

引用格式: 房云飞, 王洪雁, 裴炳南. 基于压缩感知的波束域 DOA 估计[J]. 电光与控制, 2018, 25(8): 88-92. FANG Y F, WANG H Y, PEI B N. Compressive sensing based beamspace DOA estimation[J]. Electronics Optics & Control, 2018, 25(8): 88-92.

基于压缩感知的波束域 DOA 估计

房云飞^{a,b}, 王洪雁^{a,b}, 裴炳南^{a,b}

(大连大学, a. 辽宁省北斗高精度位置服务技术工程实验室;
b. 大连市环境感知与智能控制重点实验室, 辽宁 大连 116622)

摘要: 针对传统波达方向角 (DOA) 估计算法需要大量采样数据从而导致较高计算复杂度的问题, 基于压缩感知理论, 利用目标信号空域稀疏性, 提出一种基于波束域的多测量矢量欠定系统正则化聚焦求解 DOA 估计算法。该算法将压缩信号从阵元域映射至波束域, 一定程度上克服了稀疏重构算法无法用于低信噪比情况下的缺陷。数值仿真表明, 与传统的 Capon, MUSIC 和 l_1 -SVD 算法相比, 所提算法可对相干信号进行有效 DOA 估计, 具有较高角度分辨力和估计精度; 与 RMFOCUSS 和 l_1 -SVD 算法相比, 所提算法具有较低计算复杂度。

关键词: 压缩感知; 波达方向; 阵元域; 波束域; 多测量矢量欠定系统正则化聚焦求解算法

中图分类号: TN911.23 **文献标志码:** A **doi:**10.3969/j.issn.1671-637X.2018.08.018

Compressive Sensing Based Beamspace DOA Estimation

FANG Yun-fei^{a,b}, WANG Hong-yan^{a,b}, PEI Bing-nan^{a,b}

(Dalian University, a. Liaoning Engineering Laboratory of Beidou High-precision Location Service;
b. Dalian Key Laboratory of Environmental Perception and Intelligent Control, Dalian 116622, China)

Abstract: The traditional Direction of Arrival (DOA) estimation algorithms require a large amount of sampling data, which causes high computational complexity. To address this problem, based on the compressive sensing theory, a beamspace based Regularized Multi-vector Focal Undetermined System Solver (RMFOCUSS) DOA estimation algorithm is proposed, which uses the spatial sparsity characteristic of targets of interest. The proposed algorithm maps the received compressed signals from the element-space to the beamspace, which overcomes the flaw that the sparse reconstruction algorithm cannot be used under the conditions of low SNR to some extent. Numerical simulations demonstrate that: 1) Compared with the traditional Capon, MUSIC and l_1 -SVD algorithms, the proposed algorithm can effectively carry out DOA estimation of the coherent signals with higher angle resolution and estimation accuracy; and 2) Compared with the element-space based RMFOCUSS and l_1 -SVD algorithms, the proposed method has a lower computational complexity.

Key words: compressive sensing; DOA; element-space; beamspace; RMFOCUSS

0 引言

波达方向 (Direction of Arrival, DOA) 估计是阵列信号处理中的重要研究内容之一, 在雷达、声纳、移动通信、无线传感器网络等领域得到广泛应用^[1-3]。自 20 世纪 60 年代以来, 研究者们提出了大量有效的 DOA 估计算法, 主要有最小方差谱估计法^[4] (Minimum Variance

Distortionless Response, MVDR) 和以多重信号分类 (Multiple Signal Classification, MUSIC) 为代表的子空间算法^[5]。上述 DOA 估计算法皆基于如下假设: 信源不相关、快拍数量足够多, 且信噪比 (Signal Noise Ratio, SNR) 足够大。若快拍数量少、信噪比较低, 这些算法性能将明显下降, 尤其在信源相关情况下, 由于信号协方差矩阵会出现秩亏现象, 这些算法估计精确度更低。

近年来, 信号处理领域中提出的压缩感知 (Compressive Sensing, CS) 理论^[6-7]吸引了研究人员的极大关注, 已广泛应用于图像处理 and 无线通信等诸多领域。针对阵列 DOA 估计运算量较大的问题, 基于 CS 理论, LIANG 等利用目标空域稀疏特性^[8], 提出一种稀疏恢

收稿日期: 2017-09-01

修回日期: 2018-07-02

基金项目: 国家自然科学基金 (61301258, 61271379); 中国博士后科学基金 (2016M590218)

作者简介: 房云飞 (1991 —), 男, 河南驻马店人, 硕士生, 研究方向为阵列信号处理、毫米波通信。

复 l_1 -SVD 算法^[9]。在已知信源数量条件下,即使信源信号相关,该算法都将得到 DOA 的高精度估计。然而,在没有信源数量先验信息的情况下,该算法性能会明显下降。针对此问题,COTTER 把多快拍和匹配追踪算法(MP)相结合,提高了 DOA 估计性能^[10]。为进一步提高 DOA 估计的分辨率和精确度,GORODNITSKY 和 RAO 提出把欠定系统聚焦求解(Focal Underdetermined System Solver, FOCUSS)算法和 l_p 惩罚函数结合对 DOA 进行估计,其中, $p < 1$ ^[11]。此外,为了避免接收信号协方差矩阵求解产生奇异值的缺陷,文献[12]提出一种通过迭代和阈值转换的 DOA 估计方法。文献[13]则采用奇异值分解欠定系统聚焦求解(Singular Value Decomposition-Regularized Multi-vector Focal Undetermined System Solver, SVD-RMFOCUSS)算法实现 DOA 高分辨率估计,然而由于此算法基于阵元域,导致 SVD-RMFOCUSS 算法计算复杂度比较高。文献[14]基于波束域采用 Dantzig Selector 算法实现 DOA 估计,降低了算法的计算复杂度。然而,Dantzig Selector 算法的 DOA 估计谱峰较宽,不利于角度高分辨。

针对上述问题,本文提出一种基于波束域的多测量矢量欠定系统正则化聚焦求解(BS-RMFOCUSS)算法。该算法利用目标信号空域稀疏特性,基于压缩感知理论,采用随机阵列对空域稀疏信号进行压缩采样,然后将接收压缩信号从阵元域映射到波束域,得到波束空间的接收信号数据矩阵^[15-16],随后采用性能较好的 RMFOCUSS 算法^[17]进行 DOA 估计。与多测量矢量欠定系统聚焦求解算法(Multi-vector Focal Undetermined System Solver, MFOCUSS)、多测量矢量欠定系统正则化聚焦求解算法(Regularized Multi-vector Focal Undetermined System Solver, RMFOCUSS)相比,BS-RMFOCUSS 算法在低信噪比条件下也可获得较高角度分辨率,且具有较低计算复杂度;与传统 CAPON, MUSIC 和 l_1 -SVD 算法相比,所提算法能够对相关信号进行有效估计,且具有更高的角度分辨力及更优的角度估计性能。

1 稀疏波达方向角估计模型

假设 K 个远场窄带信号 $\{s_k(t)\}_{k=1}^K$ 入射到一个具有 M 个全方向阵列、阵元间距为 d 的理想均匀线性阵列(ULA)上,其中平面波波长为 λ ,每个阵元接收的复合信号表示为

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{k=1}^K \mathbf{a}(\theta_k) s_k(t) + \mathbf{w}(t) \quad (1)$$

式中: $\mathbf{a}(\theta_k) = [1, \exp(-j\alpha), \dots, \exp(-j(M-1)\alpha)]^T$ 表示来波方向 θ_k 的 $M \times 1$ 维阵列导向矢量, $\alpha = 2\pi d \cdot \sin(\theta_k)/\lambda$ 表示均匀线性阵列平面内各阵元之间的第

k 条信号到达此阵元时的相移; $\mathbf{w}(t)$ 表示叠加在阵列接收回波中的 $M \times 1$ 维矢量噪声信号。

为了便于推导,式(1)可重新表示为

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}s(t) + \mathbf{w}(t) \quad (2)$$

式中: $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_K)]$ 是阵列流型矩阵; $s(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)]^T$ 是 $K \times 1$ 维信号矢量。

基于压缩感知的 DOA 估计模型中,角度支撑空间一致性划分为角度字典 $[\tilde{\theta}_1, \dots, \tilde{\theta}_{N_s}]$ 的形式,其中,角度字典 $[\tilde{\theta}_1, \dots, \tilde{\theta}_{N_s}]$ 代表所有来波信号可能方向, N_s 决定信号波达方向角估计分辨率,一般情况下 $N_s \gg M$ ^[14]。

由上述分析可得过完备阵列流型矩阵,即过完备稀疏基,则每个可能来波信号对应的导向矢量可表示为

$$\Psi = [\mathbf{a}(\tilde{\theta}_1), \mathbf{a}(\tilde{\theta}_2), \dots, \mathbf{a}(\tilde{\theta}_{N_s})] \quad (3)$$

定义 $N_s \times 1$ 信号稀疏矢量

$$\mathbf{z}(t) = [z_{\tilde{\theta}_1}(t), z_{\tilde{\theta}_2}(t), \dots, z_{\tilde{\theta}_{N_s}}(t)]^T \quad (4)$$

式中,非零系数 $z_{\tilde{\theta}_k}(t) = s_k(t)$, $k = 1, 2, \dots, K$, 对应于原信号角度信息,零系数对应于剩下 $N_s - K$ 个原信号角度信息。

基于式(3)和式(4),式(2)可重新表示为

$$\mathbf{x}(t) = \Psi \mathbf{z}(t) + \mathbf{w}(t) \quad (5)$$

由此,将接收信号 $\mathbf{x}(t)$ 投影至投影测量矩阵 Φ , 可得

$$\mathbf{y}(t) = \Phi \mathbf{x}(t) = \Phi \Psi \mathbf{z}(t) + \Phi \mathbf{w}(t) \quad (6)$$

对于多次快拍(数量为 N),上式可表示为

$$\mathbf{Y}(t) = \Phi \mathbf{X}(t) = \Phi \Psi \mathbf{Z}(t) + \Phi \mathbf{W}(t) = \Theta \mathbf{Z}(t) + \Phi \mathbf{W}(t) \quad (7)$$

由式(7)可知,上述算法基于阵元域建立接收信号模型,在采用稀疏重构算法实现 DOA 估计的同时,也会导致算法计算量大、估计稳定性差等问题,实施性比较差。

2 波束域 RMFOCUSS 重构算法

为进一步提高 DOA 估计的精确度和稳健性,降低 DOA 估计算法的运算复杂度,本文提出一种波束域欠定系统聚焦求解(BS-RMFOCUSS)算法,通过波束转换矩阵 T 将阵列接收到的信号从阵元域映射到波束域,即

$$\mathbf{y}_B(t) = T^H \Phi \mathbf{x}(t) = \Phi_B \Psi \mathbf{z}(t) + \Phi_B \mathbf{w}(t) \quad (8)$$

式中: T 为 $M \times N_B$ 的波束形成矩阵,满足 $T^H T = \mathbf{I}_{N_B}$, N_B 为波束数量; $\Phi_B = T^H \Phi$ 。由文献[18]可知, T 可表示为

$$T = \frac{1}{\sqrt{M}} \left[\mathbf{a}\left(m \frac{2}{M}\right), \dots, \mathbf{a}\left((m + N_B - 1) \frac{2}{M}\right) \right] \quad (9)$$

式中, m 为波束形成矩阵的始端点。

对于多次快拍,式(8)可重写为

$$\mathbf{Y}_B(t) = T^H \Phi \mathbf{X}(t) = \Phi_B \Psi \mathbf{Z}(t) + \Phi_B \mathbf{W}(t) = \Theta \mathbf{Z}(t) + \Phi_B \mathbf{W}(t) \quad (10)$$

式中, $\Theta = \Phi_B \Psi$ 表示波束域下的感知矩阵。

由式(10)可知, 矩阵 $Z(t)$ 行支撑集可表示为

$$\text{supp}(Z) = \{i | \exists j \text{ s. t. } Z(i, j) \neq 0, i \in [1, \dots, M]\} \quad (11)$$

式中: $\text{supp}(\cdot)$ 表示一个确定矩阵的支撑集; $Z(i, j)$ 表示矩阵 Z 的第 (i, j) 个元素。

由式(4)可知, $Z(t)$ 具有矩阵稀疏特性, 故 $Z(t)$ 行的稀疏性可用其矩阵中非零行个数表示, 即

$$\|Z\|_0 = |\text{supp}(Z)| \quad (12)$$

式中: $\|\cdot\|_0$ 表示一个已知矩阵非零行个数; $|\cdot|$ 表示一个确知集合的势。

基于式(12), 式(10)优化问题可建模为

$$\min \|Z\|_0 \quad (13)$$

$$\text{s. t. } \|Y_B - \Theta Z\|_F \leq \varepsilon$$

式中: $\|\cdot\|_F$ 表示 Frobenius 范数; ε 表示误差常数, 通常取 $\varepsilon = 0.01$ 。

考虑式(13)优化问题求解是一个 NP-Hard 问题, 可将上述优化问题目标函数等价松弛^[17]为

$$\|Z\|_0 \sim \|Z\|_{p,q} \quad (14)$$

式中, $\|Z\|_{p,q} = \sum_{i=1}^n (\|z[i]\|_q)^p$ 表示矩阵 Z 中非零行个数, $z[i] = [z^{(1)}[i], z^{(2)}[i], \dots, z^{(L)}[i]]$ 为 Z 的第 i 行, $\|z[i]\|_q = (\sum_{l=1}^L |z^{(l)}[i]|^q)^{1/q}$, p, q 为折衷稀疏性与优化问题凸性权值参数, 且 $0 \leq p \leq 1, q \geq 1$ 。考虑算法收敛速度和解的稀疏性, 可取 $p = 0.8, q = 2$ 。

基于式(13)及式(14), 上述优化问题可进一步表示为

$$\min \|Z\|_{p,q} \quad (15)$$

$$\text{s. t. } \|Y_B - \Theta Z\|_F \leq \varepsilon$$

式(15)优化问题可采用拉格朗日乘子法进行求解^[11], 即

$$\min \|Y_B - \Theta_B Z\|_F^2 + \gamma \|Z\|_{p,q} \quad (16)$$

式中, γ 为平衡估计误差与稀疏性的参数, 可根据修正 l 曲线法^[19]预先选取最优 γ 值, 其在一定信噪比范围内变化较小。

式(16)可通过 DOA 近似重构算法实现求解, 本文通过 RMFOCUSS 算法对优化模型即式(16)中的稀疏信号 Z 进行估计, 具体实现步骤描述如下:

- 1) 构造权值 $W_{k+1} = \text{diag}\{((\sum_{l=1}^L (z_k^{(l)}[i])^2)^{1/2})^{1-p/2}\}$;
 - 2) 迭代中间量 $Q_{k+1} = W_{k+1}^H \Theta^H (\Theta W_{k+1} W_{k+1}^H \Theta^H + \lambda I)^{-1} Y_B$, 其中 $\lambda \geq 0$;
 - 3) 信号矢量 $Z_{k+1} = W_{k+1} Q_{k+1}$;
 - 4) 若 $\|Z_{k+1} - Z_k\|_F / \|Z_k\|_F < \varepsilon$, 算法迭代终止。
- 由上可得信号 Z 的近似稀疏逼近, 进一步可得空

域信号谱估计公式, 即

$$P(\theta_i) = \|Z(i, \cdot)\|_F \quad (17)$$

3 实验仿真及分析

基于非相干、相干信号及远近目标模型, 本节通过与传统的 CAPON 算法、MUSIC 算法、 l_1 -SVD 算法进行对比, 验证 BS-RMFOCUSS 算法的有效性。仿真条件如下: 均匀线性阵列阵元个数 $M = 12$, 信号快拍数为 $N = 50$; 从 -180° 到 180° , 以 1° 为间隔将目标角度空间划分为 361° , 即网格划分数量为 361 个; 考虑到目标角度范围, 波束数 $N_B = 8$ 。目标信号采用零均值、方差为 1 的复高斯随机信号, 目标信号与加性复高斯噪声互不相关。采用均方根误差作为算法性能指标, 其中均方根误差定义为

$$E_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{1}{KJ} \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^J (\tilde{\theta}_{kj} - \theta_k)^2} \quad (18)$$

式中, J 为蒙特卡罗试验次数。

实验 1 考虑两个入射角度分别为 10° 和 15° 的非相干信号, 信噪比为 10 dB, 进行 20 次独立蒙特卡罗实验。图 1 为分别采用 CAPON 算法、MUSIC 算法、 l_1 -SVD 算法和 BS-RMFOCUSS 算法的空域谱估计输出对比。从图 1 可以看出, 当两个非相干信号角度间隔为 5° 时, 各算法均能正确分辨出两个目标角度, 且具有相近的估计性能, 需要注意的是, 所提算法比 CAPON 算法、MUSIC 算法、 l_1 -SVD 算法空域谱估计输出具有更窄的主峰和更低的旁瓣, 因而具有更好的角度分辨力及估计精度。

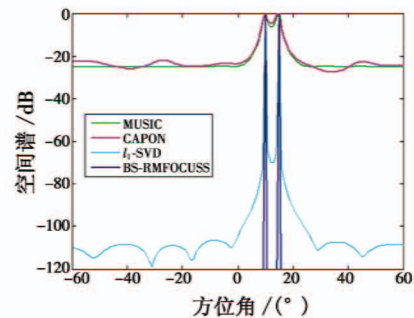


图 1 10 dB 时的非相干信号的空域谱估计

Fig. 1 Spatial spectra estimation of noncoherent signals (10 dB)

实验 2 考虑两个入射角度分别为 10° 和 12° 的邻近非相干信号, 信噪比为 10 dB, 进行 20 次独立蒙特卡罗实验。图 2 为分别采用 CAPON 算法、MUSIC 算法、 l_1 -SVD 算法和 BS-RMFOCUSS 算法的空域谱估计输出对比。从图 2 可知, 当两个邻近非相干信号角度间隔为 2° 时, 所提算法和 l_1 -SVD 算法能够对邻近目标实现有效估计, 而 CAPON 算法和 MUSIC 算法无法分辨两个邻近信号。此外, 从图 2 还可看出, 与 l_1 -SVD 算法相比, 所提算法具有更窄的主瓣和更低的旁瓣。图 2 表明, 在波束域下, 所提算法同样具有更高的分辨能力。

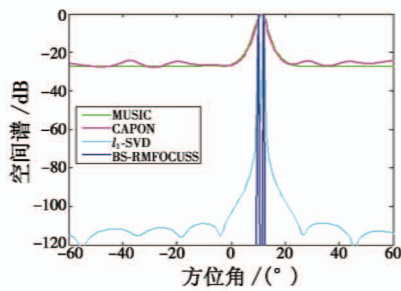


图 2 邻近非相干信号的空域谱估计

Fig.2 Spatial spectrum estimation of adjacent noncoherent signals

实验 3 考虑两个入射角度分别为 10° 和 15° 的非相干信号,信噪比为 -10 dB,进行 20 次独立蒙特卡罗实验。图 3 为分别采用 CAPON 算法、MUSIC 算法、 l_1 -SVD 算法和 BS-RMFOCUSS 算法的空域谱估计输出对比。从图 3 可以看出,在低信噪比条件下,仅有 BS-RMFOCUSS 算法能够成功分辨两个信号,而 CAPON 算法、MUSIC 算法和 l_1 -SVD 算法只呈现出一个误估的谱峰,无法分辨两个信号。图 3 表明所提算法在低信噪比的情况下同样具有较好的分辨能力。

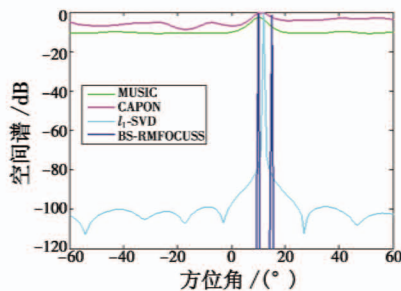


图 3 -10 dB 时的非相干信号的空域谱估计

Fig.3 Spatial spectrum estimation of noncoherent signals (-10 dB)

实验 4 考虑两个入射角度分别为 10° 和 15° 的非相干信号,信噪比为 10 dB,进行 100 次独立蒙特卡罗实验。图 4 为分别采用 CAPON 算法、MUSIC 算法、 l_1 -SVD 算法和 BS-RMFOCUSS 算法的 DOA 估计均方根误差随信噪比变化关系曲线。从图 4 可以看出,所提算法在低信噪比条件下的均方根误差曲线明显低于 CAPON 算法、MUSIC 算法和 l_1 -SVD 算法,且随着信噪比的增大,各算法的均方根误差曲线均趋向于平稳状态。图 4 表明,低信噪比条件下,所提算法具有较高的角度估计精度。

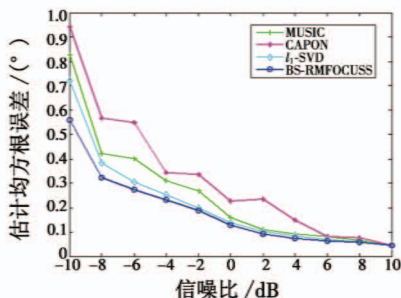


图 4 非相干信号 DOA 估计均方根误差随信噪比的变化曲线
Fig.4 RMSE of noncoherent signals DOA estimation versus SNR

实验 5 考虑两个入射角度分别为 10° 和 20° 的相干信号,信噪比为 10 dB,进行 20 次独立蒙特卡罗实验。图 5 为分别采用 CAPON 算法、MUSIC 算法、 l_1 -SVD 算法和 BS-RMFOCUSS 算法的空域谱估计输出对比。从图 5 可以看出,CAPON 算法和 MUSIC 算法在相干信号情况下,不能对两个相干信号进行精确有效的估计,且两种算法的旁瓣相对较高,而所提算法和 l_1 -SVD 算法可正确辨识两个相干信号。此外,需要说明的是,相干信号条件下,所提算法比 l_1 -SVD 算法具有更窄的主峰和更低的旁瓣。图 5 表明所提算法在信号相干的情况下同样具有较高的角度估计精度和较好的角度分辨能力。

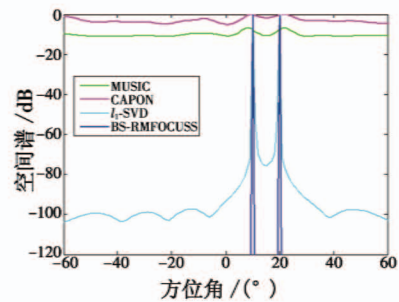


图 5 相干信号的空域谱估计

Fig.5 Spatial spectral estimation of coherent signals

实验 6 为进一步验证所提算法在算法复杂度上的优势,本文与基于阵元域的 RMFOCUSS 算法和 l_1 -SVD 算法进行对比,如图 6 所示。考虑到实际情况, l_1 -SVD 算法复杂度近似为 $O(2MS^2 + MLS^2 + KS^2)$,基于阵元域 RMFOCUSS 算法复杂度近似为 $O(2MS^2 + MLS^2 + M^3(M-1)(M-2))$,BS-RMFOCUSS 算法复杂度近似为 $O(2MS^2 + MLS^2 + 2NML + N^3(N-1)(N-2))$,其中, M 为阵元数, K 为信源数, S 为稀疏字典个数, L 为快拍数, N 为波束数。实验仿真取 $S=361, L=200, N=8, K=2$ 。

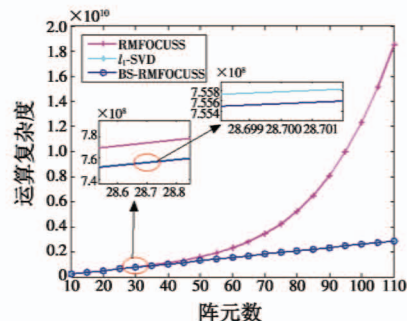


图 6 BS-RMFOCUSS 算法、RMFOCUSS 算法和 l_1 -SVD 算法复杂度对比

Fig.6 Complexity of BS-RMFOCUSS, RMFOCUSS and l_1 -SVD algorithms

从图 6 可以看出,当阵元数量较小时,3 种算法的运算复杂度近似相同,且所提算法运算复杂度略低于

RMFOCUSS 算法和 l_1 -SVD 算法。然而,随着阵元数量的不断增大,阵元域 RMFOCUSS 算法的运算复杂度呈指数上升趋势,而本文所提算法和 l_1 -SVD 算法在复杂度增长率上远低于阵元域 RMFOCUSS 算法,且所提算法在运算复杂度上略优于 l_1 -SVD 算法。由此可知,与基于阵元域的 RMFOCUSS 算法和 l_1 -SVD 算法相比,所提算法具有较低计算复杂度。

4 结束语

本文针对传统 DOA 估计算法计算复杂度高、分辨率低等问题,提出一种基于波束域的多测量矢量欠定系统正则化聚焦求解(BS-RMFOCUSS)算法。该算法首先基于压缩感知理论对空域稀疏信号进行压缩采样,并将目标压缩信号从阵元域映射到波束域,避免了传统 DOA 估计算法较高计算复杂度的问题。仿真结果表明,与传统的 CAPON 算法、MUSIC 算法及 l_1 -SVD 算法相比,所提算法在低信噪比及相干信号条件下,具有较好的 DOA 估计精度和角度分辨力;与 RMFOCUSS 算法和 l_1 -SVD 算法相比,所提算法具有较低计算复杂度和较好的算法运算性能。

参 考 文 献

- [1] ZHENG G M. DOA estimation in MIMO radar with non-perfectly orthogonal waveforms[J]. IEEE Communications Letters, 2017, 21(2):414-417.
- [2] LIU A, YANG Q, DENG W B. DOA estimation with compressing sensing based array interpolation technique in multi-carrier frequency MIMO HFSWR[C]//IEEE Radar Conference (RadarConf), 2017:581-585.
- [3] 张爱丽,刘团宁,李思嘉,等. 基于 2D-Unitary ESPRIT 算法的 DOA 估计新方法[J]. 电光与控制, 2015, 22(11):67-71.
- [4] CAPON J. High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis[J]. Proceedings of the IEEE, 1969, 57(8):1408-1418.
- [5] SCHMIDT R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. IEEE Transactions on Antennas & Propagation, 1986, 34(3):276-280.
- [6] CHOI J W, SHIM B, DING Y C, et al. Compressed sensing for wireless communications; a few tips and tricks[J]. IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2017, 19(3):1527-1550.
- [7] ZENG L H, LIU J, HAN C Z. A compressed sensing based sensor selection algorithm for DOA estimation[C]//The 20th International Conference on Information Fusion, IEEE, 2017:1-6.
- [8] 韩树楠,李东生,张浩. 累积量稀疏表示的扩展阵列的 DOA 估计方法[J]. 电光与控制, 2015, 22(10):30-34.
- [9] LIANG G L, HAN B. New method of DOA estimation in the presence of interference[C]//IEEE 11th International Conference on Electronic Measurement & Instruments, Harbin, 2014:650-654.
- [10] COTTER S F. Multiple snapshot matching pursuit for direction of arrival (DOA) estimation[C]//The 15th European Signal Processing Conference, IEEE, 2007:247-251.
- [11] GORODNITSKY I F, RAO B D. Sparse signal reconstruction from limited data using FOCUSS: a re-weighted minimum norm algorithm[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1997, 45(3):600-616.
- [12] SUN L, WANG H L. Direction-of-arrival estimation based on modified Bayesian compressive sensing method[C]//International Conference on Wireless Communications and Signal Processing, Hefei, IEEE, 2011:1-4.
- [13] 贺亚鹏,李洪涛,王克让,等. 基于压缩感知的高分辨 DOA 估计[J]. 宇航学报, 2011, 32(6):1344-1349.
- [14] CHEN Y F, HUANG J G, HAN J. A novel beamspace algorithm for direction of arrival based on compressive sensing[C]//IEEE 11th International Conference on Signal Processing, Beijing, 2012:394-397.
- [15] 冀雯宇. 波束域多目标 DOA 估计方法研究[D]. 南京:南京航空航天大学, 2012.
- [16] 李洪升,张瑞丰,杜宇,等. 冲击噪声环境中波束域 DOA 估计方法研究[J]. 现代防御技术, 2017, 45(3):93-97.
- [17] COTTER S F, RAO B D, ENGAN K, et al. Sparse solutions to linear inverse problems with multiple measurement vectors[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(7):2477-2488.
- [18] DONOHO D L, HUO X. Uncertainty principles and ideal atomic decomposition[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2001, 47(7):2845-2862.
- [19] RAO B D, ENGAN K, COTTER S F, et al. Subset selection in noise based on diversity measure minimization[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2003, 51(3):760-770.