

引用格式:周家新,陈建勇,单志超,等.航空磁探中使用边界元法的潜艇磁场建模[J].电光与控制,2018,25(6):31-34,47. ZHOU J X, CHEN J Y, SHAN Z C, et al. Submarine magnetic field modeling using boundary elements method for aeromagnetic anomaly detection[J]. Electronics Optics & Control, 2018, 25(6):31-34, 47.

## 航空磁探中使用边界元法的潜艇磁场建模

周家新<sup>1,2</sup>, 陈建勇<sup>1</sup>, 单志超<sup>1</sup>, 陈长康<sup>1</sup>

(1. 海军航空大学电子信息工程系, 山东 烟台 264001; 2. 海军海洋测绘研究所, 天津 300061)

**摘要:**为解决航空磁异常探测中潜艇高空磁场分布难以测量的问题,根据 Maxwell 方程组和边界元法的基本原理,在预测空间基于格林函数,通过矢势分布求得潜艇空间磁场分布,建立潜艇磁场预测模型。使用磁偶极子仿真潜艇目标对预测模型进行初步理论验证,进一步设计实验对预测模型的有效性进行实际检验。根据理论和实验验证,结果表明,使用边界元法的潜艇磁场预测模型的平均绝对误差为 0.220 5 nT,平均相对误差为 2.368%。

**关键词:** 航空磁探; 潜艇磁场; 边界元法; 矢势; 预测模型

中图分类号: V271.4; O441.2 文献标志码: A doi:10.3969/j.issn.1671-637X.2018.06.007

## Submarine Magnetic Field Modeling Using Boundary Elements Method for Aeromagnetic Anomaly Detection

ZHOU Jia-xin<sup>1,2</sup>, CHEN Jian-yong<sup>1</sup>, SHAN Zhi-chao<sup>1</sup>, CHEN Chang-kang<sup>1</sup>

(1. Department of Electronic and Information Engineering, Naval Aeronautical University, Yantai 264001, China;  
2. Naval Institute of Hydrographic Surveying and Charting, Tianjin 300061, China)

**Abstract:** To solve the problem that the magnetic field distribution of submarine at high altitude is difficult to measure in aeromagnetic anomaly detection, the Maxwell equation set and the boundary elements method are taken into consideration. According to the Green function and the distribution of vector potential, the spatial distribution of magnetic field of submarine is obtained in the prediction space, and the prediction model of submarine magnetic field is established. By using the magnetic dipole to simulate the submarine target, the prediction model is validated preliminarily in theory. Further more, an experiment is designed to verify the effectiveness of the prediction model. The results of the theoretical test and experimental verification show that the mean absolute error and the mean relative error of the submarine magnetic field prediction model using boundary elements method are respectively 0.220 5 nT and 2.368%.

**Key words:** aeromagnetic anomaly detection; submarine magnetic field; boundary elements method; vector potential; prediction model

### 0 引言

潜艇大多数由钢铁合金制造<sup>[1]</sup>,在地磁场的磁化下,巨大的铁磁性艇体本身具有量级十分可观的磁感应强度<sup>[2]</sup>。因此,潜艇磁场是磁性武器和磁性探测器工作的信息源<sup>[3]</sup>。由于磁场受海水、空气、泥沙等介质的影响小<sup>[4]</sup>,使得基于磁异常信号的航空磁探测具有

可靠性强、隐蔽性好、定位精度高、搜索连续、反应迅速等特点<sup>[5-6]</sup>,成为水下磁性目标探测的重要手段<sup>[7-9]</sup>。针对航空反潜中磁探仪探测潜艇磁异常信号的需求,需要对潜艇磁场的高空分布做出精确研究<sup>[10-11]</sup>。对潜艇磁场强度及其分布规律的研究不仅可以应用于航空反潜,也可用于磁性定位<sup>[12]</sup>、磁性导航<sup>[13]</sup>、对抗磁性武器以及舰艇消磁等领域。

目前,国内外关于高精度潜艇磁场特性分布研究的主要手段有实艇测量和数学模型仿真两种方法<sup>[14]</sup>。一方面,由于测量条件(包括测量范围、磁传感器数量等)的限制,实艇测量法虽然具有测量数据准确等优点,但是耗费人力、物力与资金,并且由于实验条件的限制只能获知部分空间的目标磁场,一般潜艇的高空

收稿日期:2017-07-28

修回日期:2017-08-11

基金项目:国家自然科学基金(61271444);武器装备预先研究项目(302020210)

作者简介:周家新(1992—),男,福建福清人,硕士生,研究方向为磁异常探测。

磁场无法通过测量的方式获得,因此仅利用直接测量数据全面分析并掌握潜艇磁场的空间分布是十分困难的<sup>[15]</sup>。另一方面,在远场区域,由于潜艇目标与传感器平台之间的距离过大,无法稳定架设传感器平台测量磁场信号,使得磁场传感器无法有效地获取潜艇高精度的真实远场信号,从而导致不能直接分析远场的磁场特性<sup>[16]</sup>。潜艇的近场磁场在实验室环境中较易测得,因此,在近场磁场的基础上通过高精度换算得到高空磁场的方法是获得潜艇高空磁场的强度和分布特性的常用方法。

随着计算机技术的发展,经过国内外学者多年研究,潜艇磁场计算数学模型得到极大的发展,利用数学模型仿真法进行潜艇磁场分布特性计算已经形成比较成熟的理论。数学模型仿真方法的基本思路是构建潜艇磁场的延拓数学模型,然后根据部分测量数据作为延拓数学模型的输入对其他空间的磁场进行换算,能见于文献的关于目标磁场建模及磁场延拓方法主要包括磁体模拟法、积分方程法、有限元法、边界元法。磁体模拟法的思想是用若干个简单的磁体所产生的磁场来代替实际潜艇产生的磁场,常用的磁体模拟法有单个磁偶极子模拟法、磁偶极子阵列模拟法、旋转椭球体模拟法或者是旋转椭球体与磁偶极子阵列模型模拟法,并且为了解决人为经验确定模拟体位置对计算精度的影响,采用逐步回归法、遗传算法<sup>[17]</sup>、微粒群算法<sup>[18]</sup>对模拟体进行优化。有限元法和积分方程法是对求解区域进行剖分,进而直接采用数值计算的方法求解空间各点磁场。边界元法的基本原理是根据场源周围闭合曲面的外法线方向导数求得闭曲面上的标量磁位<sup>[14]</sup>,推算出闭曲面外围空间各点的标量磁位分布,进而推算出空间各点的3分量磁场值。其中,磁体模拟法只需少量的测量数据,计算速度快,应用最为广泛,但模型精度较低;有限元法和积分方程法都是依据严格的理论推导出来的,其计算精度高,但需要对舰艇进行精确的剖分,计算量较大;边界积分法只对求解区域边界剖分,可以降低问题的维数,加快计算速度,并且具有较高的拟合精度。

为了研究航空磁异常探测中潜艇高空磁场分布,根据边界元法的基本原理,建立潜艇磁场预测模型,并对模型进行理论和实验验证,分析使用边界元法的潜艇磁场预测模型精度。

## 1 边界元法的基本原理

潜艇磁场是造成潜艇暴露并破坏其隐身性能的重要物理特征,按其成因分类,主要可以分成固定磁场、感应磁场、起源于电化学的潜艇磁场以及起源于电磁

辐射与泄露的潜艇磁场<sup>[1]</sup>。潜艇磁场属于准静磁场,根据 Maxwell 方程组可以得到

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (1)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3)$$

式中: $\mathbf{H}$ 为磁场强度; $\mathbf{J}$ 为场域内自由电流密度向量或铁磁物体的等效电流密度向量; $\mathbf{B}$ 为磁感应强度; $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$ ,为真空磁导率。

图1所示为使用边界元法的潜艇空间磁场场域模型。

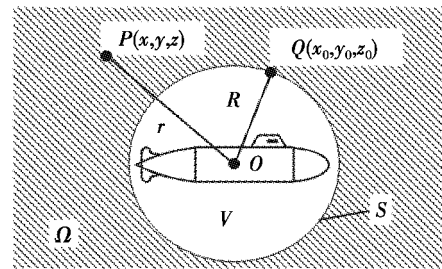


图1 潜艇场域示意图

Fig. 1 Diagram of field domain of submarine

场源处于中心点  $O$  处,在本文中代表铁磁性潜艇目标, $V$ 为包围潜艇场源的空间的体积,并且空间  $V$  中只包含场源不包含预测点区域, $S$ 为包围潜艇磁源的包络观测面,用于测量潜艇磁场作为空间磁场预测模型的输入数据, $Q(x_0, y_0, z_0)$ 为包络观测面上的测量点,以潜艇目标作为直角坐标系的中心,潜艇艇艏为  $X$  轴正向, $Z$ 轴正向垂直向下,采用右手坐标系,测量得到 $(x_0, y_0, z_0)$ 处潜艇磁场的三分量数据  $B_x, B_y$  和  $B_z, \Omega$ 为空间  $V$  外包含预测点的无源封闭区域全空间, $P(x, y, z)$ 为空间预测点。

矢量  $\mathbf{A}$  满足条件

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) = 0 \quad (4)$$

由式(3)和式(4)可得

$$\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B} \quad (5)$$

矢量  $\mathbf{A}$  记为矢势,矢势的散度为

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0 \quad (6)$$

对式(5)两边取旋度,根据式(3)、式(6)和矢量恒等式  $\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$ ,可得泊松方程

$$\nabla \times \mathbf{B} = \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{J} \quad (7)$$

由于研究区域内在一定情况下不存在自由电流和铁磁物质,故令  $\mathbf{J} = 0$ ,则由式(7)可得矢势  $\mathbf{A}$  的拉普拉斯方程为

$$\nabla^2 \mathbf{A} = 0 \quad (8)$$

令空间预测点  $P(x, y, z)$  处的拉普拉斯方程的格林函数为

$$\mathbf{G}_p = \nabla \left( \frac{1}{r} \right) \times \mathbf{a} \quad (9)$$

式中： $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ 为预测点到场源中心点之间的距离； $\mathbf{a}$ 为任一单位矢量。根据矢量格林定理，可得

$$A(P) = \int_S [A(Q) \cdot (\mathbf{n} \times \nabla \times \mathbf{G}_P) - \mathbf{G}_P \cdot (\mathbf{n} \times \nabla \times A(Q))] dS \quad (10)$$

根据式(5)和式(10)可得  $P$  点处潜艇的磁感应强度为 
$$\mathbf{B}_P = -\frac{1}{4\pi} \int_S (\mathbf{n} \times \mathbf{B}_Q) \times \nabla \left(\frac{1}{r}\right) dS - \frac{1}{4\pi} \int_S \mathbf{B}_Q \cdot \mathbf{n} \nabla \left(\frac{1}{r}\right) dS \quad (11)$$

式中： $\mathbf{n}$ 为包络观测面  $S$  上的单位外法向量； $\mathbf{B}_Q$ 为包络观测面  $S$  上的测量点  $Q$  处的磁感应强度。

### 2 潜艇磁场预测模型

为得到实际条件下适用的潜艇磁场预测模型，对式(11)进行离散化，则

$$\mathbf{B}_P(x, y, z) = -\frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^{M_i} \left[ (\mathbf{n}_{ij} \times \mathbf{B}_{Qij}) \times \nabla \left(\frac{1}{r}\right) + \mathbf{B}_{Qij} \cdot \mathbf{n}_{ij} \nabla \left(\frac{1}{r}\right) \right] S_{ij} \quad (12)$$

式中： $M_i$ 为第  $i$  个平面剖分的边界单元数， $i = 1, 2, \dots, 6$ ； $\mathbf{n}_{ij}$ 为第  $ij$  个平面的单位法向量； $\mathbf{B}_{Qij}$ 为单元  $ij$  的测量磁感应强度数据， $j = 1, 2, \dots, M_i$ ； $S_{ij}$ 为测量单元  $ij$  的面积。

建立如图2所示的坐标系。

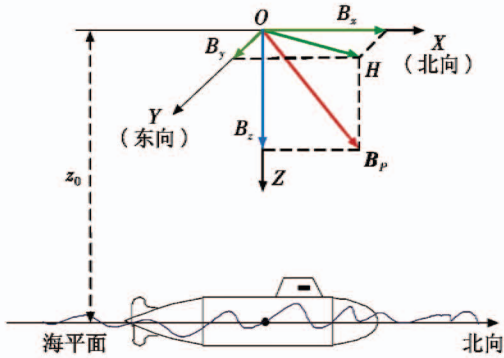


图2 潜艇空间磁场坐标系

Fig. 2 Coordinate system of spatial magnetic field of submarine

图中： $X$ 轴平行于水平面，以指向地磁北向为正，称为纵轴； $Y$ 轴平行于水平面，以指向地磁东向为正，称为横轴； $Z$ 轴垂直于水平面，以向下为正，称为垂轴。 $B_x, B_y$ 和  $B_z$ 分别是潜艇空间磁场  $\mathbf{B}_P$  在  $X$ 轴、 $Y$ 轴和  $Z$ 轴的投影，分别称为纵向分量、横向分量和垂向分量，即潜艇磁场的三分量。

潜艇磁场预测模型的包络观测面如图3所示。采用长方体包络面包围潜艇磁源进行三分量磁场测量，长方体区域的边界面为长7.50 m，宽与高均为1.50 m的长方体表面。将上下两表面和左右两侧面各分成  $25 \times 5$  个长方形面积元，将前后两侧面各分成  $5 \times 5$  个长方形面积元。整个边界面共分成550个长方形面积元。边

界面的划分及测量点的布放见图3，测量得到面积单元  $ij$  的磁感应强度数据  $\mathbf{B}_{Qij}$ ，并记录各观测点的坐标信息以及该面积元的单位法向量，根据式(12)可以进行潜艇空间磁场预测。

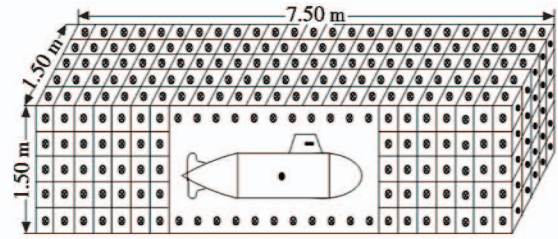


图3 预测模型的观测面

Fig. 3 Observation plane of prediction model

### 3 理论验证模型精度

为验证本文的潜艇磁场预测模型精度，采用文献[19]中的磁偶极子磁矩数据对模型进行理论仿真验证。仿真中，磁偶极子三分量磁矩参数为  $M_x = 80\,000, M_y = -20\,000, M_z = 40\,000$ ，将磁偶极子目标布放在长方体包络面区域的中心位置，模拟铁磁体目标，在各长方形面积元的中心上仿真生成测量数据，将该数据视为整个面积单元上目标的磁感应强度的平均值。根据磁偶极子模型获得边界面单元的观测数据，通过式(12)的实际预测算式，推算潜艇空间磁场。当  $x \in [-400, 400]$  m,  $y = 0$  m,  $z = -100$  m 时，通过磁偶极子模型和式(12)的潜艇磁场预测模型分别获得潜艇空间磁场磁感应强度三分量的真实值和预测值，如图4所示。

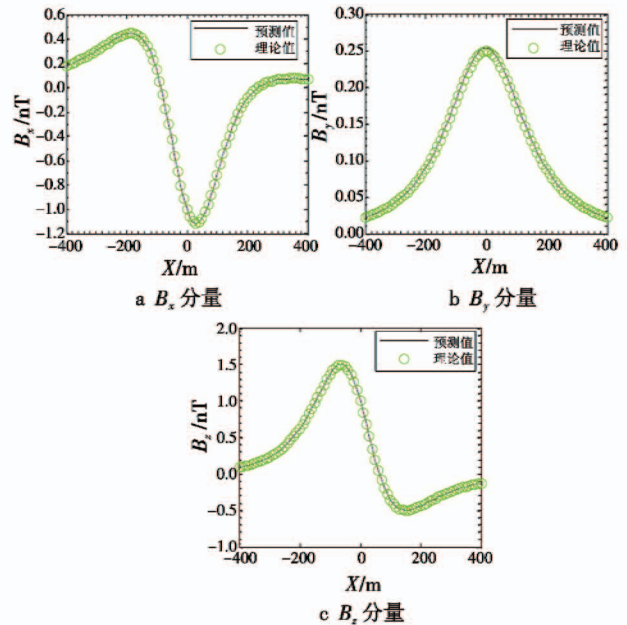


图4 潜艇磁场预测模型理论验证

Fig. 4 Theoretical validation of the prediction model of submarine magnetic field

通过对比潜艇磁感应强度三分量的真实值和预测值可以发现,潜艇磁场预测模型能够有效预测目标的空间磁场分布,在理论上具有可行性。

#### 4 实验验证

通过实验分析潜艇磁场预测模型的精度,验证预测模型的有效性。实验中,选取长半轴为 2.85 m、短半轴为 0.25 m 的铁磁性旋转椭球体代替潜艇。实际测量过程中,使用长和宽均为 1.50 m 的矩形测量框架,每条边上按图 5 所示布放 5 个三轴数字式磁通门传感器,共计 20 个。测量时,矩形测量框架沿长方体长边移动至测量点处,记录测量数据。两正方形侧面使用长为 1.50 m 的方形测量面测量。

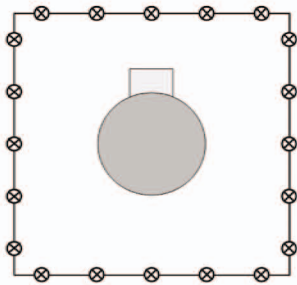


图 5 矩形测量框架

Fig. 5 Rectangular measurement frame

实验中,在椭球体中心上方 10 m 的高度面上沿 X 轴方向每 0.5 m 取 1 个考核点,共计 101 个考核点,则  $x \in [-25 \text{ m}, 25 \text{ m}]$ ,  $y = 0 \text{ m}$ ,  $z = -10 \text{ m}$ ,在考核点处使用 G858 光泵磁力仪进行测量。根据长方体边界面上的实际测量磁场数据,由式(12)可以计算得到考核点上的磁场三分量预测值。将三分量预测值投影到地磁场方向,得到磁感应强度预测值的总场,将预测值与实际测量值进行比较,如图 6 所示。

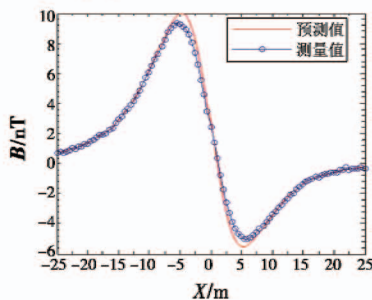


图 6 测量值与预测值的对比

Fig. 6 The measurement value and the prediction value

对比磁感应强度预测值  $B_p$  和实际测量值  $B_m$ ,定义平均绝对误差  $A_T$  和平均相对误差  $A_R$  为

$$\begin{cases} A_T = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |B_p(i) - B_m(i)| \\ A_R = (A_T / B_{M_{\max}}) \times 100\% \end{cases} \quad (13)$$

则得到平均绝对误差为 0.220 5 nT,平均相对误差为 2.368%。

#### 5 结论

为研究航空磁探中潜艇磁场的高空分布,通过测量潜艇的近场磁场,使用边界元法建立潜艇磁场预测模型,换算得到高空磁场。使用磁偶极子对潜艇磁场预测模型的有效性进行理论验证,结果表明模型在理论上具有可行性。设计潜艇包络面磁场测量实验,对模型进行实际验证。结果表明,使用边界元法的潜艇磁场预测模型的平均绝对误差为 0.220 5 nT,平均相对误差为 2.368%。使用边界元法建立的潜艇磁场预测模型精度高、误差小。下一步将通过模型预测潜艇高空磁场,获取潜艇高空磁异常特征,用以辅助航空磁探仪进行目标检测、定位以及识别。

#### 参考文献

- [1] 林春生,龚沈光. 舰船物理场[M]. 北京:兵器工业出版社,2007:45-49.
- [2] FRUMKIS L, KAPLAN B. Spherical and spheroidal shells as models in magnetic detection[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 1999, 35(5):4151-4158.
- [3] SHEINKER A, FRUMKIS L, GINZBURG B. Magnetic anomaly detection using a three-axis magnetometer[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2009, 45(1):160-167.
- [4] 熊雄,杨日杰,王鸿吉. 海浪磁噪声背景中动目标航空磁异常检测算法[J]. 华中科技大学学报:自然科学版,2015, 43(5):100-105.
- [5] DAMES P M, SCHWAGER M, SCHWAGER D. Active magnetic anomaly detection using multiple micro aerial vehicles[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2016, 1(1):153-160.
- [6] ROBERT F, SAIFUL H, MOJTABA A, et al. Magnetic signature attenuation of an unmanned aircraft system for aeromagnetic survey[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2014, 19(4):1436-1446.
- [7] SHEINKER A, MOLDWIN M B. Magnetic anomaly detection (MAD) of ferromagnetic pipelines using principal component analysis (PCA)[J]. Measurement Science and Technology, 2016, 27(4):1-7.
- [8] LIU Y, ZHANG Y, YI H. The new magnetic survey method for underwater pipeline detection[J]. Applied Mechanics and Materials, 2013, 239(2):338-343.
- [9] SONG L, BILLINGS S, PASION L, et al. Transient electromagnetic scattering of a metallic object buried in underwater sediments[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2016, 54(2):1091-1102.

(下转第 47 页)

- Prognostics and health management a data-driven approach to supporting the F-35 Lightning II [C]//Aerospace Conference, IEEE, 2007:1-12.
- [2] LIAO J, BI Y, NUGENT C. Using the Dempster-Shafer theory of evidence with a revised lattice structure for activity recognition [J]. IEEE Transactions on Information Technology in Biomedicine, 2011, 15(1):74-82.
- [3] 高峰, 唐卓贞. 基于 DS 证据理论的船舶电子设备状态预测方法 [J]. 船电技术, 2011, 31(2):45-48.
- [4] SMARANDACHE F, DEZERT J. Applications and advances of DS<sub>m</sub>T for information fusion [J]. Instrument Standardization & Metrology, 2006, 368(2):417.
- [5] 于文武, 许春生, 康力平. 基于 AHP 的航空发动机健康评估系统设计 [J]. 航空计算技术, 2007, 37(1):73-74.
- [6] AMMAR S, DUNCOMBE W, JUMP B, et al. Constructing a fuzzy-knowledge-based-system; an application for assessing the financial condition of public schools [J]. Expert Systems with Applications, 2004, 27(3):349-364.
- [7] KAWAMURA K, MIYAMOTO A. Condition state evaluation of existing reinforced concrete bridges using neuro-fuzzy hybrid system [J]. Computers & Structures, 2003, 81(18):1931-1940.
- [8] AZADI M, POURAKBAR S, KASHFI A. Assessment of optimum settlement of structure adjacent urban tunnel by using neural network methods [J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2013, 37:1-9.
- [9] PENG Y, DONG M. A prognosis method using age-dependent hidden semi-Markov model for equipment health prediction [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2011, 25(1):237-252.
- [10] JIN G, MATTHEWS D E, ZHOU Z. A Bayesian framework for on-line degradation assessment and residual life prediction of secondary batteries in spacecraft [J]. Reliability Engineering & System Safety, 2013, 113:7-20.
- [11] 李德毅, 刘常昱. 论正态云模型的普适性 [J]. 中国工程科学, 2004, 6(8):28-34.
- [12] 苏晓燕. 关联证据融合研究 [D]. 上海: 上海交通大学, 2014.
- [13] WANG G, XU C, LI D. Generic normal cloud model [J]. Information Sciences, 2014, 280:1-15.
- [14] 邓聚龙. 灰理论基础 [M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2002:172-195.
- [15] 姚云峰, 伍逸夫, 冯玉光, 等. 装备健康状态评估方法研究 [J]. 现代防御技术, 2012, 40(5):156-161.
- [16] 张仕新, 笱翔, 李浩. 基于云重心评估法和熵值法的装备技术状态评估 [J]. 计算机测量与控制, 2014, 22(12):4015-4018.
- [17] 丛林虎, 徐廷学, 董琪, 等. 基于改进证据理论的导弹状态评价方法 [J]. 科技导报, 2013, 31(30):15-18.
- (上接第 34 页)
- [10] 周家新, 陈建勇, 单志超, 等. 航空磁探中潜艇磁场建模方法分析 [J]. 海军航空工程学院学报, 2017, 32(1):143-148.
- [11] 翁行泰, 曹梅芬. 磁异探潜中潜艇的数学模型 [J]. 上海交通大学学报, 1995, 29(3):27-32.
- [12] 林春生. 舰船磁场信号检测与磁性目标定位 [D]. 武汉: 海军工程大学, 1996.
- [13] LIU Z, PANG H, PAN M. Calibration and compensation of geomagnetic vector measurement system and improvement of magnetic anomaly detection [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing Letters, 2016, 13(3):447-451.
- [14] 周耀忠, 张国友. 舰船磁场分析计算 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2004:104-200.
- [15] OLIVIER C, COULOMB J, BONGIRAUD J. Recent improvements for solving inverse magnetostatic problem applied to thin shells [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2002, 38(2):1005-1008.
- [16] 郭志道, 陈超, 陶春辉, 等. 有限长圆柱体磁异常场全空间正演方法 [J]. 地球物理学报, 2017, 60(4):1557-1570.
- [17] 刘胜道, 刘大明, 肖昌汉, 等. 基于遗传算法的磁性目标磁模型 [J]. 武汉理工大学学报, 2008, 32(6):1017-1020.
- [18] 张朝阳, 肖昌汉, 徐杰. 基于微粒群优化算法的舰船磁模型分析 [J]. 华中科技大学学报, 2010, 38(11):124-128.
- [19] SHEINKER A, SALOMONSKI N, GINZBURG B, et al. Aeromagnetic search using genetic algorithm [C]//Progress in Electromagnetics Research Symposium (PIERS), Hangzhou, 2005:492-495.