

引用格式:靳攀,林娜.基于陀螺信息的SINS快速抗干扰初始对准[J].电光与控制,2017,24(9):95-99. JIN P, LIN N. Fast and anti-disturbance initial alignment of SINS based on gyros information[J]. Electronics Optics & Control, 2017, 24(9):95-99.

## 基于陀螺信息的SINS快速抗干扰初始对准

靳攀<sup>1</sup>, 林娜<sup>2</sup>

(1. 郑州航空工业管理学院信息管理中心, 郑州 450046; 2. 河南工业贸易职业学院信息工程系, 郑州 450000)

**摘要:**为了解决存在干扰或较大噪声的情况下,利用陀螺信息实现捷联惯导系统(SINS)快速初始对准,首先引入了带高斯噪声等式约束的卡尔曼滤波算法(QECKF),建立了基于QECKF算法的SINS初始对准模型;然后,从车载捷联惯导系统的实际特征出发,提出首先使用IIR低通滤波器降噪,再通过模糊判据结合QECKF算法和卡尔曼滤波(KF)两种滤波方法,该方案实现了陀螺信息的最优化应用以达到快速对准的目的;最后,试验表明在系统受发动机和人员操作的扰动下,该算法相比于常规KF估计将速度提高了近25%,解决了在噪声较大时基于扩展观测量的方法估计发散问题。

**关键词:**捷联惯导系统;初始对准;抗干扰;陀螺信息;等式约束

中图分类号:V249.32 文献标志码:A doi:10.3969/j.issn.1671-637X.2017.09.020

## Fast and Anti-Disturbance Initial Alignment of SINS Based on Gyros Information

JIN Pan<sup>1</sup>, LIN Na<sup>2</sup>

(1. Information Management Center, Zhengzhou University of Aeronautics, Zhengzhou 450046, China;

2. Department of Information Engineering, Henan Industry and Trade Vocational College, Zhengzhou 450000, China)

**Abstract:** In order to achieve fast initial alignment of Strap-down Initial Navigation System (SINS) with gyros information under circumstance of disturbance and strong noise, Quasi-Equality Constrained Kalman Filter (QECKF) was introduced, based on which the model of SINS initial alignment was established. According to the characteristics of the SINS onboard land vehicles, it was proposed to use IIR low-pass filter at first for noise reduction, then the filtering method of QECKF together with KF. The scheme made full use of the gyro information, and could realize fast initial alignment. Result of the test under disturbance of engine and operators showed that the speed of the algorithm was increased by 25% compared with the normal KF. The algorithm solved the problem of estimation divergence of the normal method.

**Key words:** SINS; initial alignment; anti-disturbance; gyros information; equality-constrained

### 0 引言

如何实现捷联惯性导航系统快速抗干扰,一直是惯导领域研究的难点。文献[1-3]分别提出了不同的抗干扰粗对准算法,有必要在此基础上实现快速抗干扰精对准以完成干扰状态下的初始对准。为了实现捷联惯导的快速初始对准,近年来,文献[4-7]提出了利用陀螺信息以扩展观测量的滤波方法,使滤波估计收敛速度加快,该方法很大程度上缩短了捷联惯导

静基座初始对准的时间。根据文献[8]的研究,在参数估计中利用约束信息的方法还可以有两种:一是通过约束降低状态方程的维数;二是将估计结果投影至约束空间或面内。根据捷联惯导初始对准模型可知,由陀螺输出信息建立的约束是变化的,所以并不能由此建立状态方程,而且根据可观分析可知,引入陀螺信息后也不能降低状态方程的维数。而利用陀螺信息建立约束使估计结果符合约束是可行的,所以本文以此为切入点,利用已知条件判断陀螺信息的可利用性,再根据判断结果确定是否将结果投影至约束空间,这充分利用了陀螺信息加快初始对准的速度。

在介绍带高斯噪声等式约束的卡尔曼滤波(Quasi-Equality Constrained Kalman Filter, QECKF)算法并建

收稿日期:2016-10-08 修回日期:2017-07-18

基金项目:河南省教育厅重点项目(14A520073)

作者简介:靳攀(1980—),男,河南郑州人,硕士,讲师,研究方向为计算机控制及软件设计。

立基于 QECKF 算法的捷联惯导系统 (Strap-down Initial Navigation System, SINS) 对准模型后,通过分析在载车发动机怠速转动且人员正常操作情况下陀螺输出信号的特征,得出了车载情况下可以利用陀螺信息的结论;又根据陀螺输出在地理坐标系投影为常值,利用数字低通滤波器进行滤波的无延迟问题,对计算地理坐标系下的陀螺输出滤波,确定以此为带等式约束 Kalman 滤波器的约束量;再根据系统原理,提出了避免估计发散而设计的自适应判据,使得在陀螺输出经滤波仍含有低频干扰的情况下通过 Kalman 滤波估计失准角;最后通过试验验证本文对准方法的有效性。

## 1 QECKF 及系统建模

### 1.1 QECKF

TEIXEIRA 等学者<sup>[9-10]</sup>首先推导了基于 Kalman 滤波的带等式约束的线性系统状态最优估计算法 (Equality Constrained KF, ECKF),并给出了估计步骤,在此基础上,文献[11-12]对此算法进行了发展和完善。由于利用了物理模型中的等式约束,理论上可以增强系统的可观测性,提高估计的精度和速度。

离散线性系统可用状态方程和量测方程表示为

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k = \boldsymbol{\phi}_{k,k-1}\mathbf{x}_{k-1} + \boldsymbol{\Gamma}_{k,k-1}\mathbf{w}_{k-1} \\ \mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k\mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{x}_k, \mathbf{z}_k$  分别为状态向量和观测向量; $\boldsymbol{\phi}_{k,k-1}, \boldsymbol{\Gamma}_{k,k-1}, \mathbf{H}_k$  分别为状态转移矩阵、噪声输入矩阵和量测矩阵; $\mathbf{w}_k, \mathbf{v}_k$  分别为系统噪声和量测噪声,均为零均值白噪声。利用观测向量修正一步预测值,进而获得状态最优估计值的标准 Kalman 滤波递推过程由预测与校正构成。其满足目标函数  $J(\mathbf{x}_k)$  最大<sup>[9]</sup>,即

$$J(\mathbf{x}_k) = \rho(\mathbf{x}_k | \mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_k) \quad (2)$$

也就是后验概率密度最大。

预测部分为

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \boldsymbol{\phi}_{k|k-1}\hat{\mathbf{x}}_{k-1} \quad (3)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1}^{xx} = \boldsymbol{\phi}_{k|k-1}\mathbf{P}_{k-1}^{xx}\boldsymbol{\phi}_{k|k-1}^T + \boldsymbol{\Gamma}_{k-1}\mathbf{Q}_{k-1}\boldsymbol{\Gamma}_{k-1}^T \quad (4)$$

$$\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} = \mathbf{H}_k\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \quad (5)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1}^{zz} = \mathbf{H}_k\mathbf{P}_{k|k-1}^{xx}\mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k \quad (6)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1}^{xz} = \mathbf{P}_{k|k-1}^{xx}\mathbf{H}_k^T \quad (7)$$

利用量测信息校正部分为

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1}^{xz}(\mathbf{P}_{k|k-1}^{zz})^{-1} \quad (8)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k(\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}) \quad (9)$$

$$\mathbf{P}_k^{xx} = \mathbf{P}_{k|k-1}^{xx} - \mathbf{K}_k\mathbf{P}_{k|k-1}^{xx}\mathbf{K}_k^T \quad (10)$$

式中: $\mathbf{P}_k^{xx} = E[(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k)(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k)^T]$ ;  $\mathbf{K}_k$  为滤波增益矩阵。

现假设系统状态量满足约束

$$\mathbf{D}_{k-1}\mathbf{x}_k = \mathbf{d}_{k-1} \quad (11)$$

式中, $\mathbf{D}_{k-1}, \mathbf{d}_{k-1}$  分别为已知的  $s \times n$  维矩阵和  $s$  维向量,  $\text{rank}(\mathbf{D}_{k-1}) = s < n$ 。

定义  $\hat{\mathbf{x}}_k^p$  为经过投影修正后的估计结果,并定义估计误差方差为  $\mathbf{P}_k^{xxp} = E[(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^p)(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^p)^T]$ 。

同时更新中  $\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}, \mathbf{P}_{k|k-1}^{xx}$  分别为

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \boldsymbol{\phi}_{k|k-1}\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^p \quad (12)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1}^{xx} = \boldsymbol{\phi}_{k|k-1}\mathbf{P}_{k-1}^{xxp}\boldsymbol{\phi}_{k|k-1}^T + \boldsymbol{\Gamma}_{k-1}\mathbf{Q}_{k-1}\boldsymbol{\Gamma}_{k-1}^T \quad (13)$$

同样地,令

$$\hat{\mathbf{d}}_{k-1} = \mathbf{D}_{k-1}\hat{\mathbf{x}}_k \quad (14)$$

为了使目标函数  $J(\mathbf{x}_k)$  最大,则投影修正为

$$\hat{\mathbf{x}}_k^p = \hat{\mathbf{x}}_k + \mathbf{K}_k^p(\mathbf{d}_{k-1} - \hat{\mathbf{d}}_{k-1}) \quad (15)$$

$$\mathbf{P}_{k|k}^{xxp} = \mathbf{P}_k^{xx} - \mathbf{K}_k^p\mathbf{P}_k^{xx}\mathbf{K}_k^{pT} \quad (16)$$

以上为 ECKF 的投影修正部分,文献[9]给出了其成立的具体证明。

但是,在实际中,对于大部分系统的约束并不是理想无噪声的,有必要将这种方法推广至含噪声约束的系统,文献[8]也已经将含高斯噪声等式约束滤波方法推广到非线性系统。对于线性系统,考察投影修正环节,即式(14)~式(16),若已知  $\mathbf{d}_{k-1}$  含有高斯白噪声  $\mathbf{v}_{k-1}^d$ ,将约束量噪声序列方差阵记为  $\mathbf{R}_{k-1}^d$ ,则约束等式可以表达为

$$\mathbf{D}_{k-1}\mathbf{x}_k = \mathbf{d}_{k-1} + \mathbf{v}_{k-1}^d \quad (17)$$

在式(15)中,对约束值一步预测的误差方差  $\mathbf{P}_k^{dd} = E[(\mathbf{d}_{k-1} - \hat{\mathbf{d}}_{k-1})(\mathbf{d}_{k-1} - \hat{\mathbf{d}}_{k-1})^T]$  应为

$$\mathbf{P}_k^{dd} = \mathbf{D}_{k-1}\mathbf{P}_{k-1}^{xx}\mathbf{D}_{k-1}^T + \mathbf{R}_{k-1}^d \quad (18)$$

于是可以得到适用于含高斯噪声等式约束的 ECKF,总结为预测式(12)、式(13)、式(5)~式(7),新息校正式(8)~式(10),投影修正式(14)、式(18)、式(15)、式(16)这3大步。在  $\mathbf{v}_{k-1}^d$  为白噪声时,可以证明  $\hat{\mathbf{x}}_k^p$  是同时满足目标函数式(2)和等式约束式(17)的最优估计值。

对比于扩展观测量 KF 滤波方法,通过独立的投影修正使得估计值满足系统的物理原理具有明显的优越性。在约束等式不再成立时,转而使用常规 KF 滤波后估计仍然是最优的,并且是连续的,而且通过根据系统实际选取最优的噪声方差,使得等式约束对估计的影响可调。因此考虑将 QECKF 应用于基于陀螺信息的 SINS 初始对准。

### 1.2 基于 QECKF 的 SINS 初始对准模型

假设经过粗对准之后,姿态失准角为小角度,取东、北、天地理坐标系为系统导航坐标系,捷联惯导静基座的姿态误差方程和速度误差方程分别为

$$\dot{\phi} = \phi \times w_{ie}^n - \varepsilon^n \quad (19)$$

$$\delta \dot{v}^n = -\phi^n \times f^n + 2(\delta v^n \times w_{ie}^n) + \nabla^n \quad (20)$$

式中： $\phi$  为失准角； $\varepsilon$  为陀螺常值漂移误差； $\delta v$  为速度误差； $f$  为比力； $\nabla$  为加速度计常值漂移误差； $w_{ie}$  为地球自转角速度。根据姿态和速度误差方程建立系统状态方程为

$$\dot{x} = Ax + w \quad (21)$$

式中： $x = [\phi_E \ \phi_N \ \phi_U \ \delta v_E \ \delta v_N \ \delta v_U \ \varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_z \ \nabla_x \ \nabla_y \ \nabla_z]^T$ ；

$w = [w_{g^x} \ w_{g^y} \ w_{g^z} \ w_{a^x} \ w_{a^y} \ w_{a^z}]^T$ ； $A =$

$$\begin{bmatrix} A_1 & 0_{3 \times 3} & -C_b^n & 0_{3 \times 3} \\ A_2 & A_3 & 0_{3 \times 3} & C_b^n \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix}; C_b^n \text{ 是由载体坐标系到导航}$$

坐标系的转换矩阵(实际上是由载体坐标系到计算导航坐标系的转换矩阵  $C_b^{n'}$  计算)； $L$  为纬度； $g$  为重力加速

$$\text{度}; A_1 = \begin{bmatrix} 0 & w_{ie} \sin L & -w_{ie} \cos L \\ -w_{ie} \sin L & 0 & 0 \\ w_{ie} \cos L & 0 & 0 \end{bmatrix}; A_2 =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -g & 0 \\ g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 2w_{ie} \sin L & -2w_{ie} \cos L \\ -2w_{ie} \sin L & 0 & 0 \\ 2w_{ie} \cos L & 0 & 0 \end{bmatrix}。$$

以速度作为系统观测量时,由于系统处于静基座上,故导航解算所得的速度即为速度误差,对应的观测方程为

$$z = Hx + v \quad (22)$$

式中, $H = [0_{3 \times 3} \ I_{3 \times 3} \ 0_{3 \times 6}]$ , $v = [v_E \ v_N \ v_U]^T$  为均值为零的高斯白噪声。

下面推导利用陀螺信息建立等式约束的原理。在静基座上理想条件下陀螺输出角速度在地理坐标系上的投影为  $w_{ib}^n = w_{ie}^n = [0 \ w_{ie} \cos L \ w_{ie} \sin L]^T$ ,而陀螺输出  $\tilde{w}_{ib}^b = w_{ib}^b + \varepsilon^b$  在计算导航坐标系的投影为  $w_{ib}^{n'}$ , $\varepsilon$  为陀螺常值漂移,两项相减得

$$w_{ib}^{n'} - w_{ib}^n = C_n^{n'} w_{ib}^n + \varepsilon^{n'} - w_{ib}^n = \begin{bmatrix} \phi_U w_{ie} \cos L - \phi_N w_{ie} \sin L \\ \phi_E w_{ie} \sin L \\ -\phi_E w_{ie} \cos L \end{bmatrix} + C_b^{n'} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{bmatrix} \quad (23)$$

令  $d_{k-1} = w_{ib}^{n'} - w_{ib}^n = C_b^{n'} \tilde{w}_{ib}^b - w_{ib}^n$ ,又由于陀螺输出是含有噪声的,则可以建立含噪声约束等式

$$D_{k-1} x_k = d_{k-1} + w_{k-1}^d \quad (24)$$

式中： $w_{k-1}^d$  为陀螺噪声在计算导航坐标系的投影； $D_{k-1} = [D_M \ 0_{3 \times 3} \ C_b^n \ 0_{3 \times 3}]$ ； $w_{k-1}^d = [w_{g^E} \ w_{g^N} \ w_{g^U}]^T$ ； $D_M =$

$$\begin{bmatrix} 0 & -w_{ie} \sin L & w_{ie} \cos L \\ w_{ie} \sin L & 0 & 0 \\ -w_{ie} \cos L & 0 & 0 \end{bmatrix}。$$

由式(21)、式(22)、式(24)构成的系统可以应用 QECKF 算法进行激光陀螺捷联惯导系统初始对准。

## 2 QECKF/KF 初始对准研究

### 2.1 信号特征分析

在载车发动机怠速转动,人员正常车上操作状态下,采集车载陀螺输出信号后进行频谱分析,其中,采样频率为 200 Hz,得到  $x, y, z$  三轴陀螺原始信号频谱如图 1 所示,其中,  $w(f)$  为经过滤波之后的输出。频谱分析结果显示,陀螺信号中含有较多的高频噪声,1 Hz 以下的噪声很小。

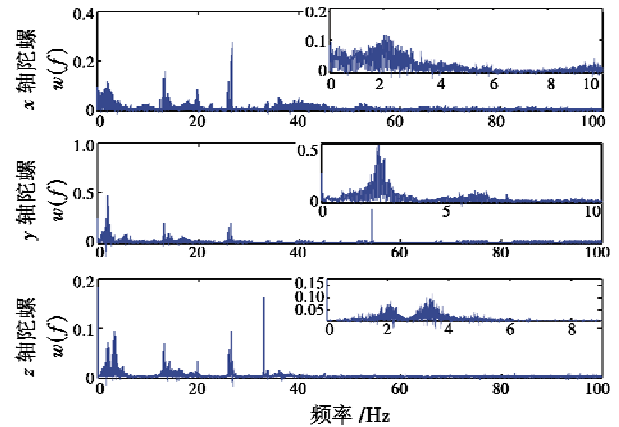


图 1 陀螺输出信号的频谱

Fig. 1 Frequency spectrum of gyro output signal

在处理陀螺信号时,首先进行补偿和积分使频率降为 20 Hz,再投影至计算地理坐标系,最后通过 IIR 低通滤波器滤波。这样处理的优点有:积分后频率降为 20 Hz,既兼顾了计算速度的限制,也使低通滤波器的延迟时间较小;投影至计算地理坐标系后使得滤波器输入的稳态值为定值,这样在干扰使得姿态发生变化之后滤波结果无延迟。需要注意的是,进行估计的过程中需要进行导航解算,更新计算坐标系,解算采用的数据为滤波之前的原始数据,避免了因延迟和部分有用信息被滤除产生的解算误差。因为地球自转的陀螺输出是以 24 h 为周期的正弦信号,频率约为  $1.16 \times 10^{-5}$  Hz,设置滤波器的截止频率为 0.2 Hz,  $[B, A] = \text{butter}(2, 0.01)$ ,经过滤波之后的输出值,记为  $w_f = [w_E \ w_N \ w_U]^T$ 。图 2 所示为经过滤波后的输出值。

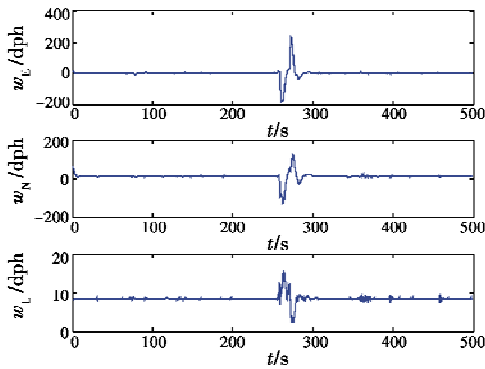


图 2 滤波后的陀螺投影信号

Fig. 2 The projected gyro signal after filtering

2.2 对准方案设计

根据初始对准的原理和以上对车载惯组输出信号的特征分析后,确定如图 3 的对准方案,方案中,根据能否从陀螺输出值中获得地球自转信息,结合使用 QECKF 和 KF 两种不同的算法,加快初始对准的速度。

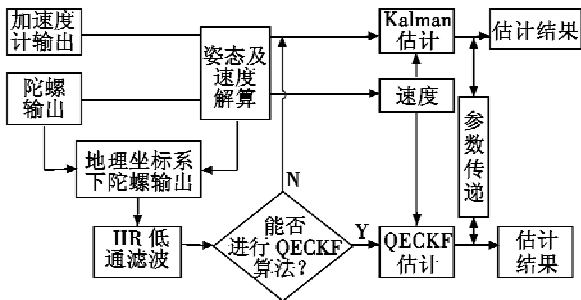


图 3 基于 QECKF/KF 算法的抗干扰初始对准方案

Fig. 3 Scheme of anti-disturbance initial alignment based on QECKF/KF

实际上,根据图 2 给出的陀螺信号通过滤波后的结果可知,尽管低通滤波滤除了大部分的中高频信号,但部分时段的信号仍含有噪声,可以通过设计自适应判据,解决陀螺信息是否能应用于 QECKF 算法的问题。地球自转在真实地理坐标系上的投影为  $w_b^a$ ,当陀螺仅敏感地球自转角速度时,含有噪声的陀螺输出在计算地理坐标系的投影为  $w_b^a + w_g^a$ ,  $w_g^a$  是陀螺噪声在计算坐标系的投影。计算陀螺在仅发动机转动时低通滤波后噪声方差为  $\sigma_g = [\sigma_x \ \sigma_y \ \sigma_z]^T$ ,由粗对准的精度可知,姿态误差在一定范围内,即  $\phi \leq \phi_M, \varepsilon$  也可以陀螺的精度指标确定范围,所以从以上信息可知,陀螺仅敏感地球自转角速度时  $w_j$  的范围,即判据设计为

$$w_j < w_m \tag{25}$$

$w_m$  由  $\sigma_g, \phi_M, \varepsilon$  确定,实际应用中可根据经验设置。仅当式(25)成立时,可使用 QECKF 估计算法,否则使用 KF 算法。

3 试验结果

为了验证所提快速抗干扰方法的有效性,进行了

车载捷联惯导初始对准试验。试验采取实际平台采集数据再线下数据处理的方式,试验共进行了 20 min,前 10 min 载车处于静止状态,10 min 后启动发动机,人员正常上下车操作,图 1 和图 2 分别为后 10 min 陀螺输出频谱图和滤波后输出值曲线,在 250 ~ 300 s 之间是人为施加的剧烈晃动,以检验算法效果。利用前 10 min 的数据进行初始对准的结果作为真实姿态参考,设置东、北、天失准角分别为 6', 6', 10', 分别利用常规 KF 滤波估计和 QECKF/KF 估计方案进行对准,以估计输出减去设置的失准角为误差,得到失准角误差曲线如图 4 和图 5 所示。

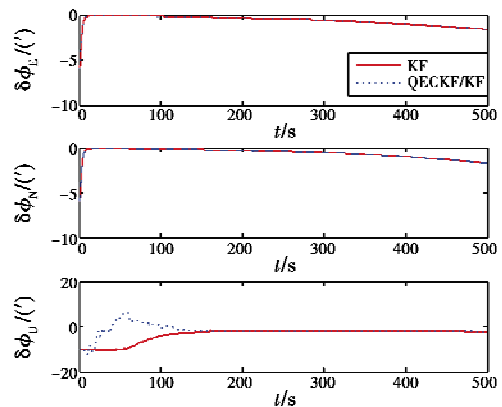


图 4 试验失准角估计误差

Fig. 4 The error of misalignment angles' estimation

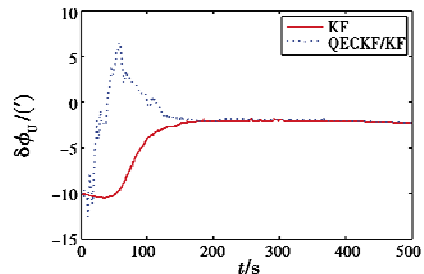


图 5 方位失准角估计误差

Fig. 5 The error of azimuth misalignment angle's estimation

由图 4、图 5 可知,两种方法精度相当,而采用 QECKF/KF 算法时,方位失准角估计收敛显然要快,在 150 s 内完成收敛,而常规 KF 算法在 200 s 之后才完成收敛。取 150 ~ 200 s 之间两种方法方位估计值误差计算平均值和方差,基于 KF 和基于 QECKF/KF 算法估计误差平均值分别为 -1.481 3', -1.353 1', 方差分别为 5.028 3'', 11.408 7'', 表明新方法可以加快对准的速度,从此次试验来看,该方法将方位对准的时间缩短了近 1/4,而水平失准角对准的速度和精度是一致的,这符合可观测性分析结论<sup>[5-6]</sup>。

4 总结

为了将基于陀螺信息的捷联惯导快速初始对准方

法应用于受干扰基座,引入了带高斯噪声等式约束的卡尔曼滤波算法,通过分析车载陀螺在干扰状态下的输出特性,研究设计了一种抗干扰快速初始对准方案。方案通过 IIR 低通滤波获取陀螺输出中的地球自转信息,再通过自适应判据综合 KF 和 QECKF 完成初始对准,试验表明该方法的效果明显,是将基于陀螺信息的快速初始对准方法应用于扰动基座的有效途径,具有重要的应用和研究价值。将基于晃动基座的相对准方法和本文所提的方法结合完成整个对准,将大大提高 SINS 抗干扰初始对准的速度。

### 参考文献

- [1] 严恭敏,白亮,翁浚,等. 基于频域分离算子的 SINS 抗晃动干扰初始对准算法[J]. 宇航学报,2011,32(7):1486-1490.
- [2] 孙枫,夏健钟,高伟. 基于 2D-HMM/KF 的捷联惯导系泊对准方法[J]. 华中科技大学学报:自然科学版,2014,42(1):110-114.
- [3] 黄凤荣,高峰,付中泽,等. 基于小波滤波的激光陀螺 SINS 晃动基座初始对准[J]. 中国惯性技术学报,2014,22(2):157-160.
- [4] 王立冬,蔡玲,鲁军. 车载捷联惯导系统静止条件下的初始对准方法研究[J]. 中国惯性技术学报,2004,12(2):1-5.
- [5] 熊剑,刘建业,赖际舟,等. 一种陀螺量测信息辅助的快速初始对准方法[J]. 宇航学报,2009,30(4):1454-1459.
- [6] 高伟熙,缪玲娟,倪茂林. 一种引入陀螺角速度信息的快速对准方法[J]. 宇航学报,2010,31(6):1596-1601.
- [7] ACHARYA A, SADHO S, GHOSHAL T K. Improved self-alignment scheme for SINS using augmented measurement [J]. Aerospace Science and Technology, 2011, 15(2):125-128.
- [8] SHEN L F, LIN Y. Quasi-equality constrained risk-sensitive filtering for nonlinear discrete-time systems[J]. Control Theory, 2012, 10(2):229-235.
- [9] TEIXEIRA B O S, CHANDRASEKAR J, TORRES L A B, et al. State estimation for equality-constrained linear systems [C]//Proceedings of the 46th IEEE Conference on Decision and Control, 2007:6220-6225.
- [10] SIMON D, CHIA T. Kalman filtering with state equality constraints [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2002, 38(1):128-136.
- [11] SIRCOULOMB V, HOBLOS G, CHAFOUK H, et al. State estimation under nonlinear state inequality constraints: a tracking application [C]//The 16th Mediterranean Conference on Control and Automation Congress Centre, 2008:1669-1674.
- [12] TEIXEIRA B O S, CHANDRASEKAR J, TORRES L A B, et al. Unscented filtering for equality-constrained nonlinear systems [C]//American Control Conference, 2008:39-44.
- [3] WANG Q, RIZOS C, LI Y, et al. Application of a Sigma-point Kalman filter for alignment of MEMS-IMU [C]//IEEE Position, Location and Navigation Symposium, 2008:44-52.
- [4] ARASARATNAM I. Cubature Kalman filtering: theory & applications [D]. Hamilton: McMaster University, 2009.
- [5] ARASARATNAM I, HAYKIN S. Cubature Kalman filters [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(6):1254-1269.
- [6] 秦永元,张洪钺,汪叔华. 卡尔曼滤波与组合导航原理 [M]. 2 版. 西安:西北工业大学出版社,2012.
- [7] 孙枫,唐李军. Cubature 卡尔曼滤波 - 卡尔曼滤波算法 [J]. 控制与决策,2012,27(10):1561-1565.
- [8] 孙枫,唐李军. Cubature 卡尔曼滤波与 Unscented 卡尔曼滤波估计精度比较 [J]. 控制与决策,2013,28(2):303-312.
- [9] ITO K, XIONG K Q. Gaussian filters for nonlinear filtering problems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2000, 45(5):910-927.
- [10] 伍宗伟,姚敏立,马红光,等. 稀疏网格平方根求积分非线性滤波器 [J]. 电子学报,2012,40(7):1298-1303.
- [11] WU Y X, HU D, WU M P, et al. An numerical-integration perspective on Gaussian filters [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(8):2910-2921.
- [12] 严恭敏,严卫生,徐德民. 简化 UKF 滤波在 SINS 大失准角初始对准中的应用 [J]. 中国惯性技术学报,2008,16(3):253-264.
- [13] 朱新颖,秦永元,杨鹏翔. 舰载条件下一种新的传递对准方案与仿真研究 [J]. 计算机测量与控制,2008,16(4):518-520.

(上接第 46 页)

2006:2215-2220.