

引用格式:李志强,徐廷学,董琪,等.基于 Markov 模型的多状态不可修元件可靠性评估[J].电光与控制,2017,24(9):58-63. LI Z Q, XU T X, DONG Q, et al. Markov model based reliability assessment of non-repairable element with multiple states[J]. Electronics Optics & Control, 2017, 24(9):58-63.

基于 Markov 模型的多状态不可修元件可靠性评估

李志强¹, 徐廷学¹, 董琪¹, 刘玉东²

(1. 海军航空大学, 山东 烟台 264001; 2. 中国人民解放军95080部队, 广东 汕头 515000)

摘要: 运用元件多状态可靠性理论建模可以克服传统二元模型进行可靠性评估造成信息遗失的缺点,提高评估结果的准确性。针对现有模型主要集中于元件渐变失效研究的现状,引入 Markov 过程后,阐述了元件多状态的定义,在元件多状态连续时间 Markov 过程推导的基础上,分别提出了元件发生渐变失效和突变失效的状态转移可靠性模型。并以某导弹延迟活门为例,建立同时发生渐变失效和突变失效的状态转移微分方程,确定了元件在指定水平下的可靠度函数,通过仿真获得了元件在确定时刻的可靠度,为基层级维修单位制定保障决策提供依据。

关键词: 多状态元件; 可靠性评估; Markov 过程; 渐变失效; 突变失效; 状态转移

中图分类号: TB114.3 **文献标志码:** A **doi:**10.3969/j.issn.1671-637X.2017.09.013

Markov Model Based Reliability Assessment of Non-repairable Element with Multiple States

LI Zhi-qiang¹, XU Ting-xue¹, DONG Qi¹, LIU Yu-dong²

(1. Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China; 2. No. 95080 Unit of PLA, Shantou 515000, China)

Abstract: Modeling on the basis of reliability theory of multi-state element overcomes the shortage of traditional binary reliability model of information loss, and improves the accuracy of assessment. The existing models mainly focus on the analysis of elements with gradual failures. After Markov processing is introduced, definition of multi-state element is given in detail. The continuous-time Markov processing in element state-transition is described, based on which the state-transition reliability models for both gradual failures and mutational failures of elements are proposed. Taking the delay valve of a certain type of missile as an example, the state-transition differential equations with gradual failures and mutational failures happening simultaneously are established, and the reliability functions of the delay valve at a certain demand level are determined. The reliability of the element at determined moment is obtained, which can supply a reference for making maintenance and support decisions.

Key words: multi-state element; reliability assessment; Markov processing; gradual failure; mutational failure; state transition

0 引言

传统的可靠性研究主要集中于只考虑元件或系统正常运行与故障停工两种状态,典型的方法是故障树分析法。现实世界中的很多系统都是由具有不同性能参数和多种故障模式的元件组成^[1]。根据不同的判定准则,二元可靠性模型将这些元件的技术状态划为正

常或故障,造成了大量的信息遗失,进而影响了可靠性分析的正确性。近年来,随着贝叶斯网络理论、分数阶理论、马尔可夫(Markov)理论、Petri网理论的发展,元件/系统的多状态可靠性研究进入了一个新的发展时期:文献[2]研究了贝叶斯网络在多元件构成的混联系统中进行可靠性评估的应用;文献[3]对部分失效多状态元件/系统进行了非整数阶可靠性建模研究;文献[4]运用多状态 Markov 模型对发电站状态转移进行了短期可靠性分析;为了避免 Markov 过程的状态空间爆炸问题,文献[5]应用 Petri 网建立了复杂动态系统可靠性模型。现有研究主要集中于系统层级以及具有高价值的可维修元件,本文从元件状态转移角度出发,

收稿日期:2016-09-12 修回日期:2017-06-21

基金项目:国家自然科学基金(61571454,51605487)

作者简介:李志强(1988—),男,四川宜宾人,博士生,研究方向为武器装备综合保障理论与方法。

对多状态不可修元件的可靠性进行分析。

1 模型基本定义

1.1 Markov 过程定义

对于复杂机械系统,如果任意时间段内的故障数可以描述成泊松分布,故障时间、维修时间描述成指数分布,这就满足了 Markov 过程应用于可靠性分析的条件。独立随机过程 $\{X(t) | t \geq 0\}$ 的 n 阶联合分布满足如下的条件^[6]

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n) = \prod_{i=1}^n F(x_i; t_i) = \prod_{i=1}^n \Pr\{X(t_i) \leq x_i\} \quad (1)$$

对于任意时间 $t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_{n-1} < t_n < t$, 如果 $X(t)$ 任意给定值 $X(t_0), X(t_1), \dots, X(t_n)$ 的条件分布只依赖于 $X(t_n)$, 那么随机过程 $\{X(t) | t \geq 0\}$ 称为 Markov 过程, 即

$$\Pr\{X(t) \leq x | X(t_n) = x_n, X(t_{n-1}) = x_{n-1}, \dots, X(t_1) = x_1, X(t_0) = x_0\} = \Pr\{X(t) \leq x | X(t_n) = x_n\} \quad (2)$$

在 Markov 过程中, 随机变量在 $t > t_n$ 时刻的概率依赖于随机变量在 t_n 时刻的取值, 而与在 t_n 之前实现过程无关, 即未来某个时刻的状态概率, 可以只考虑过程的当前状态, 而不依赖于过去时刻的状态, 这个特性称为“无记忆性”^[7], 则有

$$\Pr\{X(t) \leq x | X(t_n) = x_n\} = \Pr\{X(t - t_n) \leq x | X(0) = x_n\} \quad (3)$$

1.2 多状态元件定义

根据性能水平划分, 假设元件具有 k 个不同状态, 由集合 $g = \{g_1, g_2, \dots, g_k\}$ 表示。元件的当前状态和性能参数函数 $G(t)$ 在任意时刻的取值都是随机变量。 $G(t)$ 从 g 中取值, 即 $G(t) \in g$ 。同时, 假设集合 g 中元素是按顺序排列的, 即对于任意的 $i, g_{i+1} \geq g_i$ 。

多状态元件可以划分为两类^[8]: 1) 不可修元件, 只有当发生故障之后才能被注意到的元件, 或者维修不具有经济性的元件, 或者只有第一次故障之前具有实用性的元件; 2) 可修元件, 一旦发生故障就可以立即进行修理的元件, 该类元件的寿命周期由运行时间和维修时间组成。不可修元件的寿命只持续到第一次进入不可接受状态的子集。一般说来, 一个元件的状态可接受性依赖于元件的性能与指定的性能水平。不妨假设性能水平 $W(t)$ 也是一个随机变量, 从集合 $w = \{w_1, w_2, \dots, w_m\}$ 中取值。元件性能参数与指定性能水平的关系可以通过接受函数 $F(G(t), W(t))$ 表达。

2 多状态连续时间 Markov 过程

现定义一个离散状态连续时间随机过程 $\{X(t) | t \geq 0\}, X(t) \in \{1, 2, \dots, K\}$, 参数 t 有连续范围的取值, $t \in$

$[0, \infty)$ 。这个过程与随机过程 $\{G(t) | t \geq 0\}$ 紧密相关。当 $X(t) = i$ 时, 多状态元件相应的性能参数为 g_i ; $G(t) = g_i$ 。在时间节点 $t_i, i = 1, 2, \dots, k$, 当相应的状态转移发生时, 离散状态随机过程 $X(t)$ 就减 1。在可靠性应用中, 状态集合 S 通常是确定的, $S = \{1, 2, \dots, K\}$, 因此, $X(t) \in \{1, 2, \dots, K\}$ 。

如果对于 $t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_{n-1} < t_n < t$, 条件概率分布函数满足下面关系, 则离散状态连续时间随机过程 $\{X(t) | t \geq 0\}$ 称为 Markov 过程, 即

$$\Pr\{X(t_n) = x_n | X(t_{n-1}) = x_{n-1}, \dots, X(t_1) = x_1, X(t_0) = x_0\} = \Pr\{X(t_n) = x_n | X(t_{n-1}) = x_{n-1}\} \quad (4)$$

令 $t = t_{n-1}, t_n = t_{n-1} + \Delta t$, 式(4)可转化为

$$\Pr\{X(t + \Delta t) = i | X(t) = j\} = \pi_{ji}(t, t + \Delta t) \quad (5)$$

简化为

$$\pi_{ji}(t, t + \Delta t) = \pi_{ji}(t, \Delta t) \quad (6)$$

如果概率 $\pi_{ji}(t, \Delta t)$ 不依赖于时间 t , 只依赖于 Δt , 此时 Markov 过程具有时间齐次性。 $\pi_{ji}(t, \Delta t)$ 表示在初始时刻过程处于状态 j , 经历时间段 Δt 没有发生状态改变的概率, 即

$$\pi_{ji}(t, \Delta t) = \begin{cases} 1 & j = i \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (7)$$

对每一个 j 定义一个非减连续函数 $a_j(t)$, 即

$$a_j(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\pi_{jj}(t, t) - \pi_{jj}(t, t + \Delta t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1 - \pi_{jj}(t, t + \Delta t)}{\Delta t} \quad (8)$$

对于每一个 j 和 $i \neq j$ 定义一个非减连续函数 $a_{ji}(t)$, 即

$$a_{ji}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\pi_{ji}(t, t) - \pi_{ji}(t, t + \Delta t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\pi_{ji}(t, t + \Delta t)}{\Delta t} \quad (9)$$

如果过程在某个时刻处于状态 j , 在下一个时间段 Δt 内, 可能出现从状态 j 到某个状态 i 的转移或者继续保持在状态 j , 因此有

$$\pi_{jj}(\Delta t) + \sum_{i \neq j} \pi_{ji}(\Delta t) = 1 \quad (10)$$

令 $a_{jj} = -a_j$, 联合式(8)、式(10)可得

$$a_{jj} = -a_j = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} -\frac{1}{\Delta t} \sum_{i \neq j} \pi_{ji}(\Delta t) = -\sum_{i \neq j} a_{ji} \quad (11)$$

令 $p_i(t)$ 为 $X(t)$ 在时间 t 的状态概率, 有

$$p_i(t) = \Pr\{X(t) = i\} \quad j = 1, 2, \dots, K, t \geq 0 \quad (12)$$

式(12)定义了 $X(t)$ 在时间 t 的概率分布函数。由于在任意时间 $t \geq 0$, 过程将处于 K 个状态中的某一个, 则

$$\sum_{i=1}^K p_i(t) = 1 \quad (13)$$

对于给定的 $t > t_1$, 运用全概率公式, 可以用转移概率 $\pi_{ij}(t_1, t)$ 和 $X(t_1)$ 的概率分布函数表达 $X(t)$ 的概

率分布函数,即

$$p_j(t) = \Pr\{X(t) = j\} = \sum_{i \in S} \Pr\{X(t) = j | X(t_1) = i\} \Pr\{X(t_1) = i\} = \sum_{i \in S} \pi_{ij}(t_1, t) p_i(t_1) \quad (14)$$

令 $t_1 = 0$, 有

$$p_j(t) = \sum_{i \in S} \pi_{ij}(0, t) p_i(0) \quad (15)$$

这就意味着连续时间 Markov 过程的概率完全由转移概率 $\pi_{ij}(0, t)$ 和初始概率向量 $\mathbf{p}(0) = [p_1(0), p_2(0), \dots, p_K(0)]$ 决定。

对于所有的 $i, j \in S$, 连续时间 Markov 过程的转移概率满足 Chapman-Kolmogorov 方程, 可以写成

$$\pi_{ij}(t_1, t) = \sum_{k \in S} \pi_{ik}(t_1, t_2) \pi_{kj}(t_2, t) \quad 0 \leq t_1 < t_2 \leq t \quad (16)$$

运用全概率公式, 有

$$\Pr\{X(t) = j | X(t_1) = i\} = \sum_{k \in S} \Pr\{X(t) = j | X(t_2) = k, X(t_1) = i\} \Pr\{X(t_2) = k | X(t_1) = i\} \quad (17)$$

过程在 $t + \Delta t$ 时刻的状态概率可以在 t 时刻状态概率的基础上获得, 即

$$p_j(t + \Delta t) = p_j(t) [1 - \sum_{i \neq j} a_{ji} \Delta t] + \sum_{i \neq j} p_i(t) a_{ij} \Delta t \quad i, j = 1, 2, \dots, K \quad (18)$$

可以通过两种方式在时刻 $t + \Delta t$ 转移到状态 j , 进而求解式(18):

1) 在 t 时刻, 过程处于状态 j , 直到 $t + \Delta t$ 时刻都没有离开这个状态, 相应的事件概率为 $p_j(t)$ 和 $1 - \sum_{i \neq j} a_{ji} \Delta t$ 。

2) 在 t 时刻, 过程处于状态 $i \neq j$, 在时间段 Δt 内从状态 i 转移到状态 j , 相应事件的概率分别为 $p_i(t)$ 和 $a_{ij} \Delta t$ 。

联立式(15)、式(18)有

$$p_j(t + \Delta t) = p_j(t) [1 + a_{jj} \Delta t] + \sum_{i \neq j} p_i(t) a_{ij} \Delta t \quad (19)$$

或者

$$p_j(t + \Delta t) - p_j(t) = \sum_{i \neq j} p_i(t) a_{ij} \Delta t + p_j(t) a_{jj} \Delta t = \sum_{i=1}^K p_i(t) a_{ij} \Delta t - p_j(t) \sum_{i \neq j} a_{ji} \Delta t \quad (20)$$

对式(20)两边同除以 Δt , 并取极限 $\lim_{\Delta t \rightarrow 0}$, 有

$$\frac{dp_j(t)}{dt} = \sum_{i=1}^K p_i(t) a_{ij} - p_j(t) \sum_{i \neq j} a_{ji} \quad j = 1, 2, \dots, K \quad (21)$$

此时, 通过微分方程组式(21)可以确定元件的齐次 Markov 过程状态概率 $p_j(t)$, $j = 1, 2, \dots, K$, 其初始条件为

$$p_j(t) = a_j \quad j = 1, 2, \dots, K \quad (22)$$

引入行向量 $\mathbf{p}(t) = [p_1(t), p_2(t), \dots, p_K(t)]$ 和转移密度矩阵 \mathbf{a} , 即

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1K} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2K} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{K1} & a_{K2} & \cdots & a_{KK} \end{bmatrix} \quad (23)$$

矩阵中对角线元素为 $a_{jj} = -a_j$, 将式(21)写成矩阵形式, 即

$$\frac{d\mathbf{p}(t)}{dt} = \mathbf{p}(t) \mathbf{a} \quad (24)$$

对于每一个状态 $i (1 \leq i \leq K)$, 每一行矩阵元素求和等于 0, 即 $\sum_{j=1}^K a_{ji} = 0$ 。

如果对于某个时间 $t > 0$, 有 $\pi_{ij}(t) > 0$, 则状态 j 从状态 i 出发是可达的。如果每个状态从其他任意状态出发都是可达的, 则连续时间 Markov 过程是不可约的。对于一个不可约的连续时间 Markov 过程, 每一个状态 $i \in S$ 的极限都存在, 且与初始状态 $i \in S$ 独立, 即

$$p_i = \lim_{t \rightarrow \infty} p_i(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \pi_{ij}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \pi_i(t) \quad (25)$$

如果稳态概率存在, 则这个过程称为可遍历的。由于常数概率所有对时间的导数都等于 0, 即

$$\frac{dp_i(t)}{dt} = 0 \quad i = 1, 2, \dots, K \quad (26)$$

式(21)简化成 K 个线性代数方程。令状态概率 $p_i = \lim_{t \rightarrow \infty} p_i(t)$ 存在, 式(21)左边所有状态概率的导数为 0。在任意时刻, 状态概率的总和为 1, 可得到

$$\sum_{i=1}^K p_i = 1 \quad (27)$$

借助式(27)可以解出如下的代数线性方程, 即

$$0 = \sum_{i=1}^K p_i(t) a_{ij} - p_j(t) \sum_{i \neq j} a_{ji} \quad j = 1, 2, \dots, K \quad (28)$$

因此, 可遍历连续时间 Markov 链的稳态概率可以通过式(27)、式(28)确定。

3 多状态不可修元件可靠性评估

对于不可修元件, 状态转移由元件失效或者部分失效引起, 元件在 t 时刻的故障率^[9]定义为

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \left[\frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{R(t)} \right] = \frac{f(t)}{R(t)} \quad (29)$$

式中: $R(t) = 1 - F(t)$ 为元件的可靠度函数; $F(t)$ 为故障分布函数; $f(t)$ 为元件故障密度函数。对于齐次 Markov 过程, 故障率并不依赖于时间, 可以表示为 $\lambda = 1/T_{\text{MTTF}}$, T_{MTTF} 为平均故障时间。

多状态元件的失效可以分为渐变失效和突变失效^[10-11]: 元件发生渐变失效将引起元件发生从状态 i 到相邻状态 $i-1$ 的转移, 即渐变失效引起元件性能发生最小的退化; 元件发生突变失效将引起元件发生从状态 i 到低级状态 $j (j < i-1)$ 的转移, 有可能使得元件

直接进入不可用状态。

3.1 渐变失效型

元件状态发生逐级退化,由随机过程 $\{G(t) | t \geq 0\}$ 表示。假设从状态 i 到状态 $i-1$ 的任意转移密度为 $\lambda_{i,i-1}, i=2,3,\dots,k$ 。元件在任意状态 i 的停留时间服从参数为 $\lambda_{i,i-1}$ 的指数分布,则这个过程为连续时间 Markov 过程,状态转移如图 1 所示。

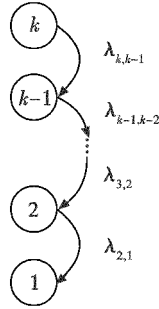


图 1 不可修元件渐变失效状态转移

Fig.1 State transition of non-repairable element with gradual failures

现定义一个离散状态连续时间随机过程 $\{X(t) | t \geq 0\}, X(t) \in \{1,2,\dots,k\}$ 。这个过程与随机过程 $\{G(t) | t \geq 0\}$ 紧密相关。当 $X(t) = i$ 时,多状态元件相应的性能参数为 $g_i; G(t) = g_i$ 。在时间节点 $t_i, i=1,2,\dots,k$,当相应的状态转移发生时,离散状态随机过程 $X(t)$ 就减 1。 $X(t)$ 的状态概率表示为

$$p_i(t) = \Pr\{X(t) = i\} \quad i=1,2,\dots,k \quad t \geq 0 \quad (30)$$

且对于任意的 $t \geq 0$,有 $\sum_{i=1}^k p_i(t) = 1$ 。

根据式(21),建立图 1 所示 Markov 过程的状态概率微分方程

$$\begin{cases} \frac{dp_k(t)}{dt} = -\lambda_{k,k-1}p_k(t) \\ \frac{dp_i(t)}{dt} = \lambda_{i+1,i}p_{i+1}(t) - \lambda_{i,i-1}p_i(t) \quad i=2,3,\dots,k-1 \\ \frac{dp_1(t)}{dt} = \lambda_{2,1}p_2(t) \end{cases} \quad (31)$$

从式(31)可以看出,当元件处于状态 k 时,只有一个从此状态到状态 $k-1$ 密度为 $\lambda_{k,k-1}$ 的转移,并且没有到状态 k 的转移。在每一个状态 $i, i=2,3,\dots,k-1$,都有一个从前一个状态 $i+1$ 到此状态的密度为 $\lambda_{i+1,i}$ 的转移和从此状态到状态 $i-1$ 密度为 $\lambda_{i,i-1}$ 的转移,没有来自于状态 1 的转移。这就意味着,如果随机过程进入了状态 1 之后,将不会离开。

假设元件退化的随机过程从最佳状态 k 以最大的元件性能参数 g_k 开始。因此,初始条件为

$$p_k(0) = 1, p_{k-1}(0) = p_{k-2}(0) = \dots = p_1(0) = 0 \quad (32)$$

运用 Laplace-Stieltjes 变换理论和式(32)初始条件,式(31)可以转化为

$$\begin{cases} s\tilde{p}_k(s) - 1 = -\lambda_{k,k-1}\tilde{p}_k(s) \\ s\tilde{p}_i(s) = \lambda_{i+1,i}\tilde{p}_{i+1}(s) - \lambda_{i,i-1}\tilde{p}_i(s) \quad i=2,3,\dots,k-1 \\ s\tilde{p}_1(s) = \lambda_{2,1}\tilde{p}_2(s) \end{cases} \quad (33)$$

式中: $\tilde{p}_k(s) = L\{p_k(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} p_k(t) dt$ 为函数 $p_k(t)$ 的 Laplace-Stieltjes 变换; $L\left\{\frac{dp_k(t)}{dt}\right\} = s\tilde{p}_k(s) - p_k(0)$ 为函数 $p_k(t)$ 导数的 Laplace-Stieltjes 变换。

式(33)可写为

$$\begin{cases} \tilde{p}_k(s) = \frac{1}{s + \lambda_{k,k-1}} \\ \tilde{p}_i(s) = \frac{\lambda_{i+1,i}}{s + \lambda_{i,i-1}} \tilde{p}_{i+1}(s) \quad i=2,3,\dots,k-1 \\ \tilde{p}_1(s) = \frac{\lambda_{2,1}}{s} \tilde{p}_2(s) \end{cases} \quad (34)$$

从第一个等式开始解方程,将值代入下一式,逐一迭代,得到

$$\begin{cases} \tilde{p}_k(s) = \frac{1}{s + \lambda_{k,k-1}} \\ \tilde{p}_i(s) = \frac{\lambda_{i+1,i} \lambda_{i+2,i+1} \dots \lambda_{k,k-1}}{(s + \lambda_{i,i-1})(s + \lambda_{i+1,i}) \dots (s + \lambda_{k-1,k-2})(s + \lambda_{k,k-1})} \quad i=2,3,\dots,k-1 \\ \tilde{p}_1(s) = \frac{\lambda_{2,1} \lambda_{3,2} \lambda_{4,3} \dots \lambda_{k,k-1}}{s(s + \lambda_{2,1})(s + \lambda_{3,2}) \dots (s + \lambda_{k-1,k-2})(s + \lambda_{k,k-1})} \end{cases} \quad (35)$$

为了确定函数 $p_k(t)$,将对 $L^{-1}\{\tilde{p}_k(s)\} = p_k(t)$ 进行 Laplace-Stieltjes 反变换。

在多数情况下,对于指定性能水平 $g_{i+1} \geq w \geq g_i (i=1,2,\dots,k-1)$,可接受的状态为超过元件性能参数 g_i 的 $i+1, i+2, \dots, k$ 级。具有最低性能等级的状态概率 $p_1(t)$ 确定了多状态元件在指定水平 $g_2 \geq w > g_1$ 情况下的不可靠函数。可靠度函数定义为元件不处于最差状态的概率,即 $R_1(t) = 1 - p_1(t)$ 。如果指定水平为 $g_{i+1} \geq w > g_i, i=1,2,\dots,k-1$,那么多状态元件的不可靠度函数为元件处于不可接受状态 $1,2,\dots,i$ 的概率总和。因此,可靠度函数为

$$R_i(t) = 1 - \sum_{j=1}^i p_j(t) \quad (36)$$

3.2 突变失效型

现讨论同时具有渐变失效和突变失效的多状态不可修元件,状态转移如图 2 所示。

对于由状态空间图表示连续时间 Markov 模型,根据式(21)和式(32)可以得到关于状态概率的微分方程

$$\begin{cases} \frac{dp_k(t)}{dt} = -p_k(t) \sum_{e=1}^{k-1} \lambda_{k,e} \\ \frac{dp_i(t)}{dt} = \sum_{e=i+1}^k \lambda_{e,i} p_e(t) - p_i(t) \sum_{e=1}^{i-1} \lambda_{i,e} \quad i=2,3,\dots,k-1 \\ \frac{dp_1(t)}{dt} = \sum_{e=2}^k \lambda_{e,1} p_e(t) \end{cases} \quad (37)$$

解方程组可以确定元件的状态概率 $p_i(t)$, $i=1, 2, \dots, k$ 。如同只有渐变失效的多状态不可修元件一样,同时具有渐变失效和突变失效的元件的不可靠度等于各个不可接受状态的概率之和。因此,对于指定性能水平 $w(g_i < w \leq g_{i+1})$,可以应用式(36)确定元件的可靠度函数。

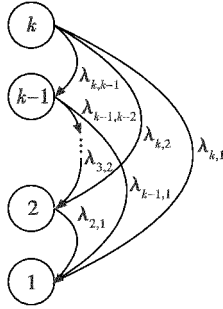


图2 不可修元件突变-渐变失效状态转移

Fig.2 State transition of non-repairable element with mutational and gradual failures

4 实例分析

某导弹在发射后攻击敌机的过程中,有一段时间极短的程控飞行,延迟活门的气动延迟时间正好是导弹归零段飞行的时间。归零段的设计是为了确保载机的安全,使得导弹在飞离载机之后的一段时间内不作机动飞行,以避免导弹机动飞行与载机相撞的危险。在某导弹测试过程中,要求气动延迟时间为320~520 ms,经延迟活门延迟后,氮气才通过制导活门传至舵传动机构气缸内,推动活塞作直线运动,通过摇臂对舵形成控制力矩,从而控制导弹飞行。

对于基层级维修来说,延迟活门属于一个只可换、不可维修的元件。根据延迟活门的机械原理,延迟时间是一个逐渐增长的过程,从320~520 ms,直至超出520 ms,进入故障状态。从测试原理可知,延迟活门延迟时间可以划分为 $g_4 = [320, 360)$, $g_3 = [360, 420)$, $g_2 = [420, 520]$, $g_1 = (520, +\infty)$ 4个状态等级,相应的故障率分别为 $\lambda_{4,3} = 2y^{-1}$, $\lambda_{3,2} = 1y^{-1}$, $\lambda_{2,1} = 0.7y^{-1}$, $\lambda_{4,2} = 0.5y^{-1}$, $\lambda_{3,1} = 0.3y^{-1}$, $\lambda_{4,1} = 0.1y^{-1}$,初始条件分别为 $p_4(0) = 1$, $p_3(0) = p_2(0) = p_1(0) = 0$ 。

根据式(37)建立延迟活门多个状态的微分方程

$$\begin{cases} \frac{dp_4(t)}{dt} = -(\lambda_{4,3} + \lambda_{4,2} + \lambda_{4,1}) \cdot p_4(t) \\ \frac{dp_3(t)}{dt} = \lambda_{4,3} \cdot p_4(t) - (\lambda_{3,2} + \lambda_{3,1}) \cdot p_3(t) \\ \frac{dp_2(t)}{dt} = \lambda_{4,2} \cdot p_4(t) + \lambda_{3,2} \cdot p_3(t) - \lambda_{2,1} \cdot p_2(t) \\ \frac{dp_1(t)}{dt} = \lambda_{4,1} \cdot p_4(t) + \lambda_{3,1} \cdot p_3(t) + \lambda_{2,1} \cdot p_2(t) \end{cases} \quad (38)$$

通过式(33)~式(35)进行拉氏变换与拉氏反变换,并代入状态转移参数值,则有

$$\begin{cases} p_4(t) = e^{-\frac{13}{5}t} \\ p_3(t) = \frac{20}{13}(e^{-\frac{13}{10}t} - e^{-\frac{13}{5}t}) \\ p_2(t) = \frac{115}{57}e^{-\frac{7}{10}t} + \frac{135}{247}e^{-\frac{13}{5}t} - \frac{100}{39}e^{-\frac{13}{10}t} \\ p_1(t) = 1 + \frac{40}{39}e^{-\frac{13}{10}t} - \frac{2}{247}e^{-\frac{13}{5}t} - \frac{115}{57}e^{-\frac{7}{10}t} \end{cases} \quad (39)$$

对于 $g_1 < w \leq g_2$, 有 $R_1(t) = 1 - p_1(t)$; 对于 $g_2 < w \leq g_3$, 有 $R_2(t) = 1 - p_1(t) - p_2(t)$; 对于 $g_3 < w \leq g_4$, 有 $R_3(t) = 1 - p_1(t) - p_2(t) - p_3(t) = p_4(t)$ 。

各状态概率与元件可靠度函数如图3所示。

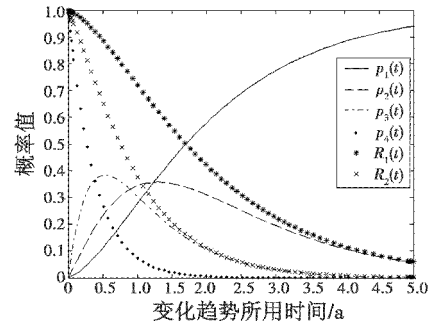


图3 延迟活门各状态概率与可靠度曲线

Fig.3 State probability and reliability curve of delay valve

延迟活门处于各个状态的概率与元件在指定水平下的可靠度函数之间的数值关系很明显。对于具有四阶状态的延迟活门来说,在不发生彻底失效的情况下,指定性能水平有3个区间范围,分别介于4个状态之间,相应的可靠性指标也有3个取值。由于 $R_3(t)$ 与 $p_4(t)$ 相等,处于3个区间范围的可靠性值只有2条,即 $R_1(t)$, $R_2(t)$ 。

假设每次检测或者挂飞过程中,延迟活门工作时间为1 h,可累计检测或者挂飞40次,即可累计工作40 h,当时间期满时,元件的可靠度 R_1 为0.9016 ($t = 40$ h)。

从延迟活门的机械结构来看,随着使用次数的增多,水蒸汽、氧气进入伺服机构,弹簧发生化学腐蚀,柱塞件发生氧化、老化,导致部件与周围摩擦增大,机械反应不够灵敏,从而使得气动延迟时间增长。当延迟活门的可靠度低于导弹的要求值,基层级维修单位应立即采取换件修理以提高导弹的战备完好率,中继级/基地级维修单位对基层级维修单位返运的导弹或延迟活门进行元件维修或者进行报废处理。

5 结论

根据导弹重要部件的性能水平划分,运用 Markov

模型可以进行多状态转移可靠度评估,有效地解决了传统二元评估方法在可靠性评估中造成信息缺失的问题,并提高了可靠性评估的精确性和准确性。对于基层级维修单位来说,某些元部件属于不可修类型,只能进行换件维修,可以利用本文方法,根据采集的测试参数进行元部件可靠性评估,并根据评估结果制定相应的维修保障决策。对于中继级/基地级维修单位来说,这些元部件属于可维修类型,经过维修之后,元部件将回到可以正常工作的某个技术状态,在下一步工作中将深入分析可修元件的可靠性评估方法,以及有关选择性维修的优化问题。通过深入分析可维修/不可维修元件在不同技术状态的可靠性水平,有利于合理安排人力资源、备件资源以及物流资源,进而提高导弹装备的完好性水平。

参考文献

- [1] 方玉茹, 阚树林, 杨猛, 等. 模糊多态贝叶斯网络在冗余液压系统可靠性分析中的应用[J]. 计算机集成制造系统, 2015, 21(7): 1856-1864.
- [2] LANGSETH H, PORTINALE L. Bayesian network in reliability [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2007, 92: 92-108.
- [3] 周金宇. 系统非整数阶可靠性分析[D]. 沈阳: 东北大学, 2005.
- [4] LISNIANSKI A, ELMAKIAS D, LAREDO D, et al. A multi-state Markov model for a short-term reliability analysis of a power generating unit[J]. Reliability Engineering and System Safety, 2012, 98: 1-6.
- [5] 金光. 复杂系统可靠性建模与分析[M]. 北京: 国防工业出版社, 2015.
- [6] LISNIANSKI A, FRENKEL I, DING Y. Multi-state system reliability analysis and optimization for engineers and industrial managers[M]. London: Springer, 2010.
- [7] SINGH S, ABDULLAH S, NIK M, et al. Markov chain modeling of reliability analysis and prediction under mixed mode loading [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2015, 28(2): 307-314.
- [8] SHEU S H, CHANG C C, CHEN Y L, et al. Optimal preventive maintenance and repair policies for multi-state systems [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2015, 140: 78-87.
- [9] 徐廷学. 装备综合保障工程理论与方法[M]. 北京: 国防工业出版社, 2009.
- [10] 潘刚, 尚朝轩, 梁玉英, 等. 基于 Wiener-MM 和 UGF 的多态系统可靠性评估[J]. 电光与控制, 2016, 23(5): 84-88.
- [11] GUILANI P P, SHARIFI M, NIAKI S T A, et al. Reliability evaluation of non-reparable three-state systems using Markov model and its comparison with the UGF and the recursive methods[J]. Reliability Engineering and System Safety, 2014, 129: 29-35.
- (上接第 41 页)
- [5] RYOO C K, CHO H, TAHK M J. Time-to-go weighted optimal guidance with impact angle constraints [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2006, 14(3): 483-492.
- [6] 张友安, 黄洁, 孙阳平. 带有落角约束的一般加权最优制导律[J]. 航空学报, 2014, 35(3): 848-856.
- [7] 孙胜, 张华明, 周荻. 考虑自动驾驶仪动特性的终端角度约束滑模导引律[J]. 宇航学报, 2013, 34(1): 69-78.
- [8] LEE J H, ALLAIRE P E, TAO G, et al. Integral sliding mode control of a magnetically suspended balance beam: analysis, simulation, and experiment [J]. IEEE/ASME Transaction on Mechanical, 2001, 6(3): 338-346.
- [9] 杨锁昌, 张宽桥, 陈鹏. 带攻击角度约束的自适应终端滑模导引律[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(8): 1566-1574.
- [10] 熊少锋, 王卫红, 王森. 带攻击角度约束的非奇异快速终端滑模制导律[J]. 控制理论与应用, 2014, 31(3): 269-278.
- [11] 周慧波, 宋申民, 刘海坤. 具有攻击角约束的非奇异终端滑模导引律设计[J]. 中国惯性技术学报, 2014, 22(5): 607-613.
- [12] LI Q C, ZHANG W S, HAN G, et al. Adaptive neuro-fuzzy sliding mode control guidance law with impact angle constraint [J]. IET Control Theory & Applications, 2015, 9(14): 2115-2123.
- [13] LI H Q, TONG S G. A hybrid adaptive fuzzy control for a class of nonlinear MIMO systems [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2003, 11(1): 24-34.
- [14] JANG J-S R. ANFIS: adaptive-network-based fuzzy inference system [J]. IEEE Transactions on Systems, Man Cybernetics, 1993, 23(3): 665-685.
- [15] WAI R J, HUANG Y C, YANG Y C, et al. Adaptive fuzzy-neural-network velocity sensorless control for robot manipulator position tracking [J]. IET Control Theory & Applications, 2010, 4(6): 1079-1093.