

引用格式: 乔惠娇, 王洪雁, 裴炳南. 改善 MIMO-STAP 检测性能的收发联合优化方法[J]. 电光与控制, 2018, 25(11): 73-78. QIAO H J, WANG H Y, PEI B N. Joint optimization of transmitter and receiver to improve MIMO-STAP detection performance[J]. Electronics Optics & Control, 2018, 25(11): 73-78.

改善 MIMO-STAP 检测性能的收发联合优化方法

乔惠娇, 王洪雁, 裴炳南

(大连大学辽宁省北斗高精度位置服务技术工程实验室, 辽宁 大连 116622)

摘要: 针对复杂环境下基于多输入多输出(MIMO)雷达空时自适应处理(STAP)检测性能较差的问题,提出一种发射波形及接收权联合优化方法以改善 MIMO-STAP 检测性能。在建立 MIMO-STAP 模型基础上,基于最大化输出信干噪比(SINR)准则,在发射波形恒模特性、抑制杂波以及降低旁瓣等约束下构建发射波形及接收权联合优化问题以最大化输出 SINR 进而改善 MIMO-STAP 检测性能。为求解所得复杂非线性问题,提出一种迭代算法,所提算法中每一步都可转化为半定规划问题(SDP),因而可获得高效求解。数值仿真表明,与仅考虑杂波抑制、旁瓣抑制算法及不相关波形相比,所提算法可显著改善 MIMO-STAP 的检测性能。

关键词: 多输入多输出雷达; 恒模约束; 旁瓣抑制; 杂波抑制; 半定规划

中图分类号: TN911.23 **文献标志码:** A **doi:**10.3969/j.issn.1671-637X.2018.11.014

Joint Optimization of Transmitter and Receiver to Improve MIMO-STAP Detection Performance

QIAO Hui-jiao, WANG Hong-yan, PEI Bing-nan

(Liaoning Engineering Laboratory of BeiDou High-precision Location Service, Dalian University, Dalian 116622, China)

Abstract: To solve the problem of poor performance of Space-Time Adaptive Processing (STAP) based on Multiple-Input Multiple-Output (MIMO) radar in complex environment, a method for joint optimization of transmitting the waveform and receiving the weight is proposed to improve the performance of MIMO-STAP detection. After building the MIMO-STAP model, according to the criterion of maximizing the output Signal to Interference plus Noise Ratio (SINR), the joint optimization of transmitting the waveform and receiving the weight is constructed under the constraints of the property of constant modulus of the transmitted waveforms, clutter suppression, and sidelobe reduction to maximize the output SINR, so that the detection performance of MIMO-STAP can be enhanced. To tackle the obtained sophisticated nonlinear issue, an iterative algorithm is proposed. Each step of the proposed algorithm can be transformed into a Semi-Definite Programming (SDP) problem, and hence it can be solved in an efficient way. Numerical simulations have proved that: Compared with the method only considering clutter suppression, the one only concerning sidelobe suppression, and uncorrelated waveforms, the proposed algorithm can significantly improve the detection performance of MIMO-STAP.

Key words: MIMO radar; constraint of constant modulus; sidelobe suppression; clutter suppression; SDP

0 引言

近年来,随着多输入多输出(Multi-Input Multi-Output, MIMO)通信的蓬勃发展,以及雷达为突破自身

限制对新理论、新技术的需求,MIMO 雷达概念应运而生^[1]。与只能发射相干波形的相控阵雷达相比,MIMO 雷达可利用多个发射单元发射几乎任意波形。按照天线距离的不同,MIMO 雷达可分为分布式 MIMO 雷达和集中式 MIMO 雷达^[2]。分布式 MIMO 雷达相邻阵元之间有较大间距,可从不同角度对目标进行检测,从而可利用空间分集提高目标检测性能^[3-4];相反地,集中式 MIMO 雷达相邻接收阵元之间间距较近,因此只能从某个角度对目标进行观测,以获得更多系统自由度,进

收稿日期:2017-11-23

修回日期:2017-12-22

基金项目:国家自然科学基金(61301258,61271379);中国博士后科学基金(2016M590218)

作者简介:乔惠娇(1992—),女,河南济源人,硕士生,研究方向为阵列信号处理。

而可改善角度分辨力、参数辨识能力、参数估计精度,以及干扰抑制性能^[5]。

MIMO 雷达研究领域中,波形优化一直是非常活跃的方向之一。MIMO 雷达波形优化问题通常可归纳为如下两种类型:只考虑发射端波形优化,以及联合优化发射波形及接收权。FRIEDLANDER 首先通过设计发射波形以最大化输出信干噪比(SINR)进而改善 MIMO 雷达检测性能^[6]。然而,其基于梯度算法求解所得优化问题,不能保证 SINR 在每次迭代中不减,进而不能确保收敛。针对此问题,CHEN 提出一种接收权及发射波形联合优化的迭代算法,所提算法可保证迭代中每一步不减,进而可确保迭代收敛^[7]。

为了提高 MIMO 雷达检测性能,众多基于空时自适应处理(Space-Time Adaptive Processing, STAP)技术的 MIMO 雷达检测算法相继被提出^[8-9]。STAP 技术具有同时抑制杂波和干扰的特性,既可实现与复杂外界环境的有效匹配,又可在一定程度上补偿系统误差造成的影响,因而可显著改善雷达系统性能^[10]。基于此,WANG 等深入研究了 MIMO-STAP 杂波秩与发射波形的关系,并给出确定杂波秩的准则^[11];此外,WANG 等通过设计发射波形以改善 MIMO-STAP 检测性能^[12];然而,上述文献仅考虑通过优化发射端以改善 MIMO-STAP 检测性能。众所周知,在传统相控阵系统中可通过设计接收权改善 STAP 检测性能^[13];因此,可以综合发射波形及接收权的优势以改善 MIMO-STAP 检测性能,文献[14-15]只讨论了理想环境下发射波形和接收权联合优化问题,而未同时考虑抑制杂波、降低旁瓣等问题。

针对上述问题,本文考虑通过联合优化发射波形及接收权值以改善 MIMO-STAP 检测性能。可以证明,高斯噪声条件下最大化检测概率等价于最大化输出 SINR^[16]。因此,基于最大化输出 SINR 准则,本文在发射波形恒模特性、抑制杂波及降低旁瓣等约束下构建发射波形及接收权联合优化问题以最大化输出 SINR 进而改善 MIMO-STAP 检测性能。为求解所得复杂非线性问题,本文提出一种基于迭代的方法以交替优化发射波形及接收权。需要注意的是,所提方法中的每一步都可转化为半定规划(SDP)问题,从而可以获得高效求解。

1 问题提出

MIMO-STAP 雷达可建模如下:收发阵列均是均匀线阵,接收阵元和发射阵元个数分别为 N 和 M ,收发间距分别为 d_r 和 d_t ,且均平行分布。雷达平台沿收发阵列方向匀速直线飞行,且脉冲间隔为 T 。在此场景下,本节将首先分别对目标、杂波及噪声进行建模。

考虑目标信号模型。记发射信号矩阵为 $S = (s_1 \ s_2 \ \dots \ s_M)^T$,其中, $s_m \in \mathbf{C}^{K \times 1}$ 表示第 m 个发射单元的波形样本, K 为样本数,则第 l 个脉冲下的目标接收信号可表示为^[17]

$$Y_l = \alpha_l e^{j2\pi f_d l} \mathbf{a} \mathbf{b}^T S \quad (1)$$

式中: $f_d = 2(v \sin \theta_l + v_l)T/\lambda$ 为目标多普勒频率, v 和 v_l 分别表示该雷达站和目标相对于 MIMO 雷达的速度; α_l 和 θ_l 分别表示目标信号的复振幅和位置; $\mathbf{a} = (1 \ e^{j2\pi f_s} \ \dots \ e^{j2\pi(N-1)f_s})^T$ 为目标接收导向矢量; $\mathbf{b} = (1 \ e^{j2\pi \gamma f_s} \ \dots \ e^{j2\pi(M-1)\gamma f_s})^T$ 为目标发射导向矢量, $\gamma = d_t/d_r$, $f_s = d_r \cdot \sin \theta_l/\lambda$ 为目标空间频率, λ 为载波波长。

基于矢量化公式 $\text{vec}(\mathbf{ABC}) = (\mathbf{C}^T \otimes \mathbf{A}) \text{vec}(\mathbf{B})$,且若 \mathbf{x}, \mathbf{y} 为向量,则 $\text{vec}(\mathbf{xy}^T) = \mathbf{y} \otimes \mathbf{x}$,可得目标信号矢量化输出为

$$y_l = \alpha_l e^{j2\pi f_d l} (\mathbf{S}^T \otimes \mathbf{I}_N) (\mathbf{b} \otimes \mathbf{a}) \quad (2)$$

式中: $y_l = \text{vec}(Y_l)$; \otimes 表示 Kronecker 积; \mathbf{I}_N 表示 $N \times N$ 单位矩阵。

设相干脉冲处理周期(Coherent Pulse Interval, CPI)脉冲数为 L ,则在一个 CPI 中 MIMO 雷达接收目标信号为 $\mathbf{X}_l = (y_1^T \ y_2^T \ y_3^T \ \dots \ y_L^T)^T \in \mathbf{C}^{KNL \times 1}$,由式(2)可得

$$\mathbf{X}_l = \alpha_l \mathbf{d} \otimes (\mathbf{S}^T \otimes \mathbf{I}_N) (\mathbf{b} \otimes \mathbf{a}) \quad (3)$$

式中, $\mathbf{d} = (1 \ e^{j2\pi f_d} \ \dots \ e^{j2\pi(L-1)f_d})^T$ 为目标多普勒导向矢量。

根据 Kronecker 积性质 $(\mathbf{A} \otimes \mathbf{B})(\mathbf{C} \otimes \mathbf{D}) = (\mathbf{AC}) \otimes (\mathbf{BD})$,式(3)可改写为

$$\mathbf{X}_l = \alpha_l (\mathbf{I}_L \otimes \mathbf{S}^T \otimes \mathbf{I}_N) (\mathbf{d} \otimes \mathbf{b} \otimes \mathbf{a}) = \alpha_l \mathbf{X} \mathbf{u}_l(\theta_l) \quad (4)$$

式中: $\mathbf{X} = \mathbf{I}_L \otimes \mathbf{S}^T \otimes \mathbf{I}_N$; $\mathbf{u}_l(\theta_l) = \mathbf{d} \otimes \mathbf{b} \otimes \mathbf{a}$ 为目标空时频导向矢量。

在接收端需要对接收信号进行滤波处理以得到目标检测充分统计量。则基于式(4),可得滤波器输出为

$$Y = \alpha_l \mathbf{w}^H \mathbf{X} \mathbf{u}_l(\theta_l) \quad (5)$$

式中, $\mathbf{w} \in \mathbf{C}^{KNL \times 1}$ 为滤波系数。

由式(5)可知,目标信号输出功率可表示为

$$P_l(\theta) = |\alpha_l \mathbf{w}^H \mathbf{X} \mathbf{u}_l(\theta_l)|^2 = \alpha_l^2 \mathbf{u}_l^H(\theta_l) \mathbf{X}^H \mathbf{w} \mathbf{w}^H \mathbf{X} \mathbf{u}_l(\theta_l) \quad (6)$$

与目标信号类似,本文考虑系统接收杂波信号建模,杂波可建模为 N_c 个杂波块的叠加,则 L 个 CPI 脉冲条件下杂波可表示为^[18]

$$\mathbf{X}_c = \sum_{\ell=-KNL+1}^{KNL-1} \sum_{c=1}^{N_c} \alpha_c \mathbf{I}(\ell) \mathbf{X} \mathbf{u}_c(\theta_c) \quad (7)$$

式中: α_c 和 θ_c 分别表示杂波信号的复振幅和位置; $\mathbf{u}_c(\theta_c) = \mathbf{d}_c \otimes \mathbf{b}_c \otimes \mathbf{a}_c$ 为杂波空时频导向矢量; $\mathbf{a}_c = (1 \ e^{j2\pi f_{s,c}} \ \dots \ e^{j2\pi(N-1)f_{s,c}})^T$ 为杂波接收导向矢量, $\mathbf{b}_c = (1 \ e^{j2\pi \gamma f_{s,c}} \ \dots \ e^{j2\pi(M-1)\gamma f_{s,c}})^T$ 为杂波发射导向矢量,

$f_{s,c} = d_n \sin \theta_c / \lambda$ 为杂波空间频率, $\mathbf{d}_c = (1 \ e^{j2\pi f_{b,c}} \ \dots \ e^{j2\pi(L-1)f_{b,c}})^T$ 为杂波多普勒导向矢量, $f_{b,c} = 2vT \sin \theta_c / \lambda$ 为杂波多普勒频率; $\Gamma(\ell) \in \mathbf{C}^{LKN \times LKN}$ 为杂波延迟矩阵^[18]。

类似地,接收端对杂波进行滤波处理可得

$$\Psi = \sum_{\ell=-KNL+1}^{KNL-1} \sum_{c=1}^{N_c} \alpha_c \mathbf{w}^H \Gamma(\ell) \mathbf{X} \mathbf{u}_c(\theta_c) \quad (8)$$

式中, $\mathbf{w} \in \mathbf{C}^{NKL \times 1}$ 为滤波系数。

由式(8)可知,位于 θ_c 的杂波输出功率为

$$P_c(\theta_c) = \sum_{\ell=-KNL+1}^{KNL-1} |\alpha_c \mathbf{w}^H \Gamma(\ell) \mathbf{X} \mathbf{u}_c(\theta_c)|^2 = \sum_{\ell=-KNL+1}^{KNL-1} \alpha_c^2 \mathbf{u}_c^H(\theta_c) \mathbf{X}^H \Gamma^H(\ell) \mathbf{w} \mathbf{w}^H \Gamma(\ell) \mathbf{X} \mathbf{u}_c(\theta_c) \quad (9)$$

下面考虑系统噪声建模,噪声可建模为高斯白噪声^[16],则 L 个 CPI 脉冲条件下的噪声可表示为

$$\mathbf{z} = (\text{vec}^T(\mathbf{Z}_1) \ \text{vec}^T(\mathbf{Z}_2) \ \dots \ \text{vec}^T(\mathbf{Z}_L))^T \quad (10)$$

式中: $\mathbf{Z}_l \in \mathbf{C}^{N \times K}$, $l=1, \dots, L$, \mathbf{Z}_l 的列假设是均值为 0、协方差矩阵为 $\alpha_z^2 \mathbf{I}$ 的独立同分布圆对称复高斯矢量, α_z^2 为噪声功率^[12]。

可以证明,高斯噪声条件下最大化检测概率等价于最大化输出 SINR^[16]。则基于上述目标、杂波及噪声模型, MIMO-STAP 输出 SINR 可表示为^[19]

$$R_{\text{SINR}}(\mathbf{X}, \mathbf{w}) = \frac{|\mathbf{w}^H \boldsymbol{\chi}_1|^2}{\mathbf{w}^H E[\boldsymbol{\chi}_c \boldsymbol{\chi}_c^H + \mathbf{z} \mathbf{z}^H] \mathbf{w}} = \frac{|\alpha_c|^2 |\mathbf{w}^H \mathbf{X} \mathbf{u}_1(\theta_1)|^2}{\mathbf{w}^H (\mathbf{R}_c + \mathbf{R}_z) \mathbf{w}} \quad (11)$$

式中: $\mathbf{R}_c = E[\boldsymbol{\chi}_c \boldsymbol{\chi}_c^H] = |\alpha_c|^2 \left| \sum_{\ell=-KNL+1}^{KNL-1} \sum_{c=1}^{N_c} \Gamma(\ell) \mathbf{X} \mathbf{u}_c(\theta_c) \right|^2$;

$\mathbf{R}_z = E[\mathbf{z} \mathbf{z}^H] = \alpha_z^2 \mathbf{I}$ 。

工程实际中,雷达射频放大器通常工作在过饱和状态,使得发射波形呈现恒模特性从而避免非线性效应^[20]。恒模约束为:将波形 \mathbf{S} 每个元素模数约束为常数,通常可通过相位编码实现,即

$$s(i) = \frac{1}{\sqrt{MK}} e^{j\varphi_i} \quad i=1, \dots, MK \quad (12)$$

式中, φ_i 表示发射波形 $s(i)$ 的相位。

需要注意的是,实际应用中,为改善系统检测性能,不仅要考虑降低杂波功率,还需考虑旁瓣抑制问题^[21]。若旁瓣较高,会掩盖附近弱小目标,从而造成检测概率下降。因此,本文需要通过收发联合设计将旁瓣与杂波均限定在给定阈值内。

基于以上讨论可知,在恒模约束、旁瓣及杂波抑制条件下,最大化输出 SINR 以提高 MIMO-STAP 检测概率的发射波形及接收权值联合优化问题可表示为^[22]

$$\max_{\mathbf{w}, \mathbf{X}} \alpha_1^2 \mathbf{u}_1^H(\theta_1) \mathbf{X}^H \mathbf{w} \mathbf{w}^H \mathbf{X} \mathbf{u}_1(\theta_1) \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \text{s. t. } & |\mathbf{u}_s^H(\theta_s) \mathbf{X}^H \mathbf{w} \mathbf{w}^H \mathbf{X} \mathbf{u}_s(\theta_s)| \leq \mu, \theta_s \in \Theta_s, \\ & \left| \sum_{\ell=-KNL+1}^{KNL-1} \alpha_c^2 \mathbf{u}_c^H(\theta_c) \mathbf{X}^H \Gamma^H(\ell) \mathbf{w} \mathbf{w}^H \Gamma(\ell) \mathbf{X} \mathbf{u}_c(\theta_c) \right| \leq \sigma, \\ & \theta_c \in \Theta_c, |s(i)| = \frac{1}{\sqrt{MK}}, i=1, \dots, MK \end{aligned}$$

式中: Θ_c 为杂波范围; Θ_s 为旁瓣范围; μ 和 σ 分别为旁瓣水平和杂波水平阈值。

由于发射波形 \mathbf{S} 为恒模约束,因而上述联合优化问题为 NP 问题^[23]。此问题难以利用凸优化等传统优化方法求解,如若采用基于梯度的方法,则收敛性不能保证。

2 所提迭代算法

为求解式(13)的复杂非线性联合优化问题,本文将采用迭代算法对 \mathbf{S} 和 \mathbf{w} 进行交替优化,即首先固定 \mathbf{S} 以求解 \mathbf{w} ; 其次,固定 \mathbf{w} 以求解 \mathbf{S} 。首先考虑固定 \mathbf{S} 求解 \mathbf{w} , 则仅考虑接收权设计的优化问题可表示为

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{w}} & \alpha_1^2 \mathbf{u}_1^H(\theta_1) \mathbf{X}^H \mathbf{w} \mathbf{w}^H \mathbf{X} \mathbf{u}_1(\theta_1) \quad (14) \\ \text{s. t. } & |\mathbf{u}_s^H(\theta_s) \mathbf{X}^H \mathbf{w} \mathbf{w}^H \mathbf{X} \mathbf{u}_s(\theta_s)| \leq \mu, \theta_s \in \Theta_s, \\ & \sum_{\ell=-KNL+1}^{KNL-1} \alpha_c^2 \mathbf{u}_c^H(\theta_c) \mathbf{X}^H \Gamma^H(\ell) \mathbf{w} \mathbf{w}^H \Gamma(\ell) \mathbf{X} \mathbf{u}_c(\theta_c) \leq \sigma, \\ & \theta_c \in \Theta_c. \end{aligned}$$

由 $\text{tr}(\mathbf{u}_1^H(\theta_1) \mathbf{X}^H \mathbf{w} \mathbf{w}^H \mathbf{X} \mathbf{u}_1(\theta_1)) = \text{tr}(\mathbf{w}^H \mathbf{X} \mathbf{u}_1(\theta_1) \cdot \mathbf{u}_1^H(\theta_1) \mathbf{X}^H \mathbf{w})$ 可知,式(14)问题可改写为如下 SDP 问题^[24],即

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{w}} & -t_1 \quad (15) \\ \text{s. t. } & \mathbf{w}^H \mathbf{Q}_1 \mathbf{w} \leq t_1; \mathbf{w}^H \mathbf{Q}_s \mathbf{w} \leq \mu, \theta_s \in \Theta_s, \\ & \mathbf{w}^H \mathbf{Q}_c \mathbf{w} \leq \sigma, \theta_c \in \Theta_c. \end{aligned}$$

式中: t_1 为辅助变量; $\mathbf{Q}_1 = \mathbf{X} \mathbf{u}_1(\theta_1) \mathbf{u}_1^H(\theta_1) \mathbf{X}^H$; $\mathbf{Q}_c = \sum_{\ell=-KNL+1}^{KNL-1} \Gamma(\ell) \mathbf{X} \mathbf{u}_c(\theta_c) \mathbf{u}_c^H(\theta_c) \mathbf{X}^H \Gamma^H(\ell)$, $\mathbf{Q}_s = \mathbf{X} \mathbf{u}_s(\theta_s) \cdot \mathbf{u}_s^H(\theta_s) \mathbf{X}^H$, 且由于 α_1^2, α_c^2 为常量,不影响优化结果,故删去。

考虑固定 \mathbf{w} 以求解 \mathbf{S} 的波形设计问题。基于式(15)求得接收权条件下,波形设计问题可表示为

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{X}} & \alpha_1^2 \mathbf{u}_1^H(\theta_1) \mathbf{X}^H \mathbf{w} \mathbf{w}^H \mathbf{X} \mathbf{u}_1(\theta_1) \quad (16) \\ \text{s. t. } & |\mathbf{u}_s^H(\theta_s) \mathbf{X}^H \mathbf{w} \mathbf{w}^H \mathbf{X} \mathbf{u}_s(\theta_s)| \leq \mu, \theta_s \in \Theta_s, \\ & \sum_{\ell=-KNL+1}^{KNL-1} \alpha_c^2 \mathbf{u}_c^H(\theta_c) \mathbf{X}^H \Gamma^H(\ell) \mathbf{w} \mathbf{w}^H \Gamma(\ell) \mathbf{X} \mathbf{u}_c(\theta_c) \leq \sigma, \\ & \theta_c \in \Theta_c, |s(i)| = \frac{1}{\sqrt{MK}}, i=1, \dots, MK. \end{aligned}$$

根据 $\text{tr}(\mathbf{ABCD}) = \text{vec}^T(\mathbf{D}^T) (\mathbf{C}^T \otimes \mathbf{A}) \text{vec}(\mathbf{B})$ 及 $\text{tr}(\mathbf{u}_1^H(\theta_1) \mathbf{X}^H \mathbf{w} \mathbf{w}^H \mathbf{X} \mathbf{u}_1(\theta_1)) = \text{tr}(\mathbf{w} \mathbf{w}^H \mathbf{X} \mathbf{u}_1(\theta_1) \mathbf{u}_1^H(\theta_1) \mathbf{X}^H)$ 可知,式(16)可重写为

$$\max_{\mathbf{X}} \alpha_1^2 \text{vec}^H(\mathbf{X}) (\mathbf{U}_1^T \otimes \mathbf{W}) \text{vec}(\mathbf{X}) \quad (17)$$

$$\text{s. t. } \text{vec}^H(\mathbf{X})(\mathbf{U}_s^T \otimes \mathbf{W})\text{vec}(\mathbf{X}) \leq \mu, \theta_s \in \Theta_s,$$

$$\sum_{\ell=-KNL+1}^{KNL-1} \alpha_c^2 \text{vec}^H(\mathbf{X})(\mathbf{U}_c^T \otimes \mathbf{H})\text{vec}(\mathbf{X}) \leq \sigma, \theta_c \in \Theta_c,$$

$$|s(i)| = \frac{1}{\sqrt{MK}}, i = 1, \dots, MK, \text{ 式中: } \text{vec}^H(\mathbf{X}) = \text{vec}^T((\mathbf{X}^H)^T); \mathbf{U}_s = \mathbf{u}_s(\theta_s) \mathbf{u}_s^H(\theta_s); \mathbf{W} = \mathbf{w} \mathbf{w}^H; \mathbf{U}_l = \mathbf{u}_l(\theta_l) \cdot \mathbf{u}_l^H(\theta_l); \mathbf{U}_c = \mathbf{u}_c(\theta_c) \mathbf{u}_c^H(\theta_c), \mathbf{H} = \mathbf{F}^H(\ell) \mathbf{w} \mathbf{w}^H \mathbf{F}(\ell).$$

由 Kronecker 积矢量化性质: $\text{vec}(\mathbf{A} \otimes \mathbf{B}) = (\mathbf{I}_m \otimes \mathbf{K}_{qp} \otimes \mathbf{I}_n) (\text{vec}(\mathbf{A}) \otimes \text{vec}(\mathbf{B}))$, \mathbf{K}_{qp} 为置换矩阵, $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{p \times m}$, $\mathbf{B} \in \mathbf{R}^{n \times q}$, 可得

$$\text{vec}(\mathbf{X}) = \text{vec}(\mathbf{I}_L \otimes \mathbf{S}^T \otimes \mathbf{I}_N) = (\mathbf{I}_L \otimes \mathbf{K}_{MN \times L} \otimes \mathbf{I}_{KN}) \cdot$$

$$(\text{vec}(\mathbf{I}_L) \otimes \text{vec}(\mathbf{S}^T \otimes \mathbf{I}_N)) = (\mathbf{I}_L \otimes \mathbf{K}_{MN \times L} \otimes \mathbf{I}_{KN}) \cdot$$

$$(\text{vec}(\mathbf{I}_L) \otimes \mathbf{I}_M \otimes \mathbf{K}_{N \times K} \otimes \mathbf{I}_N) (\text{vec}(\mathbf{S}^T) \otimes \text{vec}(\mathbf{I}_N)) = \mathbf{g} \mathbf{J}$$
(18)

式中: $\mathbf{g} = (\mathbf{I}_L \otimes \mathbf{K}_{MN \times L} \otimes \mathbf{I}_{KN}) (\text{vec}(\mathbf{I}_L) \otimes \mathbf{I}_M \otimes \mathbf{K}_{N \times K} \otimes \mathbf{I}_N)$; $\mathbf{J} = (\text{vec}(\mathbf{S}^T) \otimes \text{vec}(\mathbf{I}_N))$ 。

基于式(18), 式(17)可重新表示为

$$\max_{\mathbf{X}} \alpha_i^2 \mathbf{J}^H \mathbf{g}^H (\mathbf{U}_i^T \otimes \mathbf{W}) \mathbf{g} \mathbf{J} \quad (19)$$

$$\text{s. t. } \mathbf{J}^H \mathbf{g}^H (\mathbf{U}_s^T \otimes \mathbf{W}) \mathbf{g} \mathbf{J} \leq \mu, \theta_s \in \Theta_s,$$

$$\sum_{\ell=-KNL+1}^{KNL-1} \alpha_c^2 \mathbf{J}^H \mathbf{g}^H (\mathbf{U}_c^T \otimes \mathbf{H}) \mathbf{g} \mathbf{J} \leq \sigma, \theta_c \in \Theta_c.$$

$$|s(i)| = 1/\sqrt{MK}, i = 1, \dots, MK.$$

由 $(\mathbf{A} \otimes \mathbf{B})(\mathbf{C} \otimes \mathbf{D}) = (\mathbf{AC}) \otimes (\mathbf{BD})$ 及 $\text{tr}(\mathbf{AB}) = \text{tr}(\mathbf{BA})$ 可知, 式(19)可松弛为如下 SDP 问题^[24], 即

$$\max_{\Xi} \text{tr}(\alpha_i^2 \mathbf{g}^H (\mathbf{U}_i^T \otimes \mathbf{W}) \mathbf{g} (\Xi \otimes \mathbf{A})) \quad (20)$$

$$\text{s. t. } \text{diag}(\Xi) = \mathbf{I}, \Xi \succeq 0,$$

$$\text{tr}(\mathbf{g}^H (\mathbf{U}_s^T \otimes \mathbf{W}) \mathbf{g} (\Xi \otimes \mathbf{A})) \leq \mu, \theta_s \in \Theta_s,$$

$$\text{tr}(\sum_{\ell=-KNL+1}^{KNL-1} \alpha_c^2 \mathbf{g}^H (\mathbf{U}_c^T \otimes \mathbf{H}) \mathbf{g} (\Xi \otimes \mathbf{A})) \leq \sigma, \theta_c \in \Theta_c.$$

式中: $\mathbf{A} = \text{vec}(\mathbf{I}_N) \text{vec}^H(\mathbf{I}_N)$; $\Xi = \text{vec}(\mathbf{S}^T) \text{vec}^H(\mathbf{S}^T)$ 。式(15)、式(20)的 SDP 问题可通过凸优化工具包(比如 CVX^[25])实现高效求解。

值得注意的是, 式(20)只能得到具有恒模约束、旁瓣抑制和杂波抑制的波形相关矩阵。因此, 为求解发射波形 \mathbf{S} , 可生成一组独立同分布高斯向量 ξ_k , 其中 $\xi_k \sim N(0, \mathbf{Z}_0)$, $k = 1, \dots, Q$ 为随机化次数, 协方差矩阵

$$\mathbf{Z}_0 = \Xi \Theta [\mathbf{p} \mathbf{p}^H], \Theta \text{ 表示 Hadamard 积, } \mathbf{p} = \left(\frac{1}{\sqrt{MK}} \right) \mathbf{I}^T.$$

由上述分析可得最优发射波形 \mathbf{S}^T 的矢量化形式, 即

$$\mathbf{s}^A = \arg \max_{s_k} \alpha_i^2 [s_k \otimes \text{vec}(\mathbf{I}_N)]^H \mathbf{g}^H (\mathbf{U}_i^T \otimes \mathbf{W}) \cdot$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{s}_k \otimes \text{vec}(\mathbf{I}_N)) \quad (21)$$

式中, $s_k(i) = \mathbf{p}^* \zeta(\xi_k(i))$, $\zeta(\xi_k(i)) = e^{j \arg(\xi_k(i))}$ 。

基于以上讨论, 本文迭代算法具体步骤描述如下:

1) 通过式(15)获得最优权 \mathbf{w} ; 2) 通过式(21)获得优

化波形 \mathbf{S} ; 3) 重复步骤 1), 2) 直到系统输出 SINR 变化不大, 迭代终止条件设置为 $\|S_{\text{SINR}}^{i+1} - S_{\text{SINR}}^i\| \leq 10^{-2}$, 其中 i 表示迭代次数。

3 数值仿真与分析

本章通过与仅考虑旁瓣抑制、杂波抑制的算法以及不相关波形对比以验证所提算法的有效性。实验仿真参数设置如下: 收发均采用均匀线性阵列, 发射接收阵元个数分别为 $M=4$ 和 $N=4$, 脉冲数 $L=3$, 信号编码长度 $K=16$, 雷达平台速度 $v=200$ m/s, 平台高度 $h=9$ km, 多普勒频率 $f_D=0.0649$, 感兴趣距离 12.728 km, 目标速度 $v_t=100$ m/s。为比较不同条件下所提算法的有效性, 仿真实验采用两种不同配置的 MIMO 雷达: MIMO 雷达(0.5, 0.5), 即 $\gamma=1$, MIMO 雷达(1.5, 0.5), 即 $\gamma=3$, 括号中的数值分别代表发射阵元和接收阵元之间的间距。目标信号位置设为 $\theta_t=0^\circ$, 信噪比 SNR 为 α_i^2/α_c^2 , 其取值范围为 $[-20$ dB, 10 dB]; 杂波区域为 $[-60^\circ, 60^\circ]$, 采样个数 $N_c=1000$, 杂噪比 CNR 为 α_c^2/α_s^2 , 其取值范围为 $[10$ dB, 40 dB]; 感兴趣的旁瓣区域为 $[-60^\circ, -10^\circ] \cup [-10^\circ, -60^\circ]$ 。实验仿真采用正交线性调频波形 \mathbf{S}_0 作为参考波形, 即

$$\mathbf{S}_0(k, n) = \frac{\exp\{j2\pi k(n-1)/K\} \exp\{j\pi(n-1)^2/K\}}{\sqrt{KM}} \quad (22)$$

式中: $k=1, \dots, M; n=1, \dots, K$ 。

图 1 给出了 SNR 为 -10 dB, CNR 为 30 dB 条件下所提算法得到的最优发射方向图。从图 1 可看出, 所提算法在目标 $\theta_t=0^\circ$ 处放置了一高峰, 表明所提算法得到的优化波形可将发射功率集中于目标位置, 从而可提高目标检测概率。此外, 可看到图 1b 中有栅瓣出现, 这是由于 MIMO 雷达(1.5, 0.5) 发射阵元稀疏布置引起的。

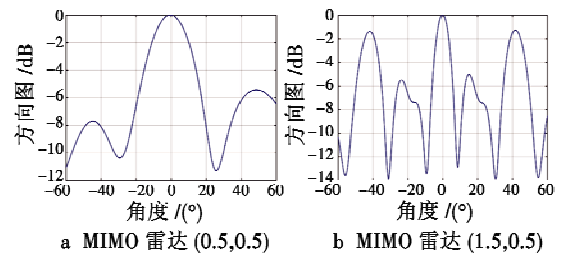


图 1 SNR 为 -10 dB、CNR 为 30 dB 条件下所提算法得到的最优发射方向图

Fig. 1 Optimal transmission beampatterns obtained by the proposed algorithm with SNR as -10 dB and CNR as 30 dB

图 2 为所提算法、仅考虑旁瓣抑制的算法以及发射不相关波形所得到的输出 SINR 随 SNR 或者 CNR 的变化曲线。从图 2 可看出, 3 种方法得到的输出 SINR 均随 SNR 的增加而增加, 随 CNR 的增加而降低。然而, 需要注意的是, 无论 SNR 或 CNR 为何值, 仅考虑

旁瓣抑制方法输出的 SINR 均高于不相关波形,表明仅考虑旁瓣抑制方法可以改善系统检测概率,且所提算法输出的 SINR 明显高于旁瓣抑制算法,进一步表明所提算法可以明显提高系统检测性能。此外,由图 2 可知,雷达 (1.5, 0.5) 输出的 SINR 略大于雷达 (0.5, 0.5),这可归因于雷达 (1.5, 0.5) 形成的虚拟孔径大于雷达 (0.5, 0.5),因此其可获得更大的分集增益。

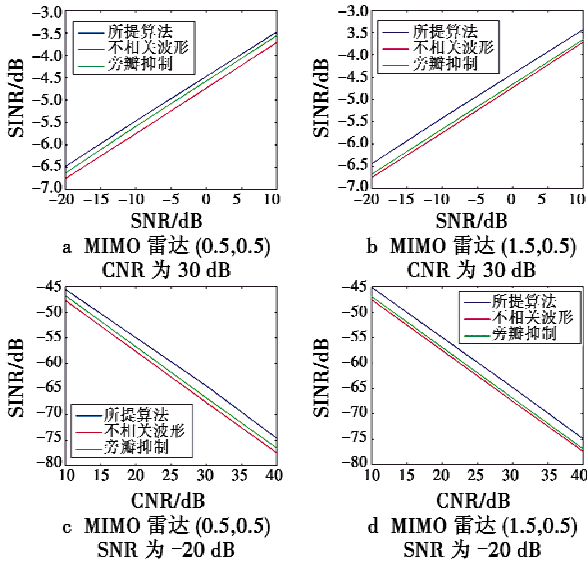


图 2 所提算法、旁瓣抑制以及发射不相关波形得到的输出 SINR 随 SNR 和 CNR 的变化曲线

Fig. 2 The output SINR of three methods vs SNR and CNR

图 3 为所提算法、仅考虑杂波抑制以及发射不相关波形所得到的输出 SINR 随 SNR 或者 CNR 的变化曲线。

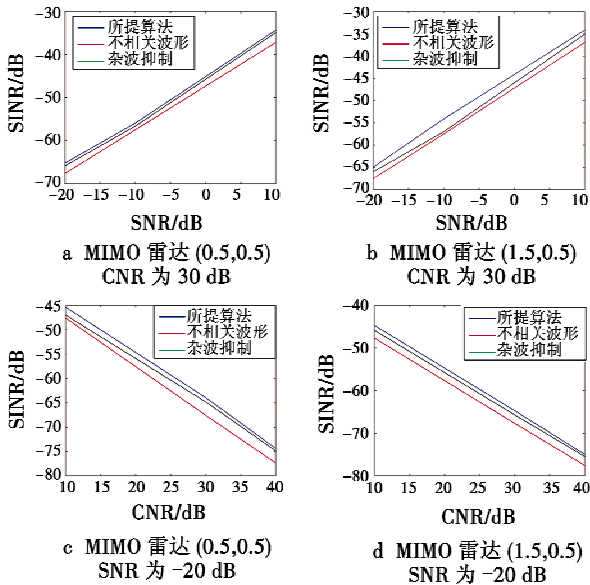


图 3 所提算法、杂波抑制以及发射不相关波形得到的输出 SINR 随 SNR 和 CNR 的变化曲线

Fig. 3 The output SINR of three methods vs SNR and CNR

由图 3 可知,3 种方法得到的输出 SINR 均随着

SNR 的增加而增加,随着 CNR 的增加而降低,且相对于杂波抑制及不相关波形,无论 SNR 或 CNR 为何值,所提算法得到的输出 SINR 均优于杂波抑制及不相关波形。图 3 表明,与仅考虑杂波抑制以及不相关波形相比,所提算法可以显著提高系统的检测性能。此外,由图 3 可得与图 2 类似结论,即雷达 (1.5, 0.5) 的输出 SINR 略大于雷达 (0.5, 0.5)。

为验证所提算法的收敛性,图 4 给出了 SNR 为 -20 dB、CNR 为 30 dB 条件下所提算法得到的输出 SINR 随迭代次数变化的曲线图。从图 4 可看出,随着迭代次数增加,所提算法得到的输出 SINR 波动逐渐变小,且无论哪种雷达配置,皆仅需 6 步左右迭代就趋于稳定,表明所提算法具有较好的收敛性。需要注意的是,由图 4 还可得到与图 2、图 3 类似结论:雷达 (1.5, 0.5) 得到的输出 SINR 略高于雷达 (0.5, 0.5)。

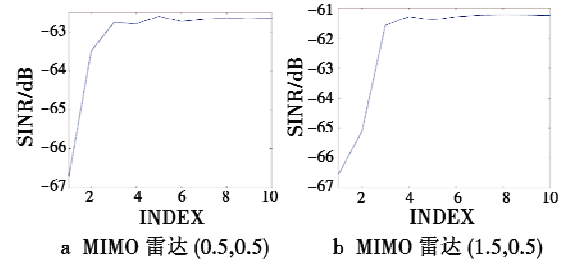


图 4 SNR 为 -20 dB、CNR 为 30 dB 条件下所提算法得到的输出 SINR 随迭代次数变化曲线图

Fig. 4 The output SINR obtained by the proposed algorithm vs the iteration numbers with SNR as -20 dB and CNR as 30 dB

4 结束语

本文研究了复杂环境下提高 MIMO-STAP 雷达系统检测概率的发射波形及接收权值联合优化问题。首先建立了 MIMO-STAP 系统模型,并基于最大化输出 SINR 准则,在发射波形恒模特性、抑制杂波以及降低旁瓣等约束下构建发射波形及接收权联合优化问题以最大化输出 SINR 从而改善 MIMO-STAP 检测性能。为求解所得复杂非线性问题,本文提出一种发射波形和接收权值联合交替优化的迭代算法,所提算法中每一步都可转化为 SDP 问题,因而可获得高效求解,且保证了算法的收敛性;数值仿真表明,与仅考虑杂波抑制、旁瓣抑制算法以及不相关波形相比,所提算法可显著改善 MIMO 雷达的检测性能。

参考文献

[1] LI J, STOICA P. MIMO radar signal processing [M]. Hoboken; Wiley-IEEE Press, 2008.

- [2] STOICA P, LI J, XIE Y. On probing signal design for MIMO radar [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(8):4151-4160.
- [3] HAIMOVICH A M, BLUM R S, CIMINI L J. MIMO radar with widely separated antennas [J]. *Signal Processing Magazine IEEE*, 2008, 25(1):116-129.
- [4] LI J, STOICA P, XU L, et al. On parameter identifiability of MIMO radar [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2007, 14(12):968-971.
- [5] FUHRMANN D R, ANTONIO G S. Transmit beamforming for MIMO radar systems using signal cross-correlation [J]. *IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems*, 2008, 44(1):171-186.
- [6] FRIEDLANDER B. Waveform design for MIMO radars [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, 43(3):1227-1238.
- [7] CHEN C Y, VAIDYANATHAN P P. MIMO radar waveform optimization with prior information of the extended target and clutter [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(9):3533-3544.
- [8] KLEMN R. Principles of space-time adaptive processing [M]. London: IEE Press, 2002.
- [9] FRIEDLANDER B. A subspace method for space time adaptive processing [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2004, 52(1):74-82.
- [10] WEN X, WANG A, LI L, et al. Direct data domain approach to space-time adaptive signal processing [C]// *Control, Automation, Robotics and Vision Conference, IEEE*, 2004:2070-2075.
- [11] WANG G, LU Y. Clutter rank of STAP in MIMO radar with waveform diversity [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(2):938-943.
- [12] WANG H, LIAO G, LI J, et al. Waveform optimization for MIMO-STAP to improve the detection performance [J]. *Signal Processing*, 2011, 91(11):2690-2696.
- [13] DATTA B N. Numerical linear algebra and applications [M]. Philadelphia: Siam, 2010.
- [14] AUBRY A, DE MAIO A, PIEZZO M, et al. Cognitive design of the receive filter and transmitted phase code in reverberating environment [J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2012, 6(9):822-833.
- [15] TANG B, TANG J. Joint design of transmit waveforms and receive filters for MIMO radar space-time adaptive processing [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, 64(18):4707-4722.
- [16] LI J, XU L, STOICA P, et al. Range compression and waveform optimization for MIMO radar: a Cramer-Rao bound based study [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(1):218-232.
- [17] LI H, HIMED B. Transmit subaperturing for MIMO radars with colocated antennas [J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2010, 4(1):55-65.
- [18] WANG Y C, LIU H, LUO Z Q. Iterative design of MIMO radar transmit waveforms and receive filter bank [C]// *IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing (ICASSP), IEEE*, 2010:2770-2773.
- [19] TANG B, LI J, ZHANG Y, et al. Design of MIMO radar waveform covariance matrix for clutter and jamming suppression based on space time adaptive processing [J]. *Signal Processing*, 2016, 121:60-69.
- [20] MAIO A D, NICOLA S D, HUANG Y, et al. Design of phase codes for radar performance optimization with a similarity constraint [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(2):610-621.
- [21] GONG P, SHAO Z, TU G, et al. Transmit beampattern design based on convex optimization for MIMO radar systems [J]. *Signal Processing*, 2014, 94(1):195-201.
- [22] PANDEY N, ROY L P. Convex optimisation based transmit beampattern synthesis for MIMO radar [J]. *Electronics Letters*, 2016, 52(9):761-763.
- [23] FORTNOW L. The status of the P versus NP problem [J]. *Communications of the ACM*, 2009, 52(9):78-86.
- [24] CUI G, LI H, RANGASWAMY M. MIMO radar waveform design with constant modulus and similarity constraints [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 62(2):343-353.
- [25] HAGHNEGAHDAR M, IMANI S, GHORASHI S A, et al. SINR enhancement in colocated MIMO radar using transmit covariance matrix optimization [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2017, 24(3):339-343.