G B, HE H F, HAN X J, et al. Gain-scheduled  $H_2$  tracking control of flexible air-breathing hypersonic vehicles with an LPV model [C]//The 34th Chinese Control Conference (CCC), IEEE, 2015:901-906.
- [10] JIANG W, WANG H L, LU J H, et al. HOSVD-based LPV modeling and mixed robust  $H_2/H_\infty$  control design for air-breathing hypersonic vehicle[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2016, 27(1):183-191.
- [11] PARKER J T, SERRANI A, YURKOVICH S, et al. Control-oriented modeling of an air-breathing hypersonic vehicle [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2007, 30(3):856-869.
- [12] SIGTHORSSON D O. Control-oriented modeling and output feedback control of hypersonic air-breathing vehicles [D]. Columbus: The Ohio State University, 2008.
- [13] FIDAN B, KUIPERS M, IOANNOU P, et al. Longitudinal motion control of air-breathing hypersonic vehicles based on time-varying models[C]//The 14th AIAA/AHI Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference, 2006:8074.
- [14] KOTHARE M V, CAMPO P J, MORARI M, et al. A unified framework for the study of anti-windup designs[J]. Automatica, 1994, 30(12):1869-1883.
- [15] ABDULLAH A, ZRIBI M. Model reference control of LPV systems[J]. Journal of the Franklin Institute, 2009, 346(9):854-871.
- [16] DUAN G R, LIU W Q. Robust model reference control for multivariable linear systems: a parametric approach [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I:Journal of Systems and Control Engineering, 2001, 215(6):599-610.
- [17] XIE W.  $H_2$  gain scheduled state feedback for LPV system with new LMI formulation[J]. IEEE Proceedings-Control Theory and Applications, 2005, 152(6):693-697.
- [18] WALGAMA K, RÖNNBCK S, STERNBY J. Generalisation of conditioning technique for anti-windup compensators[C]//IEEE Proceedings D-Control Theory and Applications, 1992, 139(2):109-118.
- [19] 蔡光斌. 吸气式高超声速飞行器姿控系统线性变参数控制[D]. 西安:第二炮兵工程大学,2012.
- [20] TEEL A R. Anti-windup for exponentially unstable linear systems[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control: IFAC-Affiliated Journal, 1999, 9(10):701-716.
- [21] BARBU C, REGINATTO R, TEEL A R, et al. Anti-windup for exponentially unstable linear systems with inputs limited in magnitude and rate[C]//Proceedings of the American Control Conference, IEEE, 2000:1230-1234.
- [22] GROVES K, SERRANI A, YURKOVICH S, et al. Anti-windup control for an air-breathing hypersonic vehicle model [C]//AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, 2006. doi:10.2514/6.2006-6557.