

引用格式:刘畅,芦利斌,苗育红,等.基于滑模扩张干扰观测器的固定翼无人机动态逆控制[J].电光与控制,2018,25(8):32-38,64. LIU C, LU L B, MIAO Y H, et al. Dynamic inversion control for fixed-wing UAVs based on sliding mode extended disturbance observer[J]. Electronics Optics & Control, 2018, 25(8):32-38, 64.

## 基于滑模扩张干扰观测器的固定翼无人机动态逆控制

刘畅<sup>1,3</sup>, 芦利斌<sup>1</sup>, 苗育红<sup>2</sup>, 谭力宁<sup>1</sup>

(1. 火箭军工程大学,西安 710025; 2. 中国人民解放军61683部队,北京 100080;

3. 中国人民解放军96796部队,吉林 白山 135200)

**摘要:**为解决存在模型不确定性与外部干扰时的固定翼无人机控制问题,设计了一种非线性滑模扩张干扰观测器与快速响应动态逆相结合的控制律。在扩张干扰观测器设计的基础上,引入滑模原理设计了一种非线性滑模扩张干扰观测器,对干扰及其变化率进行实时估计;将无人机姿态运动方程分为姿态角慢回路与姿态角速率快回路,依此分别设计动态逆控制律,并基于干扰估计量对未知扰动进行补偿,同时在快回路控制器中加入由快速跟踪微分器(TD)估计的指令值微分量,以提高控制器的响应速度,最后证明了复合控制器的稳定性。仿真实验表明,设计的复合控制器能够对无人机姿态运动进行高效控制。

**关键词:** 动态逆控制; 无人机; 非线性干扰观测器; 滑模; 快速跟踪微分器

中图分类号: V279; TP273 文献标志码: A doi:10.3969/j.issn.1671-637X.2018.08.007

## Dynamic Inversion Control for Fixed-Wing UAVs Based on Sliding Mode Extended Disturbance Observer

LIU Chang<sup>1,3</sup>, LU Li-bin<sup>1</sup>, MIAO Yu-hong<sup>2</sup>, TAN Li-ning<sup>1</sup>

(1. Rocket Force University of Engineering, Xi'an 710025, China;

2. No. 61683 Unit of PLA, Beijing 100080, China; 3. No. 96796 Unit of PLA, Baishan 135200, China)

**Abstract:** In order to realize the attitude control of fixed-wing UAVs under the conditions of uncertainties and external disturbances, a control law combining the extended disturbance observer of the nonlinear sliding mode with the fast-response dynamic inversion was designed. On the basis of the design of the extended disturbance observer, an extended disturbance observer of the nonlinear sliding mode was designed by introducing the sliding mode theories, so as to make real-time estimation of the disturbances and their rate of change. The UAV attitude equation was divided into the slow loop of the posture angle and the fast loop of the attitude angular velocity. Then the dynamic inverse control law was designed respectively and the unknown disturbance was compensated based on the disturbance estimation. At the same time, the differential value of the command value estimated by TD (fast Tracking Differentiator) was added to the fast loop controller to improve its response speed. Finally, the stability of the composite controller was proved. The simulation results show that the designed composite controller can control the attitude movement of UAVs efficiently.

**Key words:** dynamic inversion control; UAV; nonlinear disturbance observer; sliding mode; fast tracking differentiator

### 0 引言

近年来,无人机在军用和民用领域上的应用愈加广泛,伴随而来的是对无人机控制系统的更高要求,特

别随着复杂恶劣环境下执行任务的需求不断增多导致的无人机飞行包线的不断扩大,无人机自身结构复杂化导致的建模精确度下降,以及性能指标要求的不断提高等,对无人机飞控系统的抗干扰性提出了更高、更严格的要求。因此,深入研究当存在干扰时(包括外部干扰与不确定性等)固定翼无人机的控制方法,设计出稳定、可靠、鲁棒性强的抗干扰控制律,使无人机能够在全包线范围内均具有优良的飞行品质,对于提升

收稿日期:2017-09-04

修回日期:2017-10-10

基金项目:国家青年基金(61503393)

作者简介:刘畅(1994—),男,江苏连云港人,硕士,研究方向为无人机抗干扰控制。

无人机性能、拓展其应用范围具有重要的现实意义。

为解决受外界干扰的不确定性非线性系统的控制问题,研究人员提出了许多方法,包括传统的鲁棒控制律<sup>[1-3]</sup>、滑模控制律<sup>[4-5]</sup>、基于干扰观测器的复合控制律等。其中,通过对外部干扰与模型不确定性进行实时观测估计,并在控制量中对其进行前馈补偿的方法显示出了它的优越性。文献[6]结合文献[7]的线性扩张干扰观测器以及非线性干扰观测器<sup>[8]</sup>的设计方法,设计出一种非线性扩张干扰观测器,并与滑模控制器相结合设计了一种复合控制器。仿真结果表明,设计的复合控制器可以有效解决再入飞行器终端控制问题,但其观测器鲁棒性仍存在提升空间。而滑模原理以其天然的鲁棒性受到了研究人员的青睐,基于滑模原理设计干扰观测器成为提高观测器鲁棒性的有效措施。如文献[9]基于超螺旋算法设计了一种滑模干扰观测器,对不确定因素进行估计,仿真结果验证了其有效性与鲁棒性,但是该观测器中参数设计问题较为突出,容易影响观测器的性能与实用性。文献[10]提出了一种自适应参数整定办法在线更新参数有效地解决了这一问题。为了进一步提高干扰估计的精度,文献[11-13]基于干扰高阶导数存在且有界的假设,设计了一种高阶滑模干扰观测器,并成功地应用于飞行器控制与导航系统,仿真结果同样验证了观测器的有效性与高鲁棒性。

非线性动态逆是反馈线性化方法中的一种,因其物理概念清晰、适用面宽、应用简便而被广泛地应用于非线性系统控制,但是其对于系统精确模型的过分依赖,使得其鲁棒性较差。干扰观测器的引入恰好可以有效地解决这个问题,增强控制系统的鲁棒性,降低动态逆方法对外部干扰与模型不确定性的敏感性。

基于以上分析,本文在扩张干扰观测器设计的基础上,引入滑模原理设计了一种非线性滑模扩张干扰观测器,对模型不确定性与外部干扰进行实时估计。根据奇异摄动理论<sup>[14]</sup>与时标分离法将无人机姿态运动方程分为姿态角慢回路与姿态角速率快回路,依此设计动态逆控制律,并基于干扰估计量对未知扰动进行补偿。同时,在快回路控制器中加入由快速跟踪微分器(TD)估计的指令值微分量,以提高控制器的收敛速度与控制精度。最后使用LQR法对动态逆中线性控制律进行设计。仿真实验表明,设计的复合控制器能够对无人机姿态运动进行高效控制。

## 1 问题描述

以传统固定翼无人机为研究对象,系统姿态运动

动力学与运动学方程<sup>[15]</sup>为

$$\begin{cases} \dot{p} = (c_1 r + c_2 p)q + c_3 \bar{L} + c_4 N \\ \dot{q} = c_5 p r - c_6 (p^2 - r^2) + c_7 M \\ \dot{r} = (c_8 p - c_2 r)q + c_4 \bar{L} + c_9 N \\ \dot{\phi} = p + (r \cos \phi + q \sin \phi) \tan \theta \\ \dot{\theta} = q \cos \phi - r \sin \phi \\ \dot{\psi} = \frac{1}{\cos \theta} (r \cos \phi + q \sin \phi) \end{cases} \quad (1)$$

式中:

$$\begin{cases} c_1 = \frac{(I_y - I_z)I_z - I_{xz}^2}{\Sigma}, c_2 = \frac{(I_x - I_y + I_z)I_{xz}}{\Sigma}, \\ c_3 = \frac{I_z}{\Sigma}, c_4 = \frac{I_{xz}}{\Sigma}, c_5 = \frac{I_z - I_x}{I_y}, c_6 = \frac{I_{xz}}{I_y}, c_7 = \frac{1}{I_y}, \\ c_8 = \frac{(I_x - I_y)I_x + I_{xz}^2}{\Sigma}, c_9 = \frac{I_x}{\Sigma}, \Sigma = I_x I_z - I_{xz}^2; \end{cases} \quad (2)$$

$p, q, r$  分别为对于地面坐标系的转动角速度  $\omega$  在机体坐标系  $x, y, z$  轴上的投影分量;  $\phi, \theta, \psi$  分别为无人机滚转角、俯仰角和偏航角;  $I_x, I_y, I_z, I_{xz}$  为飞行器惯性积;  $\bar{L}, M, N$  分别为飞行器滚转力矩、俯仰力矩和偏航力矩,具体表示为

$$\begin{cases} \bar{L} = Q S b (C_l^\beta \cdot \beta + C_l^{\delta_a} \cdot \delta_a + C_l^{\delta_r} \cdot \delta_r + \frac{b}{2V} (C_l^p \cdot p + C_l^r \cdot r)) \\ M = Q S c (C_m^0 + C_m^\alpha \cdot \alpha + C_m^{\delta_e} \cdot \delta_e + C_m^{Ma} \cdot Ma + \frac{c}{2V} (C_m^{\dot{\alpha}} \cdot \dot{\alpha} + C_m^q \cdot q)) \\ N = Q S b (C_n^\beta \cdot \beta + C_n^{\delta_a} \cdot \delta_a + C_n^{\delta_r} \cdot \delta_r + \frac{b}{2V} (C_n^p \cdot p + C_n^r \cdot r)) \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $Q = \frac{1}{2} \rho V^2$  为动压头;  $S$  为机翼面积;  $b$  为翼展;  $c$  为飞行器气动弦长;  $Ma$  为马赫数;  $\alpha$  为飞行器攻角;  $\dot{\alpha}$  为攻角变化率;  $\beta$  为飞行器侧滑角;  $\delta_e, \delta_a, \delta_r$  分别为俯仰舵、副翼和方向舵的等效舵角。

根据奇异摄动理论<sup>[9]</sup>,使用时标分离法将无人机姿态运动方程分别描述为快回路与慢回路

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1 = f_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) + \mathbf{g}_1(\mathbf{x}_1) \mathbf{u} + d_1(t) \\ \dot{\mathbf{x}}_2 = f_2(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) + \mathbf{g}_2(\mathbf{x}_2) x_{1c} + d_2(t) \end{cases} \quad (4)$$

式中:  $\mathbf{x}_1 = [p \ q \ r]^T$  为快回路状态向量;  $\mathbf{x}_2 = [\phi \ \theta \ \psi]^T$  为慢回路状态向量;  $x_{1c}$  为慢回路虚拟状态控制量,是快回路状态量的期望值;  $\mathbf{u} = [\delta_e \ \delta_a \ \delta_r]^T$  为快回路控制量;  $d_1, d_2$  为未知集总干扰,包含外部干扰以及模型不确定性、建模误差等。假设干扰满足:  $\|d_1\| \leq \mu, \|\dot{d}_1\| \leq \mu, \|d_2\| \leq \mu, \|\dot{d}_2\| \leq \mu$ , 结合式(1)可得飞行器姿态运动仿射非线性系统方程为

$$[\dot{p} \ \dot{q} \ \dot{r}]^T = \mathbf{f}_1(x) + \mathbf{g}_1(x) [\delta_e \ \delta_a \ \delta_r]^T + d_1 \quad (5)$$

式中:

$$f_1(x) = \begin{bmatrix} (c_1 r + c_2 p)q + c_3 Q S b \left[ C_i^\beta \beta + \frac{b}{2V} (C_i^\alpha p + C_i^\alpha r) \right] + c_4 Q S b \left[ C_n^\beta \beta + \frac{b}{2V} (C_n^\alpha p + C_n^\alpha r) \right] \\ c_5 p r + c_6 (p^2 - r^2) + c_7 Q S c \left[ C_{\alpha 0} + C_m^\alpha \alpha + C_m^\alpha M a + \frac{c}{2V} (C_m^\alpha q + C_m^\alpha \dot{\alpha}) \right] \\ (c_8 p - c_2 r)q + c_4 Q S b \left[ C_i^\beta \beta + \frac{b}{2V} (C_i^\alpha p + C_i^\alpha r) \right] + c_9 Q S b \left[ C_n^\beta \beta + \frac{b}{2V} (C_n^\alpha p + C_n^\alpha r) \right] \end{bmatrix}; \quad (6)$$

$$g_1(x) = \begin{bmatrix} 0 & c_3 Q S b C_i^{\delta_i} + c_4 Q S b C_n^{\delta_n} & c_3 Q S b C_i^{\delta_r} + c_4 Q S b C_n^{\delta_r} \\ c_7 Q S c C_m^{\delta_e} & 0 & 0 \\ 0 & c_4 Q S b C_i^{\delta_i} + c_9 Q S b C_n^{\delta_n} & c_4 Q S b C_i^{\delta_r} + c_9 Q S b C_n^{\delta_r} \end{bmatrix}; \quad (7)$$

$$[\dot{\phi} \quad \dot{\theta} \quad \dot{\psi}]^T = f_2(x) + g_2(x) [p \quad q \quad r]^T + d_2 \quad (8)$$

式中:  $f_2(x) = 0$ ;

$$g_2(x) = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi / \cos \theta & \cos \phi / \cos \theta \end{bmatrix}. \quad (9)$$

本文针对上述非线性系统,设计一种新型滑模扩张干扰观测器以观测系统所受外部干扰与模型不确定性、建模误差等,并与非线性动态逆控制器相结合设计一种复合控制器,以提高控制器的鲁棒性与系统的抗干扰性能。复合控制器的设计目标是:对于如式(4)描述的系统,在设计复合控制律  $u$  控制下,状态量满足:  $\lim_{t \rightarrow \infty} |x(t) - v(t)| = 0$ , 其中,  $v(t)$  为状态量指令值。

## 2 复合控制器设计

为在系统存在外部干扰与模型不确定性等条件下使控制器仍能对无人机飞行姿态进行有效控制,且控制精度与速度满足一定要求,本文设计了复合控制器,其结构如图 1 所示。

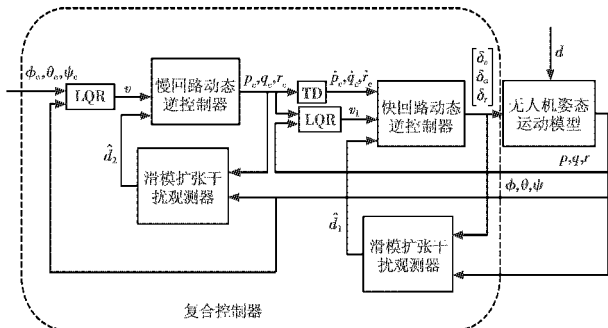


图 1 复合控制器结构框图

Fig. 1 Composite controller

### 2.1 快速跟踪微分器

快速跟踪微分器常被用于解决从连续或带随机噪

声的量测信号中合理地提取连续信号及微分信号的问题<sup>[16]</sup>。本文将利用 TD 对快回路中状态量期望值的微分量进行跟踪,并将其值以前反馈的形式增加到控制量中,以提高控制精度与收敛速度。根据文献[17],采用如下离散形式的 TD,

$$\begin{cases} fh = fhan(z_1(k) - v(k), z_2(k), r, l) \\ z_1(k+1) = z_1(k) + lz_2(k) \\ z_2(k+1) = z_2(k) + lfh \end{cases} \quad (10)$$

式中:

$$\begin{cases} d = rh^2 \\ a_0 = hx_2 \\ y = x_1 + a_0 \\ a_1 = \sqrt{d(d+8|y|)} \\ a_2 = a_0 + \text{sgn}(y)(a_1 - d)/2 \\ s_y = (\text{sgn}(y+d) - \text{sgn}(y-d))/2 \\ a = (a_0 + y - a_2)s_y + a_2 \\ s_a = (\text{sgn}(a+d) - \text{sgn}(a-d))/2 \\ fhan = -r(a/d - \text{sgn}(a))s_a - r\text{sgn}(a) \end{cases}; \quad (11)$$

$l$  为微分器的积分步长;  $r$  为决定微分器跟踪快慢的因子,  $r$  越大,则跟踪速度越快;  $v(k)$  为任意有界可积输入函数。

**定理 1** 对于式(10)系统,  $z_1(k)$  将平均收敛于  $v(k)$ ,  $z_2(k)$  将弱收敛于  $v(k)$  的广义导数<sup>[16]</sup>, 即  $\lim_{k \rightarrow \infty} |z_1(k) - v(k)| = 0, \lim_{k \rightarrow \infty} |z_2(k) - \dot{v}(k)| = 0$ , 证明过程见文献[16-17]。

### 2.2 非线性滑模扩张干扰观测器设计

外部干扰与模型不确定性等广泛存在于实际系统,它们对控制系统的影响显而易见,为了增强控制器的鲁棒性以及系统的抗干扰能力,将现有控制器与干扰观测器相结合设计复合控制器是被广泛应用的方法之一。显然,干扰观测器对于干扰的观测效果将直接影响复合控制器的性能。

文献[8]首先设计了一种非线性干扰观测器用于观测未知常值干扰,文献[18]对这个形式的非线性干扰观测器进行了改进,放宽了对于复合干扰的限制,但是仍具有较强的保守性。文献[6-7]设计了一种扩张干扰观测器(EDOB),能够同时估计干扰及干扰变化率,提高了干扰估计的精度,且进一步放宽了对干扰的限制。本文将在此基础上,引入滑模原理,研究一种滑模扩张干扰观测器(SMEDOB)的设计方法,以进一步增强观测器的鲁棒性,如图 2 所示。

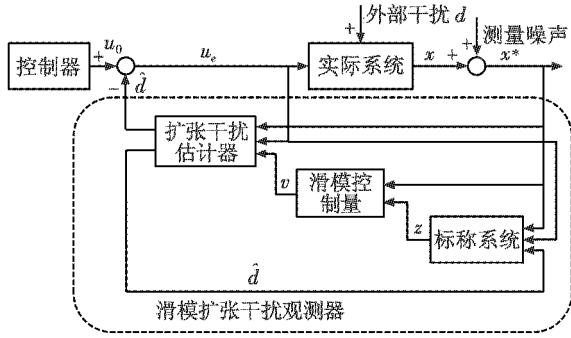


图 2 滑模扩张干扰观测器框图

Fig. 2 A sliding mode extended disturbance observer

考虑上文所述的双回路不确定非线性系统方程

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u + d(t, x, u) \quad (12)$$

式中,  $d(t, x, u)$  代表系统不确定项、参数扰动和外部干扰等。

假设干扰  $d(t)$  是有界的并且存在一个常数  $\mu > 0$ , 使得  $\left| \frac{d^i d(t)}{dt^i} \right| \leq \mu, i = 0, 1, 2, \dots, r+1$ , 则设计的干扰观测器为

$$\begin{cases} \dot{z} = f(x) + g(x)u + \hat{d} \\ \hat{d} = z_1 + p_1(x) \\ \dot{z}_1 = -L_1(x)(f(x) + g(x)u + \hat{d}) + l_1\sigma + \hat{d} \\ \vdots \\ \hat{d}^{(r)} = z_{r+1} + p_{r+1}(x) \\ \dot{z}_{r+1} = -L_{r+1}(x)(f(x) + g(x)u + \hat{d}) + l_{r+1}\sigma \end{cases} \quad (13)$$

式中:  $\sigma$  为滑模控制量, 表示为  $\begin{cases} \sigma = l \cdot \text{sat}(s) \\ s = h(e) \\ e = x - z \end{cases}$ , 滑模

面设计为  $s = h(e) = k_p e + k_i \int e + k_d \frac{de}{dt}; p_i(x) = mx, i = 1, \dots, r+1$ , 为待设计的函数向量;  $L_i(x) = \frac{\partial p_i(x)}{\partial x} = m, i = 1, \dots, r+1$ ; 可调参数  $l_i$  采用基于带宽的配置方法, 可以改变观测器的收敛速度或带宽<sup>[4]</sup>。

**定理 2** 对于式(12)所描述的 MIMO 系统, 若有  $\|d^{(r+1)}\| \leq \mu$ , 如采用如式(13)描述的滑模扩张干扰观测器, 则干扰估计误差将渐进收敛, 即  $\lim_{t \rightarrow \infty} |\hat{d} - d| = 0$ 。

证明

$$\text{设 } e = \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{d} \\ \vdots \\ \tilde{d}^{(r)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x - z \\ d - \hat{d} \\ \vdots \\ d^{(r)} - \hat{d}^{(r)} \end{bmatrix}, \text{ 又}$$

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}} = \dot{x} - \dot{z} = d - \hat{d} \\ \dot{\tilde{d}} = \dot{d} - \dot{\hat{d}} = \tilde{d} - L_1(x)\tilde{d} - l_1 \text{sat}(\tilde{x}) \\ \vdots \\ \dot{\tilde{d}}^{(r+1)} = d^{(r+1)} - \hat{d}^{(r+1)} = d^{(r+1)} - L_{r+1}(x)\tilde{d} - l_{r+1} \text{sat}(\tilde{x}) \end{cases}$$

$$\text{故有 } \dot{e} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & L_1(x) & 1 & \dots & 0 \\ 0 & L_2(x) & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & L_{r+1}(x) & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} e + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} d^{(r+1)}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & l_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & l_{r+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \text{sat}(\tilde{x}) \\ \vdots \\ \text{sat}(\tilde{x}) \end{bmatrix}, \text{ 即 } \dot{e} = Ae + Bd^{(r+1)} +$$

$Lv$ 。其中,  $|\text{sat}(\tilde{x})| \leq \alpha$ , 矩阵  $A$  设计为常值矩阵。

又对于任意给定的对称正定矩阵  $Q$ , 总能找到一个对称正定矩阵  $P$ , 使得  $A^T P + PA = -Q$ 。

取李亚普诺夫函数  $V = e^T P e$ , 对其求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{e}^T P e + e^T P \dot{e} = \\ & (e^T A^T + (d^{(r+1)})^T B^T - v^T L^T) P e + e^T P (Ae + Bd^{(r+1)} - Lv) = \\ & -e^T Q e + 2e^T P B d^{(r+1)} - 2e^T P L v \\ & \begin{cases} = 0 & e = 0 \\ < 2\|e\|(\|PB\|\mu - \|PL\|\alpha) - \lambda_m \|e\|^2 & e \neq 0 \end{cases} \quad (14) \end{aligned}$$

式中,  $\lambda_m$  为矩阵  $Q$  的最小特征值。设计矩阵  $L$  使得  $(\|PB\|\mu - \|PL\|\alpha) < 0$ , 此时观测误差向量  $e$  的范数将逐渐收敛到零, 即  $\lim_{t \rightarrow \infty} |\hat{d} - d| = 0$  成立。

### 2.3 慢回路控制器设计

针对无人机运动模型中姿态运动慢回路, 设计的非线性动态逆控制率为

$$x_{1c} = g_2^{-1}(x)(v - f_2(x) + \dot{x}_{2c} - \hat{d}_2) \quad (15)$$

式中:  $v$  为待设计的线性控制律;  $\hat{d}_2$  为干扰观测器观测的慢回路干扰。

将式(15)代入式(4)可得伪线性系统为

$$\dot{x}_2 = v + d_2 - \hat{d}_2 \quad (16)$$

采用 LQR 方法<sup>[19]</sup>设计线性控制律可得

$$\begin{cases} v = -R^{-1} B^T P_1 x + R^{-1} B^T g \\ g = [P_1 B R^{-1} B^T - A_1^T]^{-1} C^T Q_1 x_{2c} \end{cases} \quad (17)$$

式中,  $Q_1, R, P_1$  均为对称正定常值矩阵。  $P_1$  满足下列 Riccati 微分方程:  $0 = P_1 A_1 + A_1^T P_1 - P_1 B R^{-1} B^T P_1 + C^T Q_1 C$ , 又有  $A_1 = 0, B = E, C = E$ , 故有  $v = -R^{-1} P_1 x + P_1^{-1} Q_1 x_{2c}, P_1 R^{-1} P_1 = Q_1$ , 即  $v = P_1^{-1} Q_1 (x_{2c} - x_2)$ 。

而后将慢回路中得到的虚拟控制量作为快回路中的状态量期望值,进而进行快回路控制器设计,最终得到等效舵偏角。

## 2.4 快回路控制器设计

设计的快回路非线性动态逆控制律为

$$\mathbf{u} = \mathbf{g}_1^{-1}(x)(v_1 + \hat{\dot{x}}_{1c} - \mathbf{f}_1(x) - \hat{d}_1) \quad (18)$$

式中: $v_1$ 为待设计的线性控制律; $\hat{\dot{x}}_{1c}$ 为TD给出的快回路状态期望值一阶微分量估计值; $\hat{d}_1$ 为干扰观测器观测的快回路干扰。使用LQR方法对 $v_1$ 进行设计可得 $v_1 = \mathbf{P}_2^{-1}\mathbf{Q}_2(x_{1c} - x_1)$ ,其中, $\mathbf{P}_2\mathbf{R}_1^{-1}\mathbf{P}_2 = \mathbf{Q}_2$ ,权阵 $\mathbf{Q}_2$ , $\mathbf{R}_1$ 和 $\mathbf{P}_2$ 均为对称正定常值矩阵。

故控制量为

$$\mathbf{u} = \mathbf{g}_1^{-1}(x)(\mathbf{P}_2^{-1}\mathbf{Q}_2(x_{1c} - x_1) + \hat{\dot{x}}_{1c} - \mathbf{f}_1(x) - \hat{d}_1) \quad (19)$$

## 3 稳定性证明

**定理3** 对于式(4)描述的系统,在设计的复合控制律 $\mathbf{u}$ 控制下,状态量跟踪误差将逐渐收敛,即 $\lim_{t \rightarrow \infty} |x_{2c}(t) - x_2(t)| = 0$ ,其中, $x_{2c}(t)$ 为状态量指令值。

证明:

首先证明系统慢回路在理想虚拟控制量下的稳定性,即证明以下引理:

**引理1** 对于式(4)所描述的MIMO系统,若控制量为

$$\mathbf{u} = \mathbf{g}_1^{-1}(x)(\mathbf{P}_2^{-1}\mathbf{Q}_2(x_{1c} - x) + \hat{\dot{x}}_{1c} - \mathbf{f}_1(x) - \hat{d}_1) \quad (20)$$

则系统快回路状态跟踪误差将逐渐收敛,即 $\lim_{t \rightarrow \infty} |x_1(t) - x_{1c}(t)| = 0$ 。

设计李亚普诺夫函数为: $V_2 = \frac{1}{2}\mathbf{e}_2^T\mathbf{e}_2$ ,其中, $\mathbf{e}_2 = x_1(t) - x_{1c}(t)$ ,对 $V_2$ 取微分可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -\mathbf{e}_2^T[\mathbf{P}_2^{-1}\mathbf{Q}_2(x_{1c} - x_1) - \hat{d}_1 + d_1 + \dot{x}_{1c} - \dot{x}_1] = \\ & -\mathbf{e}_2^T\mathbf{P}_2^{-1}\mathbf{Q}_2\mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_2^T(\hat{d}_1 - d_1) + \mathbf{e}_2^T(\dot{x}_{1c} - \hat{\dot{x}}_{1c}) \leq \\ & -\lambda_{m_2} \|\mathbf{e}_2\|^2 + \|\mathbf{e}_2\| \|\hat{d}_1 - d_1\| + \|\mathbf{e}_2\| \|\dot{x}_{1c} - \hat{\dot{x}}_{1c}\| \quad (21) \end{aligned}$$

式中, $\lambda_{m_2}$ 为矩阵 $\mathbf{P}_2^{-1}\mathbf{Q}_2$ 的最小特征值,且 $\lambda_{m_2} > 0$ 。因此,由 $-\lambda_{m_2} \|\mathbf{e}_2\|^2 + \|\mathbf{e}_2\| \|\hat{d}_1 - d_1\| + \|\mathbf{e}_2\| \|\dot{x}_{1c} - \hat{\dot{x}}_{1c}\| = 0$ 可知,跟踪误差 $\mathbf{e}_2$ 的范数将逐渐收敛于 $\|\mathbf{e}_2\| \leq (\|\hat{d}_1 - d_1\| + \|\dot{x}_{1c} - \hat{\dot{x}}_{1c}\|) / \lambda_{m_2}$ 。

又由定理1、定理2可知, $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\hat{d}_1 - d_1\| = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \|\dot{x}_{1c} - \hat{\dot{x}}_{1c}\| = 0$ ,故有 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{e}_2\| \leq \lim_{t \rightarrow \infty} (\|\hat{d}_1 - d_1\| + \|\dot{x}_{1c} - \hat{\dot{x}}_{1c}\|) / \lambda_{m_2} = 0$ ,即 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{e}_2\| = 0$ ,即有 $\lim_{t \rightarrow \infty} |x_1(t) - x_{1c}(t)| = 0$ 成立。

设计李亚普诺夫函数: $V_1 = \frac{1}{2}\mathbf{e}_1^T\mathbf{e}_1$ ,其中, $\mathbf{e}_1 = x_2(t) -$

$x_{2c}(t)$ ,对 $V_1$ 取微分可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & -\mathbf{e}_1^T[\mathbf{f}_2(x) + \mathbf{g}_2(x)x_1 + d_2 - \dot{x}_{2c}(t)] = \\ & -\mathbf{e}_1^T[\mathbf{f}_2(x) + \mathbf{g}_2(x)x_{1c} + d_2 - \dot{x}_{2c}(t)] + \mathbf{e}_1^T\mathbf{g}_2(x)(x_{1c} - x_1) = \\ & -\mathbf{e}_1^T[\mathbf{P}_1^{-1}\mathbf{Q}_1(x_{2c} - x_2) - \hat{d}_2 + d_2] + \mathbf{e}_1^T\mathbf{g}_2(x)(x_{1c} - x_1) \leq \\ & -\lambda_{m_1} \|\mathbf{e}_1\|^2 + \|\mathbf{e}_1\| \|\hat{d}_2 - d_2\| + \|\mathbf{e}_1\| \|\mathbf{g}_2(x)\| \|x_{1c} - x_1\| \quad (22) \end{aligned}$$

式中, $\lambda_{m_1}$ 为矩阵 $\mathbf{P}_1^{-1}\mathbf{Q}_1$ 的最小特征值,且 $\lambda_{m_1} > 0$ 。因此,由 $-\lambda_{m_1} \|\mathbf{e}_1\|^2 + \|\mathbf{e}_1\| \|\hat{d}_2 - d_2\| + \|\mathbf{e}_1\| \|\mathbf{g}_2(x)\| \|x_{1c} - x_1\| = 0$ 可知,跟踪误差 $\mathbf{e}_1$ 的范数将逐渐收敛于 $\|\mathbf{e}_1\| \leq \frac{\|\hat{d}_2 - d_2\| + \|\mathbf{g}_2(x)\| \|x_{1c} - x_1\|}{\lambda_{m_1}}$ ;又根据定理1、定理3可知, $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\hat{d}_2 - d_2\| = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} |x_1(t) - x_{1c}(t)| = 0$ ,又显然 $\|\mathbf{g}_2(x)\|$ 有界,所以有 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{e}_1\| \leq \lim_{t \rightarrow \infty} (\|\hat{d}_2 - d_2\| + \|\mathbf{g}_2(x)\| \|x_{1c} - x_1\|) / \lambda_{m_1} = 0$ ,故在设计的复合控制律 $\mathbf{u}$ 控制下,系统状态跟踪误差将逐渐收敛,即 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_2(t) - x_{2c}(t)\| = 0$ 。

## 4 仿真实验

对系统的时域控制品质进行分析,仿真对象为Aerosonde固定翼无人机,常用参数与机体模型无量纲气动参数如表1所示。

表1 UAV参数表

Table 1 UAV's parameters

滚转通道		俯仰通道		偏航通道	
$C_l^\beta$	-0.13	$C_{m0}$	0.135	$C_n^\beta$	0.072 6
$C_l^{\delta_a}$	-0.169 5	$C_m^{\delta_a}$	-2.739 7	$C_n^{\delta_a}$	0.010 8
$C_l^{\delta_r}$	0.002 4	$C_m^{\delta_r}$	-0.991 8	$C_n^{\delta_r}$	-0.069 3
$C_l^{\dot{\beta}}$	-0.505 1	$C_m^{\dot{\beta}}$	-10.379 6	$C_n^{\dot{\beta}}$	-0.069
$C_l^{\dot{r}}$	0.251 9	$C_m^{\dot{r}}$	-38.206 7	$C_n^{\dot{r}}$	-0.094 6
		$C_m^{M_a}$	0		
平均几何 弦长/m	翼展/m	翼面积/ m <sup>2</sup>	空气密度/ (kg·m <sup>-3</sup> )	音速/ (m·s <sup>-1</sup> )	
0.189 941	2.895 6	0.55	1.21	341	

SMEDOB与EDOB中函数向量均取为 $\mathbf{p}_1(x) = \mathbf{p}_2(x) = [100p \ 100q \ 100r]$ 。

TD的参数为 $l = 0.01, r = 500$ ,慢回路LQR线性控制律设计 $\mathbf{P}_1^{-1}\mathbf{Q}_1$ 为40,快回路LQR线性控制律设计 $\mathbf{P}_2^{-1}\mathbf{Q}_2$ 为80。

### 4.1 控制器跟踪性能

假设外部指令信号为如下快时变正弦信号,滚转、俯仰、偏航通道的指令信号为

$$\begin{cases} \phi_c = 0.5 \sin(1.5t) \\ \theta_c = 0.8 \sin(2t) \\ \psi_c = 0.8 \sin(1.5t) \end{cases} \quad (23)$$

则状态量的跟踪效果如图3所示。

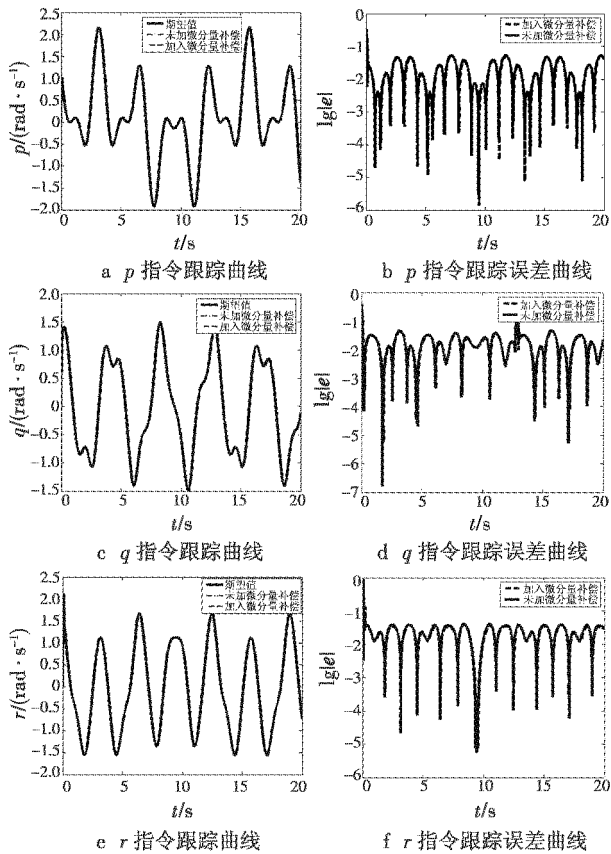


图 3 快回路状态跟踪与误差曲线

Fig. 3 State tracking and error curve of fast loop

从图 3 可以看出,在跟踪快时变指令信号时,TD 的引入有助于改善控制效果,可以在一定程度上提高控制精度与状态量收敛速度。

### 4.2 控制器鲁棒性

为检验复合控制器对干扰的鲁棒性,假设无人机主要气动参数存在 50% 的摄动,且整个系统还受到外部干扰力矩的影响,外部干扰力矩为

$$\begin{cases} d_p = 40\sin(0.8t) \\ d_q = \begin{cases} 15 & T/2 + xT \leq t < (x+1)T \\ -15 & xT \leq t < T/2 \end{cases} \\ d_r = 17\sin t \end{cases} \quad x=0,1,\dots \quad (24)$$

式中,  $T$  为干扰的变化周期。

图 4 所示为有干扰慢回路状态跟踪曲线,图 5 所示为有干扰快回路状态跟踪曲线。

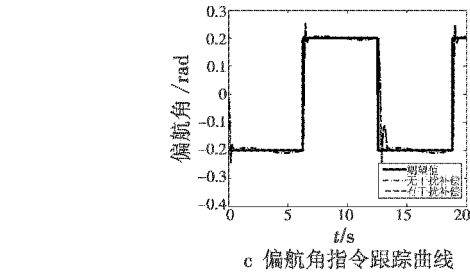
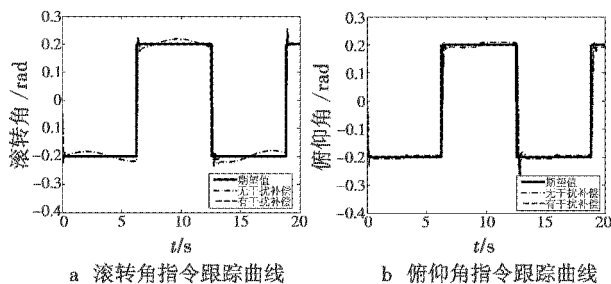


图 4 有干扰慢回路状态跟踪曲线

Fig. 4 State tracking of slow circuit with disturbance

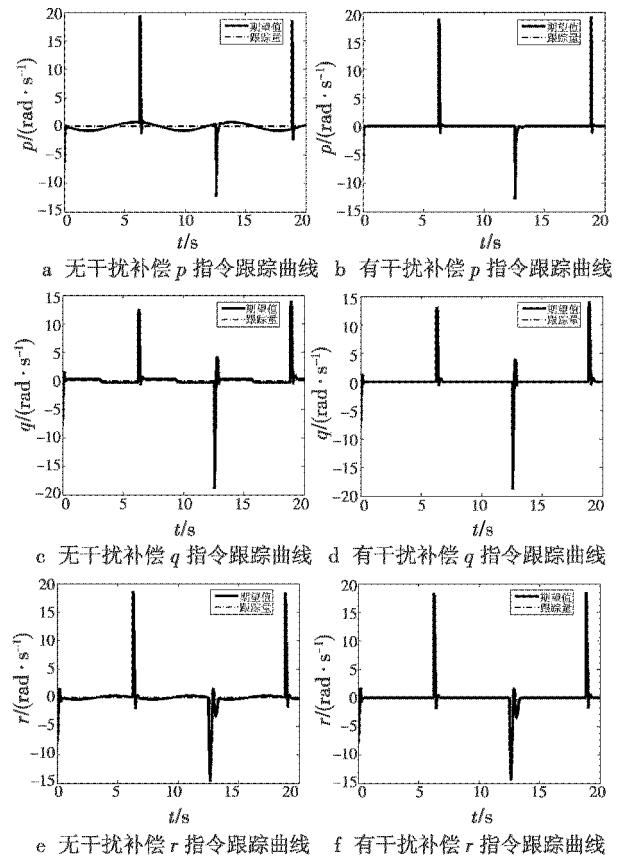
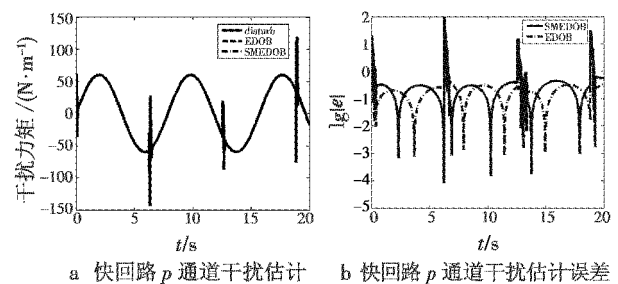


图 5 有干扰快回路状态跟踪曲线

Fig. 5 State tracking of fast circuit with disturbance

由图 4、图 5 可知,干扰观测器的引入可以极大地提高控制器的鲁棒性,减小动态逆方法对模型不确定性与外部干扰的敏感性,极大地改善了控制效果。

图 6 所示为快回路干扰估计与误差曲线。





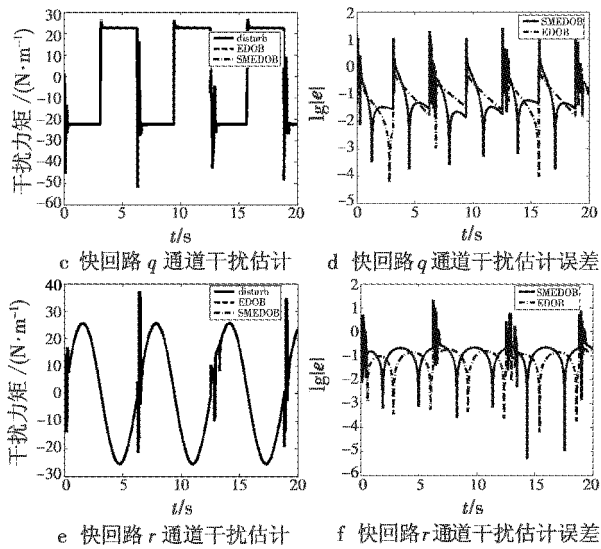


图 6 快回路干扰估计与误差曲线

Fig.6 Disturbance estimation and error curve of fast loop

图 7 所示为有干扰慢回路状态跟踪与误差曲线。

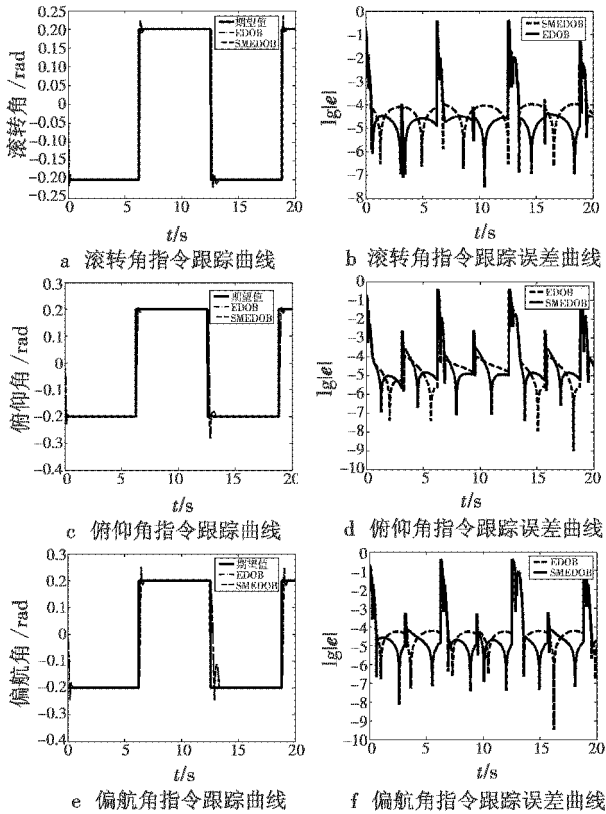


图 7 有干扰慢回路状态跟踪与误差曲线

Fig.7 State tracking and error curve of slow circuit with disturbance

从图 6 可以看出,设计的 SMEDQB 与 EDQB 均能较为准确地估计未知干扰,但是 SMEDQB 的观测精度与收敛速度较 EDQB 有一定的提升。图 7 显示,使用 SMEDQB 的复合控制器相比于使用 EDQB 的复合控制器,其控制精度与控制品质均有一定的改进。

### 5 结论

为解决无人机在存在模型不确定性与外部干扰情况下的控制问题,本文设计了一种基于滑模扩张干扰观测器的动态逆复合控制律,并对其稳定性进行了证明。通过仿真实验对控制器的跟踪性能与鲁棒性进行了验证,结果表明,指令值微分量的引入提高了复合控制器在跟踪快时变指令量时的控制精度与收敛速度,而在存在参数扰动与外部干扰的情况下,设计的滑模扩张干扰观测器则能以更快的速度与更高的精度对模型不确定性与外部干扰进行观测估计,更加有利于改善控制器的控制品质。

### 参考文献

- [1] 段镇. 无人机飞行控制系统若干关键技术研究[D]. 北京:中国科学院大学,2014.
- [2] 李湛. 基于鲁棒补偿的小型无人机飞行控制方法研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2015.
- [3] 胡荫辉,沈宏良. 基于模型跟踪的弹性飞行器鲁棒控制律设计[J]. 飞行力学,2010,28(4):21-24.
- [4] 赵振宇,卢广山. 具有未知干扰的无人机鲁棒滑模飞行控制[J]. 计算机仿真,2012,29(2):63-67.
- [5] 刘赛娜,姜玉宪,赵霞. 空间自动对接多模态滑模控制[J]. 宇航学报,2009,30(3):1006-1010.
- [6] 周军,赵金龙. 基于扩张干扰观测器的再入飞行器终端滑模控制[J]. 西北工业大学学报,2016,34(5):817-822.
- [7] GINOYA D, SHENDGE P D, PHADKE S B. Sliding mode control for mismatched uncertain systems using an extended disturbance observer[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2014, 61(4):1983-1992.
- [8] CHEN W H, BALLANCE D J, GAWTHROP P J, et al. A nonlinear disturbance observer for robotic manipulators [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2000, 47(4):932-938.
- [9] 宫庆坤,姜长生,吴庆宪,等. 基于滑模干扰观测器的歼击机超机动飞行控制[J]. 电光与控制,2014,21(11):14-17,23.
- [10] SHITESSEL Y B, MORENO J A, PLESTAN F, et al. Super-twisting adaptive sliding mode control: a Lyapunov design[C]//Proceedings of the 49th IEEE Conference on Decision and Control, Atlanta, USA,2010: 5109-5113.
- [11] LEVANT A. Non-homogeneous finite-time-convergent differentiator[C]//Joint 48th IEEE Conference on Decision and Control and 28th Chinese Control Conference, Shanghai, China, 2009:8399-8404.

(下转第 64 页)

## 参 考 文 献

- [1] 周旭,保铮. SAR 目标特性分析技术[J]. 计算机工程与科学,2008,30(7):40-46.
- [2] FRANCESCHETTI G, MIGLIACCIO M, RICCIO D, et al. SARAS: a Synthetic Aperture Radar (SAR) raw signal simulator[J]. IEEE Transactions on Geoscience & Remote Sensing, 1992, 30(1):110-123.
- [3] 计科峰,张爱兵,邹焕新,等. 典型地面车辆目标 SAR 图像仿真与评估[J]. 雷达科学与技术,2010,8(3):223-228.
- [4] 贺召卿,张冰尘,詹学丽,等. 利用机载 SAR 图像仿真星载 SAR 图像[J]. 现代雷达,2006,28(6):4-7.
- [5] LECUN Y, BOSER B, DENKER J S, et al. Backpropagation applied to handwritten Zip code recognition[J]. Neural Computation, 1989, 1(4):541-551.
- [6] KRIZHEVSKY A, SUTSKEVER I, HINTON G E. Image Net classification with deep convolutional neural networks [C]//Proceedings of the 25th International Conference on Neural Information Processing Systems, 2012: 1097-1105.
- [7] TAIGMAN Y, YANG M, RANZATO M, et al. DeepFace: closing the gap to human-level performance in face verification [C]//IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2014:1701-1708.
- [8] FAN H Q, CAO Z M, JIANG Y N, et al. Learning deep face representation [J]. Computer Science, 2014, arXiv: 1403.2802v1 [cs. CV].
- [9] 董立岩,苑森森,刘光远,等. 基于贝叶斯分类器的图像分类[J]. 吉林大学学报:理学版,2007,45(2):249-253.
- [10] 曹国,杨新,基于 Gabor 滤波器与支持向量机的景像匹配概率估计方法[J]. 上海交通大学学报,2006,40(3):485-489.
- [11] SIMONYAN K, ZISSERMAN A. Very deep convolutional networks for large-scale image recognition [J]. Computer Science, 2014, arXiv:1409.1556v6 [cs. CV].
- [12] GIRSHICK R. Fast R-CNN [J]. Computer Science, 2015, arXiv:1504.08083v2 [cs. CV].
- [13] HONG S, NOH H, HAN B. Decoupled deep neural network for semi-supervised semantic segmentation [J]. Computer Science, 2015, arXiv:1506.04924v2 [cs. CV].
- [14] 张景阳,潘光友. 多元线性回归与 BP 神经网络预测模型对比与运用研究[J]. 昆明理工大学学报:自然科学版,2013,38(6):61-67.
- [15] 陈耀丹,王连明. 基于卷积神经网络的人脸识别方法[J]. 东北师大学报:自然科学版,2016,48(2):70-76.
- [16] HINTON G E, SRIVASTAVA N, KRIZHEVSKY A, et al. Improving neural networks by preventing co-adaptation of feature detectors [J]. Computer Science, 2012, 3(4):212-223.
- [17] 刘严. 多元线性回归的数学模型[J]. 沈阳工程学院学报:自然科学版,2005,1(z1):128-129.
- [16] 韩京清,王伟. 非线性跟踪 - 微分器 [J]. 系统科学与数学,1994,14(2):177-183.
- [17] GUO B Z, ZHAO Z L. On convergence of tracking differentiator [J]. International Journal of Control, 2011, 84(4):693-701.
- [18] CHEN W H. Disturbance observer based control for nonlinear systems [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2004, 9(4):706-710.
- [19] 曾林森. 倒立摆的鲁棒 LQR 最优控制 [D]. 成都:西南交通大学,2014.

(上接第 38 页)

- [12] 李鹏. 传统和高阶滑模控制研究及其应用 [D]. 长沙:国防科学技术大学,2011.
- [13] 吴坤,范金锁,张合新,等. 基于高阶滑模的新型干扰观测器设计 [J]. 弹箭与制导学报,2012,32(4):199-202.
- [14] 童学松. 基于鲁棒动态逆的小灵巧炸弹控制器设计 [D]. 南京:南京理工大学,2012.
- [15] 吴森堂. 飞行控制系统 [M]. 北京:北京航空航天大学出版社,2013:8-14.