

引用格式:魏迎军,张飞.一种随机传感器增益退化下的多传感融合估计方法[J].电光与控制,2018,25(1):44-48. WEI Y J, ZHANG F. A multi-sensor fusion estimating approach for stochastic sensor gain degradation[J]. Electronics Optics & Control, 2018, 25(1):44-48.

一种随机传感器增益退化下的多传感融合估计方法

魏迎军^a, 张 飞^b

(黄淮学院, a. 机械与能源工程学院; b. 信息工程学院, 河南 驻马店 463000)

摘要: 研究了传感器存在随机增益退化故障的不确定随机系统的融合状态估计问题。首先,将系统不确定性建模为系统矩阵中存在的随机参数扰动,利用期望与方差已知的随机变量描述传感器随机增益退化故障。然后,设计了一种局部估计器,并以估计器的增益为决策量,建立以矩阵加权融合估计误差为代价的优化问题。对于获得最优的决策增益的闭合形式是非常困难的,所以,选取融合估计误差的一个上界并对其进行最小化处理,得到次优的决策增益。最后,给出算例仿真来验证有效性。

关键词: 传感器; 随机增益退化; 模型不确定性; 局部估计器; 矩阵加权融合

中图分类号: O213.2 **文献标志码:** A **doi:**10.3969/j.issn.1671-637X.2018.01.010

A Multi-sensor Fusion Estimating Approach for Stochastic Sensor Gain Degradation

WEI Ying-jun^a, ZHANG Fei^b

(Huanghuai University, a. Mechanical and Energy Engineering College;
b. School of Information Engineering, Zhumadian 463000, China)

Abstract: The multi-sensor fusion estimation problem is investigated in the paper for a class of uncertain systems with stochastic sensor gain degradation. Firstly, the model's uncertainty is described by stochastic parameter perturbations considered in the system matrix. The sensor gain degradation is described by a random variable whose expectation and variance are assumed to be known. Then, a kind of local unbiased estimator is proposed, and an optimization problem is established by taking the matrix weighted fusion estimation error as the cost function, and the local filter gains as the decision variables. Considering that obtaining the closed form of the optimal consensus filter gains is a challenging problem, a set of sub-optimal local filter gains are computed based on minimizing an upper bound of the cost function. Finally, a simulation example is given to confirm the effectiveness of the proposed approach.

Key words: sensor; stochastic gain degradation; model's uncertainty; local estimator; matrix weighted fusion

0 引言

多传感器融合估计因其具有传统单传感器信号估计所不具备的一系列优点,被广泛应用于网络化系统、机器人遥控、生态环境监控、战场环境侦察、医疗以及通信等重要领域^[1-4]。在实际环境中,传感器因为环境的作用发生故障,而环境的未知也给系统模型带来了不确定性,导致系统融合估计性能严重恶化。为针

对系统的不确定性进行建模,文献[5-10]将系统中的不确定描述为系统方程中的随机参数变量或乘性噪声,其中有所区别的是,文献[5-8]建模的对象是时不变的。为了进一步拓展研究对象的范畴,文献[9-10]在分布式框架下,将时变系统作为研究对象,用乘性白噪声对不确定性进行描述,同时考虑测量数据丢失和非线性干扰,通过求解线性矩阵不等式(LMI),最终得到 H_∞ 融合估计器。

传感器失效是典型的传感器故障,然而由传感器老化、外界干扰导致的传感器增益退化^[11-13]并未得到广泛的研究,将退化考虑进多传感器系统的文献也极少。文献[14]在集中式融合框架下,考虑系统噪声为

收稿日期:2017-03-16

修回日期:2017-10-25

基金项目:河南省科技攻关项目(122102210510)

作者简介:魏迎军(1979—),男,河南遂平人,硕士,讲师,研究方向为多传感器融合技术、光学技术。

白噪声,各自给出了一种具有传感器增益退化和不确定性的多传感器融合估计算法。然而,虽然集中式的框架结构能使信息损失最少,从而使精度最高,但是考虑到其较差的灵活性、容错性和可实现性,不能作为最佳选择。文献[15]则考虑存在传输时延和丢包,提出一种具有增益退化和不确定的分布式估计器。文献[16]考虑传感器增益退化和模型不确定性,提出了一种简单的标量加权融合估计器,虽然方便实现且减轻了计算量,但是精度有待提高。本文在文献[14-15]观点的基础上,提出了一种具有传感器增益退化和模型不确定性的加权融合估计方法。其中,用系统矩阵中的随机参数扰动和期望与均值已知的随机变量分别对不确定性和传感器增益退化进行建模。同时采用了一种局部无偏估计器,利用最优矩阵加权融合方法^[16]将传输到中心节点的局部估计值进行矩阵加权计算,并以局部估计增益为决策量,建立以融合估计误差为代价的优化问题。因为得到最优的决策增益的闭合解析形式是极其困难的,因此考虑通过最小化融合估计误差的一个上界,从而得到次优的决策增益。

1 问题描述与分析

考虑如下离散系统方程

$$\mathbf{x}_{k+1} = (\mathbf{A}_k + g_k \hat{\mathbf{A}}_k) \mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k \quad (1)$$

式中: n 维系统状态 $\mathbf{x}_k \in \mathbf{R}^n$; \mathbf{A}_k 和 $\hat{\mathbf{A}}_k$ 是已知的维数与状态相匹配的矩阵;系统噪声 $\mathbf{w}_k \in \mathbf{R}^n$ 是协方差矩阵为 \mathbf{W}_k 的零均值白噪声;随机扰动 g_k 为乘性白噪声,并且已知其统计特性,即 $E\{g_k\} = \bar{g}_k, E\{g_k^2\} = \tilde{g}_k$ 。

假设融合系统由 N 个子系统组成,第 i 个子系统处的量测方程为

$$\mathbf{y}_k^i = f_k^i \mathbf{C}_k^i \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k^i \quad i=1,2,\dots,N \quad (2)$$

式中: $\mathbf{y}_k^i \in \mathbf{R}^{m^i}$ 表示第 i 个子系统的 m^i 维测量值; \mathbf{C}_k^i 为与状态维数匹配的量测矩阵;量测噪声 \mathbf{v}_k^i 为零均值白噪声,其协方差矩阵为 \mathbf{V}_k^i ,且假设 \mathbf{v}_k^i 与 \mathbf{w}_k, g_k 均互不相关。随机变量 f_k^i 分布在区间 $[a^i, b^i], 0 \leq a^i \leq b^i \leq 1$,用来描述传感器增益退化程度,且已知其统计特性,即 $E\{f_k^i\} = \bar{f}_k^i, E\{f_k^{i2}\} = \tilde{f}_k^i$ 。

为方便得出结论,本文进行如下假设。

假设1 统计变量 f_k^i, g_k, \mathbf{w}_k 和 \mathbf{v}_k^i 均相互独立。

假设2 初始状态记为 \mathbf{x}_0 ,与统计变量 f_k^i, g_k, \mathbf{w}_k 和 \mathbf{v}_k^i 相互独立,且有 $\hat{\mathbf{x}}_0 = E\{\mathbf{x}_0\}$,定义变量 $\mathbf{X}_{0,0} \triangleq E\{\mathbf{x}_0 \mathbf{x}_0^T\}$ 。

用 $\hat{\mathbf{x}}_k^i$ 表示第 i 个子系统得到的局部状态估计值。将各子系统的局部估计器形式描述为

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^i = \mathbf{L}_k^i (\mathbf{y}_k^i - \bar{f}_k^i \mathbf{C}_k^i \hat{\mathbf{x}}_k^i) + (\mathbf{A}_k + \bar{g}_k \hat{\mathbf{A}}_k) \hat{\mathbf{x}}_k^i \quad (3)$$

式中, \mathbf{L}_k^i 表示局部估计增益。

由文献[16]中提到的结论可知,式(3)表示的局部估计器是无偏的,不妨用 $\mathbf{e}_k^i \triangleq \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^i$ 表示子系统 i 局部估计误差,设局部估计误差协方差矩阵为 $\mathbf{P}_k^{i,i}$,任意两个子系统误差交叉协方差矩阵为 $\mathbf{P}_k^{i,j}$ 。

根据矩阵加权融合估计算法,记 $\hat{\mathbf{x}}_k^o$ 为 k 时刻融合估计值,则分布式加权融合估计器形式为

$$\hat{\mathbf{x}}_k^o = \sum_{i=1}^N \mathbf{F}_k^i \hat{\mathbf{x}}_k^i \quad (4)$$

记 $\mathbf{e}_k \triangleq \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^o$ 为最终的融合估计误差,并建立如下融合估计代价函数

$$J_K(\mathbf{L}_K) = \sum_{k=0}^{K-1} E\{\|\mathbf{e}_k\|^2\} \quad (5)$$

式中, $\mathbf{L}_K \triangleq \{\mathbf{L}_k^i, k=0,1,\dots,K-1\}_{i=1}^N$ 表示局部估计器的滤波增益,作为代价函数的决策变量。

至此可知,本文的问题是:以具有传感器增益退化和不确定性的各系统为研究对象,如何设计一组 $\{\mathbf{L}_k^i\}_{i=1}^N$,从而使融合估计代价函数达到期望值。

2 决策增益设计

为方便得出主要结论且利于证明说明,首先给出引理如下。

引理1 对于各子系统(1)~(2),记 $\hat{\mathbf{x}}_k^m$ 为 k 时刻的最优融合估计值, \mathbf{P}_k^m 为最优融合估计误差协方差矩阵^[17],其中,上标 m 表示最优,则有

$$\hat{\mathbf{x}}_k^m = \sum_{i=1}^N \hat{\mathbf{F}}_k^i \hat{\mathbf{x}}_k^i \quad (6)$$

$$\mathbf{P}_k^m = (\mathbf{I}_o^T \hat{\mathbf{P}}_k^{-1} \mathbf{I}_o)^{-1} \quad (7)$$

式中, $\hat{\mathbf{F}}_k^i > 0$ 为与子系统 i 对应的最优正定加权矩阵,其算式为 $[\hat{\mathbf{F}}_k^1, \hat{\mathbf{F}}_k^2, \dots, \hat{\mathbf{F}}_k^N] = (\mathbf{I}_o^T \hat{\mathbf{P}}_k^{-1} \mathbf{I}_o) \mathbf{I}_o^T \hat{\mathbf{P}}_k^{-1}$,且 $\sum_{i=1}^N \hat{\mathbf{F}}_k^i = \mathbf{I}, \mathbf{I}_o$ 和 \mathbf{I} 为具有相应匹配维数的单位矩阵。

$$\hat{\mathbf{P}}_k = (\mathbf{P}_k^{i,j}) \in \mathbf{R}^{n \times n \times n} \quad (8)$$

并且满足

$$\text{tr}(\mathbf{P}_k^m) \leq \text{tr}(\mathbf{P}_k^{i,i}) \quad i=1,2,\dots,N \quad (9)$$

由式(5)、式(6)可以得出

$$\arg\min_{\mathbf{L}(K)} J_K(\mathbf{L}(K)) = \arg\min_{\mathbf{L}(K)} \sum_{k=0}^{K-1} \text{tr}(\mathbf{P}_k^m) \quad (10)$$

由式(6)、式(8)容易看出,想要对代价函数进行最小化处理来求得具有闭合形式的最优决策增益,需要处理各子系统之间的误差交叉协方差矩阵,这是非常困难的,因此在保证总体估计精度损失不大的基础上,可构造融合估计误差的上界函数,并对该上界函数进行最小化,

可得到一组形式简单、方便计算的决策增益 L_k , 虽然其为次优的, 但是可大大降低问题的复杂度。

首先构造函数如下

$$\bar{J}_K(L(K)) = \sum_{k=0}^K \text{tr}(\mathbf{P}_k^{i,i}) \quad (11)$$

由式(9)可知, $\bar{J}_K(L_K) \geq J_K(L_K)$, 因此, $\bar{J}_K(L_K)$ 可以视为 $J_K(L_K)$ 的上界函数。

这里需要指出的是, 目前, 获得次优分布式融合估计器的方法从原理上看主要分为两种^[16,18-21]: 1) 各传感器局部估计器增益已知, 通过设计融合机制, 得到精度次优的融合估计器, 以期得到其他性能, 如减少计算量^[18-19]; 2) 设定分布式加权融合机制, 利用不等式方法, 构造融合估计误差的一个上界函数, 通过最小化融合估计误差的上界, 获得闭合形式的局部决策增益^[16,20-21]。然而文献[16,20-21]中构造的上界函数, 形式复杂, 且均是在标量加权的融合机制下进行的。相比之下, 本文是在形式更复杂的矩阵加权融合机制下, 直接利用局部估计误差作为上界函数, 极大简化了上界函数形式, 方便证明推导。

由式(11)可知, 最小化 $\bar{J}_K(L_K)$, 即最小化 $\mathbf{P}_k^{i,i}$, 并不需要对子系统之间的误差交叉协方差矩阵进行处理, 因此降低了优化问题的复杂程度, 求得一组形式简单且方便计算的次优决策增益是可行的。下面将解决如下优化问题, 即

$$L_s(K) = \arg \min_{L(K)} \bar{J}_K(L(K)) \quad (12)$$

为便于书写和精简公式, 首先定义

$$\begin{cases} \mathbf{X}_{k,k} \triangleq E\{\mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^T\} \\ \mathbf{Y}_{k,k}^{i,i} \triangleq E\{\mathbf{y}_k^i \mathbf{y}_k^{iT}\} \\ \mathbf{H}_{k,k}^i \triangleq E\{\mathbf{x}_k \mathbf{y}_k^{iT}\} \\ \mathbf{A}_{k,k}^i \triangleq E\{\mathbf{x}_k \hat{\mathbf{x}}_k^{iT}\} \\ \mathbf{M}_{k,k}^{i,i} \triangleq E\{\hat{\mathbf{x}}_k^i \mathbf{y}_k^{iT}\} \\ \mathbf{\Gamma}_{k,k}^{i,i} \triangleq E\{\hat{\mathbf{x}}_k^i \hat{\mathbf{x}}_k^{iT}\} \\ \mathbf{A}_{\bar{g},k} \triangleq \mathbf{A}_k + \bar{g}_k \hat{\mathbf{A}}_k \\ \mathbf{A}_{g,k} \triangleq \mathbf{A}_k + g_k \hat{\mathbf{A}}_k \end{cases} \quad (13)$$

定理 1 对于第 i 个子系统, 使得上界函数 $\bar{J}_K(L_K)$ 达到最小的局部决策增益的闭合解析式为

$$L_k^{i*} = \mathbf{S}_k^{iT} (\mathbf{T}_k^i)^{-1} \quad (14)$$

其中, 各量的算式分别为

$$\mathbf{S}_k^i = [\mathbf{H}_{k,k}^{iT} - \mathbf{M}_{k,k}^{i,iT} + \bar{f}_k^i \mathbf{C}_k^i (\mathbf{\Gamma}_{k,k}^{i,i} - \mathbf{A}_{k,k}^i)^T] \mathbf{A}_{\bar{g},k}^T \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_k^i = & \bar{f}_k^i \mathbf{C}_k^i \mathbf{X}_{k,k} \mathbf{C}_k^{iT} - \bar{f}_k^i \mathbf{M}_{k,k}^{i,iT} \mathbf{C}_k^{iT} - \bar{f}_k^i \mathbf{C}_k^i \mathbf{M}_{k,k}^{i,i} + \\ & (\bar{f}_k^i)^2 \mathbf{C}_k^i \mathbf{\Gamma}_{k,k}^{i,i} \mathbf{C}_k^{iT} + \mathbf{V}_k^i \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{k,k} = & \mathbf{A}_{k-1} \mathbf{X}_{k-1,k-1} \mathbf{A}_{k-1}^T + \bar{g}_{k-1} (\mathbf{A}_{k-1} \mathbf{X}_{k-1,k-1} \hat{\mathbf{A}}_{k-1}^T + \\ & \hat{\mathbf{A}}_{k-1} \mathbf{X}_{k-1,k-1} \mathbf{A}_{k-1}^T) + \tilde{g}_{k-1} \hat{\mathbf{A}}_{k-1} \mathbf{X}_{k-1,k-1} \hat{\mathbf{A}}_{k-1}^T + \mathbf{W}_k \end{aligned} \quad (17)$$

$$\mathbf{Y}_{k,k}^{i,i} = \bar{f}_k^i \mathbf{C}_k^i \mathbf{X}_{k,k} \mathbf{C}_k^{iT} \quad (18)$$

$$\mathbf{H}_{k,k}^i = \bar{f}_k^i \mathbf{X}_{k,k} \mathbf{C}_k^{iT} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{k,k}^i = & \mathbf{A}_{\bar{g},k-1}^i (\mathbf{H}_{k-1,k-1}^i - \bar{f}_{k-1}^i \mathbf{A}_{k-1,k-1}^i \mathbf{C}_{k-1}^{iT}) \mathbf{L}_{k-1}^{iT} + \\ & \mathbf{A}_{\bar{g},k-1}^i \mathbf{A}_{k-1,k-1}^i \mathbf{A}_{\bar{g},k-1}^T \end{aligned} \quad (20)$$

$$\mathbf{M}_{k,k}^{i,i} = \bar{f}_k^i \mathbf{A}_{k,k}^{iT} \mathbf{C}_k^{iT} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{\Gamma}_{k,k}^{i,i} = & \mathbf{L}_{k-1}^i (\mathbf{Y}_{k-1}^{i,i} - \bar{f}_{k-1}^i \mathbf{M}_{k-1,k-1}^{i,iT} \mathbf{C}_{k-1}^{iT} - \bar{f}_{k-1}^i \mathbf{C}_{k-1}^i \mathbf{M}_{k-1,k-1}^{i,i} + \\ & (\bar{f}_{k-1}^i)^2 \mathbf{C}_{k-1}^i \mathbf{\Gamma}_{k-1,k-1}^{i,i} \mathbf{C}_{k-1}^{iT}) \mathbf{L}_{k-1}^{iT} + \mathbf{A}_{\bar{g},k-1}^i \mathbf{\Gamma}_{k-1,k-1}^{i,i} \mathbf{A}_{\bar{g},k-1}^T + \\ & \mathbf{L}_{k-1}^i (\mathbf{M}_{k-1,k-1}^{i,iT} - \bar{f}_{k-1}^i \mathbf{C}_{k-1}^i \mathbf{\Gamma}_{k-1,k-1}^{i,i}) \mathbf{A}_{\bar{g},k-1}^T + \\ & \mathbf{A}_{\bar{g},k-1}^i (\mathbf{M}_{k-1,k-1}^{i,i} - \bar{f}_{k-1}^i \mathbf{\Gamma}_{k-1,k-1}^{i,i} \mathbf{C}_{k-1}^{iT}) \mathbf{L}_{k-1}^{iT} \end{aligned} \quad (22)$$

并且在递推之前, 各变量的初值设置为

$$\begin{cases} \mathbf{Y}_{0,0}^{i,i} = (\bar{f}_0^i)^2 \mathbf{C}_0^i \mathbf{X}_{0,0} \mathbf{C}_0^{iT} \\ \mathbf{H}_{0,0}^i = \bar{f}_0^i \mathbf{X}_{0,0} \mathbf{C}_0^{iT} \\ \mathbf{A}_{0,0}^i = E\{\mathbf{x}_0\} E\{\mathbf{x}_0^T\} \\ \mathbf{M}_{0,0}^{i,i} = \bar{f}_0^i \mathbf{A}_{0,0}^{iT} \mathbf{C}_0^{iT} \\ \mathbf{\Gamma}_{0,0}^{i,i} = E\{\mathbf{x}_0\} E\{\mathbf{x}_0^T\} \end{cases} \quad (23)$$

证明 由式(1)~式(3)可得

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{k+1}^i = & \mathbf{x}_{k+1} - \hat{\mathbf{x}}_{k+1}^i = (\mathbf{A}_k + \bar{g}_k \hat{\mathbf{A}}_k) \tilde{\mathbf{x}}_k^i + \\ & (g_k - \bar{g}_k) \hat{\mathbf{A}}_k \mathbf{x}_k - \mathbf{L}_k^i (\mathbf{y}_k^i - \bar{f}_k^i \mathbf{C}_k^i \hat{\mathbf{x}}_k^i) + \mathbf{w}_k \end{aligned} \quad (24)$$

结合式(17)以及假设 1 和假设 2, 可得

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{k+1}^{i,i} = & \mathbf{A}_{\bar{g},k}^i \mathbf{P}_k^{i,i} \mathbf{A}_{\bar{g},k}^T + (\tilde{g}_k - \bar{g}_k^2) \hat{\mathbf{A}}_k \mathbf{X}_{k,k} \hat{\mathbf{A}}_k^T - \\ & \mathbf{A}_{\bar{g},k}^i [\mathbf{H}_{k,k}^i - \mathbf{M}_{k,k}^{i,i} + \bar{f}_k^i (\mathbf{\Gamma}_{k,k}^{i,i} - \mathbf{A}_{k,k}^i) \mathbf{C}_k^{iT}] \mathbf{L}_k^{iT} - \\ & \mathbf{L}_k^i [\mathbf{H}_{k,k}^i - \mathbf{M}_{k,k}^{i,i} + \bar{f}_k^i (\mathbf{\Gamma}_{k,k}^{i,i} - \mathbf{A}_{k,k}^i) \mathbf{C}_k^{iT}]^T \mathbf{A}_{\bar{g},k}^T + \\ & \mathbf{L}_k^i [\bar{f}_k^i \mathbf{C}_k^i \mathbf{X}_{k,k} \mathbf{C}_k^{iT} + (\bar{f}_k^i)^2 \mathbf{C}_k^i \mathbf{\Gamma}_{k,k}^{i,i} \mathbf{C}_k^{iT} - \\ & \bar{f}_k^i \mathbf{C}_k^i \mathbf{M}_{k,k}^{i,i} - \bar{f}_k^i \mathbf{M}_{k,k}^{i,iT} \mathbf{C}_k^{iT} + \mathbf{V}_k^i] \mathbf{L}_k^{iT} + \mathbf{W}_k \end{aligned} \quad (25)$$

令

$$\mathbf{S}_k^i = [\mathbf{H}_{k,k}^{iT} - \mathbf{M}_{k,k}^{i,iT} + \bar{f}_k^i \mathbf{C}_k^i (\mathbf{\Gamma}_{k,k}^{i,i} - \mathbf{A}_{k,k}^i)^T] \mathbf{A}_{\bar{g},k}^T \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_k^i = & \bar{f}_k^i \mathbf{C}_k^i \mathbf{X}_{k,k} \mathbf{C}_k^{iT} - \bar{f}_k^i \mathbf{M}_{k,k}^{i,iT} \mathbf{C}_k^{iT} - \bar{f}_k^i \mathbf{C}_k^i \mathbf{M}_{k,k}^{i,i} + \\ & (\bar{f}_k^i)^2 \mathbf{C}_k^i \mathbf{\Gamma}_{k,k}^{i,i} \mathbf{C}_k^{iT} + \mathbf{V}_k^i \end{aligned} \quad (27)$$

由式(27)可知 $\mathbf{T}_k^i = \mathbf{T}_k^{iT}$, 将式(27)和式(26)代入式(25)可得

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{k+1}^{i,i} = & \mathbf{A}_{\bar{g},k}^i \mathbf{P}_k^{i,i} \mathbf{A}_{\bar{g},k}^T + (\tilde{g}_k - \bar{g}_k^2) \hat{\mathbf{A}}_k \mathbf{X}_{k,k} \hat{\mathbf{A}}_k^T - \mathbf{S}_k^{iT} \mathbf{L}_k^{iT} - \mathbf{L}_k^i \mathbf{S}_k^i + \\ & \mathbf{L}_k^i \mathbf{T}_k^i \mathbf{L}_k^{iT} + \mathbf{W}_k = (\mathbf{L}_k^i \mathbf{T}_k^i - \mathbf{S}_k^{iT}) (\mathbf{T}_k^i)^{-1} (\mathbf{L}_k^i \mathbf{T}_k^i - \mathbf{S}_k^{iT})^{-1} + \mathbf{W}_k + \\ & \mathbf{A}_{\bar{g},k}^i \mathbf{P}_k^{i,i} \mathbf{A}_{\bar{g},k}^T + (\tilde{g}_k - \bar{g}_k^2) \hat{\mathbf{A}}_k \mathbf{X}_{k,k} \hat{\mathbf{A}}_k^T - \mathbf{S}_k^{iT} (\mathbf{T}_k^i)^{-1} \mathbf{S}_k^i \end{aligned} \quad (28)$$

至此,令 $L_k^i = S_k^{iT} (T_k^i)^{-1}$, 则式(11)中 $P_{k+1}^{i,i}$ 最小, 即得到上界函数 $\bar{J}_K(L_K)$ 的最小值, 局部决策增益闭合解析形式即为式(14)所示形式。证毕。

在这里需要说明的是, 本文得到的次优传感器增益闭合形式和文献[16]得到的形式是一样的, 因此在同等系统参数条件下, 根据文献[17]的结论, 本文所用的矩阵加权融合估计在精度上将高于文献[16]中用标量加权得到的融合估计。

3 算例仿真

为验证结论, 结合文献[14,22]的仿真实例, 将如下由 2 个传感器节点组成的离散随机系统作为仿真对象, 即 $x_{k+1} = (A_k + g_k \hat{A}_k) x_k + w_k, y_k^i = f_k^i C_k^i x_k + v_k^i, i = 1, 2$ 。各参数设置为: $A_k = \begin{bmatrix} 1.6240 & -0.6768 \\ 1 & 0.02 \end{bmatrix}, C_k^1 = C_k^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \hat{A}_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, w_k = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0 \end{bmatrix} q_k$, 其中, q_k, v_k^1 和 v_k^2 为互不相关的白噪声, 其协方差分别为 1, 0.15 和 0.25。初值 x_0 两个状态分量在区间 $[-1, 1]$ 上服从均匀分布, 不妨设置 $\hat{x}_0 = [0 \ 0]^T, \hat{x}_0^m = \hat{x}_0^1 = \hat{x}_0^2 = \hat{x}_0, X_{0,0} = \begin{bmatrix} 1/4 & 0 \\ 0 & 1/3 \end{bmatrix}$ 。 g_k 在区间 $[-0.15, 0.15]$ 上服从均匀分布, f_k^1 和 f_k^2 均在区间 $[0.5, 0.7]$ 上服从均匀分布, $P_0^m = P_0^{1,1} = P_0^{2,2} = \begin{bmatrix} 0.08 & 0 \\ 0 & 0.18 \end{bmatrix}$, 设 D_f 和 D_g 分别表示 f_k^i 和 g_k 的分布区间, 融合估计值和各传感器局部估计值对真值的跟踪结果如图 1 所示。

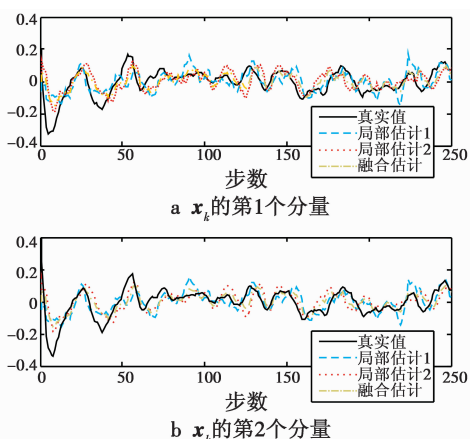


图 1 状态 x_k 和状态估计 \hat{x}_k^m 的轨迹

Fig. 1 Trajectories of state x_k and state estimate \hat{x}_k^m

由图 1 可以看出, 融合估计值能够较好地跟踪系统真值。当 f_k^i 分别在 D_f 为 $[0.6, 0.8], [0.3, 0.5]$ 和 $[0.1, 0.3]$ 上服从均匀分布时, $\text{tr}(P_k^m)$ 的计算结果如图 2 所示。

由图 2 可看出, 在达到平稳时, $\text{tr}(P_k^m)$ 随着 f_k^i 取值

的减小而增大, 这说明传感器增益退化越严重, 融合估计误差越大。当 g_k 分别在 D_g 为 $[-0.1, 0.1], [-0.3, 0.3]$ 和 $[-0.5, 0.5]$ 上服从均匀分布时, $\text{tr}(P_k^m)$ 的计算结果如图 3 所示。

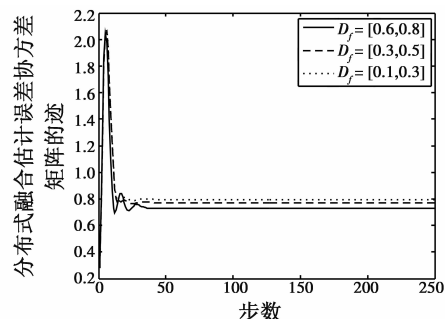


图 2 增益退化系数 f_k^i 与 $\text{tr}(P_k^m)$ 的关系

Fig. 2 Gain degradation coefficient f_k^i vs $\text{tr}(P_k^m)$

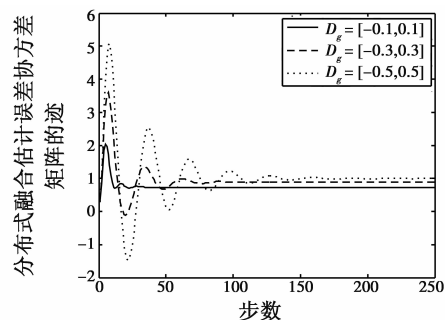


图 3 乘性噪声 g_k 与 $\text{tr}(P_k^m)$ 的关系

Fig. 3 Multiplicative noise g_k vs $\text{tr}(P_k^m)$

由图 3 可看出, 在达到稳态之前, g_k 模值越大, 即系统不确定性越大, $\text{tr}(P_k^m)$ 达到稳态所经历的时间越长, 并且稳态时的 $\text{tr}(P_k^m)$ 随着 g_k 模值的增加而增加, 这意味着融合估计误差伴随着系统不确定性的增大而增大, 符合实际。

为比较本文所提出的方法和文献[16]所提出的方法的估计性能, 设 f_k^i 在 D_f 为 $[0.6, 0.8]$ 上服从均匀分布, g_k 在 D_g 为 $[-0.1, 0.1]$ 上服从均匀分布, 分别计算出融合估计误差协方差矩阵的迹, 其结果如图 4 所示。

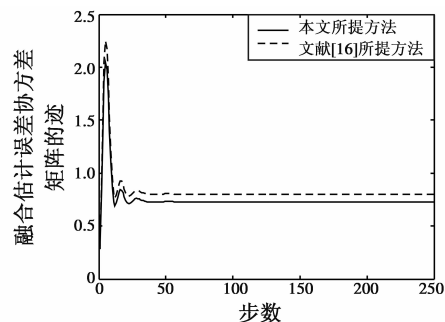


图 4 本文所提方法与文献[16]融合精度对比

Fig. 4 Comparison of the proposed approach with reference [16]

由图 4 可看出,本文所提方法得到融合估计误差小于文献[16]所提方法,由于用到了矩阵加权融合,根据文献[17]的结论可知,计算量要比文献[16]大,由此验证了结论。

4 结论

本文考虑了传感器在实际应用中较为常见的增益退化故障和由于系统建模不准确而导致的不确定性,分别对这两个问题进行建模描述,提出了一种次优的局部无偏估计器。对算例进行仿真后的结果表明,传感器增益退化越严重、模型的不确定性越大,融合估计的精度就越差。由此提高系统的融合估计精度,可由提高传感器抗退化性能和精确建模来实现。

参 考 文 献

- [1] SHI D W, CHEN T W, SHI L. An event-triggered approach to state estimation with multiple point and set-valued measurements[J]. *Automatica*, 2014, 50(6):1641-1648.
- [2] 赵国荣,韩旭,卢建华. 一种基于数据驱动传输策略的带宽受限的分布式融合估计器[J]. *自动化学报*, 2015, 41(9):1649-1658.
- [3] BATTISTELLI G, BENAVALI A, CHISCI L. Data-driven communication for state estimation with sensor networks[J]. *Automatica*, 2012, 48(5):926-935.
- [4] 岳元龙,左信,罗雄麟. 提高测量可靠性的多传感器数据融合有偏估计方法[J]. *自动化学报*, 2014, 40(9):1843-1852.
- [5] MA J, SUN S L. Centralized fusion estimators for multi-sensor systems with random sensor delays, multiple packet dropouts and uncertain observations[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2013, 13(4):1228-1235.
- [6] 陈博,俞立,张文安. 具有测量数据丢失的离散不确定时滞系统鲁棒 Kalman 滤波[J]. *自动化学报*, 2011, 37(1):123-128.
- [7] SUH Y S, NGUYEN V H, RO Y S. Modified Kalman filter for networked monitoring systems employing a send-on-delta method[J]. *Automatica*, 2007, 43(2):332-338.
- [8] LUO Y T, ZHU Y M, LUO D D, et al. Globally optimal multisensor distributed random parameter matrices Kalman filtering fusion with applications[J]. *Sensors*, 2008(12):8086-8103.
- [9] LIU M, YOU J, MA X C. H_∞ filtering for sampled-data stochastic systems with limited capacity channel[J]. *Signal Processing*, 2011, 91(8):1826-1837.
- [10] SHEN B, WANG Z D, HUNG Y S. Distributed H_∞ -consensus filtering in sensor networks with multiple missing measurements: the finite-horizon case[J]. *Automatica*, 2010, 46(10):1682-1688.
- [11] SOLOMON I S D, KNIGHT A J. Spatial processing of signals received by platform mounted sonar[J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2002, 27(1):57-65.
- [12] YALCIN H, COLLINS R, HEBERT M. Background estimation under rapid gain change in thermal imagery[J]. *Computer Vision and Image Understanding*, 2007, 106(2/3):148-161.
- [13] ZHOU D H, HE X, WANG Z D, et al. Leakage fault diagnosis for an internet-based three-tank system: an experimental study[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2012, 20(4):857-870.
- [14] LIU Y, HE X, WANG Z D, et al. Optimal filtering for networked systems with stochastic sensor gain degradation[J]. *Automatica*, 2014, 50(5):1521-1525.
- [15] 赵国荣,韩旭,万兵,等. 具有传感器增益退化、随机时延和丢包的分布式融合估计器[J]. *自动化学报*, 2016, 42(7):1053-1064.
- [16] 赵国荣,韩旭,杜闻捷,等. 具有传感器增益退化的不确定系统融合估计器[J]. *控制与决策*, 2016, 31(8):1413-1418.
- [17] SUN S L, DENG Z L. Multi-sensor optimal information fusion Kalman filter[J]. *Automatica*, 2004, 40(6):1017-1023.
- [18] DENG Z L, GAO Y, MAO L, et al. New approach to information fusion steady-state Kalman filtering[J]. *Automatica*, 2005, 41(10):1695-1707.
- [19] TIAN T, SUN S L, LI N. Multi-sensor information fusion estimators for stochastic uncertain systems with correlated noises[J]. *Information Fusion*, 2016, 27:126-137.
- [20] MATEI I, BARAS J S. Consensus-based linear distributed filtering[J]. *Automatica*, 2012, 48(8):1776-1782.
- [21] 卢建华,韩旭,李冀鑫. 带宽受限下的基于一致性的分布式融合估计器[J]. *控制与决策*, 2016, 31(12):2155-2162.
- [22] SUN S L, XIE L H, XIAO W D, et al. Optimal filtering for systems with multiple packet dropouts[J]. *IEEE Transaction on Circuits and Systems*, 2008, 55(7):695-699.