

引用格式:贾正荣,卢发兴,吴威.具有末制导搜索能力武器对概略目标的区域射击方法研究[J].电光与控制,2017,24(8):51-55. JIA Z R, LU F X, WU W. On area shooting method for terminal guided weapons with search ability to outlined target[J]. Electronics Optics & Control, 2017, 24(8): 51-55.

## 具有末制导搜索能力武器对概略目标的区域射击方法研究

贾正荣, 卢发兴, 吴威  
(海军工程大学, 武汉 430033)

**摘要:** 区域射击方法可以充分利用具有末制导搜索能力武器的性能特点,有效搜捕并打击未准确定位目标。现有方法采用统计模拟法分析打击过程与毁伤效能,主要针对散布服从正态分布的目标,而对于误差情况更为恶劣的概略目标缺少深入研究。区域射击方法包含武器数量计算以及瞄准点配置两个核心问题。对于服从均匀分布的概略目标,通过建立并分析毁伤概率模型,求解最优射弹散布密度函数,构建预估校正方法,计算使给定瞄准点配置对应毁伤概率达到预定要求的武器数量;以毁伤概率上界为目标,提出瞄准点配置的优化求解方法。参考国外主流装备技术参数,通过仿真计算,验证了方法的有效性与时效性,并与现有方法进行了对比,结果表明所提方法优化程度更高,并且能够使区域射击方案达到预定毁伤概率的要求。

**关键词:** 火控系统; 射击理论; 区域射击; 末制导

**中图分类号:** TJ765 **文献标志码:** A **doi:**10.3969/j.issn.1671-637X.2017.08.011

## On Area Shooting Method for Terminal Guided Weapons with Search Ability to Outlined Target

JIA Zheng-rong, LU Fa-xing, WU Wei

(Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

**Abstract:** By taking advantages of the technical feature of the terminal guided weapon with search ability, area shooting method can search and attack outlined target effectively. The current researches analyze the shooting process and kill probability with the statistical simulation method, mainly concentrating on normal distributed target rather than the outlined target with larger errors. Area shooting can be subdivided into two basic issues: weapon amount calculation and aiming point configuration. To the outlined target with uniform distribution, the optimal weapon dispersion density function is deduced by constructing kill probability model, and a predictor-corrector method for calculating weapon amount is established, whose corresponding kill probability can reach the predetermined requirement. By setting the kill probability upper bound as index function, a solution for aiming point configuration is proposed. According to the technical details of contemporary weaponry, the numerical simulation is conducted to verify the validity and timeliness. Comparison with the existing method demonstrates the advantages of our method both in the extent of optimization and in the effectuation of satisfying predetermined kill probability.

**Key words:** fire control system; shooting theory; area shooting; terminal guidance

### 0 引言

区域射击方法可以充分利用具有末制导搜索能力武器的性能特点,有效搜捕并打击未准确定位目标<sup>[1]</sup>。

现有方法在分析区域射击的打击过程与毁伤效能时多采用统计模拟法<sup>[2]</sup>,该方法可以应用于散布情况服从不同分布的目标,具有较好的普适性。然而,这种方法得到的区域射击配置参数,对应的毁伤概率存在进一步优化的空间,并且过程较为繁琐,多次求解的结果存在偏差。文献[3]通过建立解析形式的毁伤概率模型进行优化求解,给出一种逼近最优毁伤概率的区域射击方法,但是只适用于目标散布服从正态分布的情况。

收稿日期:2016-08-31

修回日期:2016-09-21

作者简介:贾正荣(1992—),男,陕西商洛人,硕士,研究方向为舰载武器控制系统。

实际情况中,由于目标信息不完整,针对概略目标的区域打击也是需要考虑的一种主要情况<sup>[4]</sup>,并且其普遍存在于无人机的协同搜索<sup>[5-6]</sup>以及相应的航路规划<sup>[7-8]</sup>、反舰导弹超视距攻击<sup>[9-12]</sup>、悬浮式深弹反潜作战中<sup>[13]</sup>,因此对概率目标区域射击的研究具有一定的现实意义。

本文研究具有末端搜索能力武器对概略的目标区域射击方法,区域射击方法需要求解武器数量以及具体的瞄准点配置。通过建立武器对目标的毁伤概率模型,引入反映射弹散布密度函数并采用变分方法进行优化求解,得到最优射弹散布密度函数以及最优毁伤概率函数。基于最优毁伤概率函数,构建预估校正模型求解,使毁伤概率达到预定要求的武器数量,并通过优化求解得到区域射击瞄准点配置。

## 1 问题描述

衡量区域射击性能的指标是毁伤概率 $P_n$ 。一般而言,在误差条件给定的情况下,影响毁伤概率的参数只有武器数量 $n$ 以及瞄准点位置 $\{x_i\}$ 。在战术应用中,区域射击应当满足一定的毁伤概率,即选取合适的武器数量以及瞄准点位置,以满足以下2个条件:1)区域射击毁伤概率达到预定毁伤概率 $P_c$ ;2)在满足条件1)的前提下,尽量减少发射武器的数量以节约成本。

经过上述分析,区域射击参数配置问题可以通过以下模型描述。

待优化参数:武器数量 $n$ ,瞄准点位置 $\{x_i\}$ (或归一化的瞄准点位置 $\{\xi_i\}$ )。

目标函数: $P_n \geq P_c$ 。

约束条件: $n \in \mathbf{N}^+$ 。

下面分别建立区域射击毁伤概率模型,提出武器数量求解方法,得到完整的区域射击参数配置方法,进而形成对概略目标的区域射击方法。

## 2 毁伤概率模型

以目标散布中心为坐标原点 $o$ ,武器速度方向为 $y$ 轴,建立直角坐标系。由于采用平行搜索的方式,武器搜捕目标的概率在 $y$ 轴的边缘分布为1,武器命中目标的概率可以投影在 $x$ 轴进行计算。设武器瞄准点为 $x_i, i \in \Omega, \Omega \subset \mathbf{N}$ ,并且 $\|\Omega\| = n$ 为齐射武器数量, $B$ 为武器搜索的等效半宽,武器到达瞄准点的自控终点误差为 $E_{x1}$ (概率误差),即射击不相关误差,目标散布误差在 $x$ 轴上为 $E_{x2}$ (概率误差),在 $y$ 轴上为 $E_{y2}$ ,即射击相关误差, $Q$ 为武器捕获目标后毁伤目标的概率。目标散布区与武器搜捕态势如图1所示。

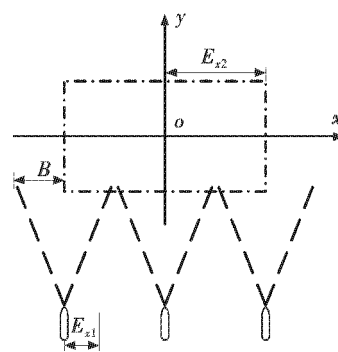


图1 对均匀分布目标的平行搜捕打击示意图

Fig. 1 Diagram of parallel searching formation to uniform distributed target

为简化分析,对上述参数归一化处理,有 $b = B/E_{x1}, \varepsilon = E_{x2}/E_{x1}, \xi_i = E_{x2}/E_{x1}$ 。从而,武器毁伤目标的概率<sup>[14]</sup>为

$$P_n = 1 - \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \prod_{i \in \Omega} [1 - Qp(x + \xi_i)] dx \quad (1)$$

式中, $p(\xi)$ 为射击系统误差为 $\xi$ 时,单枚武器捕获到目标的概率,即

$$p(\xi) = \frac{\rho}{\sqrt{\pi}} \int_{-b}^b e^{-\rho^2(x-\xi)^2} dx \quad (2)$$

因误差为概率误差,故引入正态常数 $\rho$ 取0.476 936,若标准差为 $\sigma$ ,则概率误差取 $E = \sqrt{2\rho\sigma}$ 。 $f(x)$ 为目标散布的概率密度函数,即

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\varepsilon} & x \in [-\varepsilon, \varepsilon] \\ 0 & x \notin [-\varepsilon, \varepsilon] \end{cases} \quad (3)$$

因此毁伤目标的概率也可以表示为

$$P_n = 1 - \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} f(x) \prod_{i \in \Omega} [1 - Qp(x + \xi_i)] dx \quad (4)$$

## 3 武器数量求解方法

本文提出一种预估校正方法(Predictor-Corrector Method)求解武器数量,使毁伤概率达到预定指标 $P_c$ 。

### 3.1 最优毁伤概率与武器数量初值

最优毁伤概率 $P_o(n)$ 与具体的瞄准点位置无关,它反映了给定误差条件、武器数量情况下毁伤概率能够达到的最大值,其与武器数量 $n$ 存在一一映射关系,因此可以用 $P_o(n)$ 求解武器数量的初值。

引入射弹散布密度函数

$$U = -\ln \prod_{i \in \Omega} [1 - Qp(x + \xi_i)] = -\sum_{i \in \Omega} \ln[1 - Qp(x + \xi_i)] \quad (5)$$

则式(4)变为

$$P_n = 1 - \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} f(x) e^{-U} dx \quad (6)$$

注意到  $U$  在  $(-\infty, +\infty)$  上的积分与瞄准点位置无关

$$\int_{-\infty}^{\infty} U dx = n \int_{-\infty}^{\infty} -\ln[1 - Qp(x + \xi_i)] dx = n\tau \quad (7)$$

因此可以将式(7)作为一个等周条件(Isoperimetric Condition),通过变分法求解最优的  $U$  及对应的  $P_n$ ,此时目标函数变为  $I=f(x)e^{-U} + \lambda U$ ,根据 E-L 条件, $U$  的最优值  $U_0$  应为  $I_U - \frac{d}{dx} \frac{\partial I_U}{\partial U} = 0$  的解,即  $U_0$  应使  $-f(x) \cdot e^{-U_0} + \lambda = 0$ 。从而最优射弹散布密度函数为

$$U_0 = -\ln \frac{\lambda}{f(x)} \quad (8)$$

将式(8)代入式(7),有

$$\int_{-\infty}^{\infty} -\ln \frac{\lambda}{f(x)} dx = n\tau \quad (9)$$

由于  $f(x)$  定义在  $[-\varepsilon, \varepsilon]$  内,射弹散布密度在  $[-\varepsilon, \varepsilon]$  外的取值对于  $P_n$  的提高并没有贡献。因此将式(9)变为

$$\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} -\ln \frac{\lambda}{f(x)} dx = n\tau \quad (10)$$

解得  $\lambda = \frac{1}{2\varepsilon} e^{-n\tau/2\varepsilon}$ ,代入  $U_0$ ,得到最优毁伤概率函数为

$$P_0(n) = 1 - 2\varepsilon\lambda = 1 - e^{-n\tau/2\varepsilon} \quad (11)$$

显然,令  $P_0(n) = P_c$ ,可以解得

$$n^* = -2\varepsilon \ln(1 - P_c) / \tau \quad (12)$$

由于武器数量  $n \in \mathbf{N}$ ,因而取  $n_1 = \lceil n^* \rceil$  作为武器数量初值。

### 3.2 武器数量的预估校正求解方法

当武器数量  $n$  增加时,实际瞄准点配置(对应最优配置)的毁伤概率  $P_m(n)$  会增加,而  $n^*$  对应的实际毁伤概率一般小于预定毁伤概率  $P_c$ ,因此需要在  $n^*$  的基础上增加一定的修正以达到  $P_c$ 。

构建一个方法使实际毁伤概率  $P_m(n)$  达到  $P_c$ ,其自变量是武器数量序列  $n_k$ 。对于  $n_k$ ,当  $P_m(n_k) \geq P_c$  时,则满足要求,取  $n = n_k$  作为武器数量,否则计算  $P_m(n_k + 1)$ ,若  $P_m(n_k + 1) \geq P_c$ ,则取  $n = n_k + 1$  作为武器数量,若  $P_m(n_k + 1) < P_c$ ,则取

$$n_{k+1} = n_k + 1 + \frac{P_c - P_m(n_k + 1)}{P_m(n_k + 1) - P_m(n_k)} \quad (13)$$

进行迭代。即以  $P_m(n_k + 1) - P_m(n_k)$  近似  $\left. \frac{dP_m(n)}{dn} \right|_{n=n_k}$

对武器数量进行校正。

### 4 瞄准点位置求解方法

首先确定瞄准点求解问题中的待求解参数。采用等间隔瞄准点配置进行射击,即取瞄准点间隔  $\Delta$  (这里是归一化的瞄准点间隔),对于相邻的  $i, j$ ,有  $|\xi_i - \xi_j| =$

$\Delta$ ,并且瞄准点关于  $y$  轴对称,从而无论武器数量取多少,优化参数只有  $\Delta$ ,此时问题的复杂度只有一维,式(1)可以表示为  $P_n(\Delta)$ 。

求解瞄准点位置的目的是使毁伤目标的概率  $P_n(\Delta)$  尽量大,根据式(11),有  $P_n(\Delta) \leq P_0(n)$ ,将射弹散布密度函数  $U$  用瞄准点间隔  $\Delta$  表示为  $U(\Delta)$ ,从而有  $\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} f(x)e^{-n\tau/2\varepsilon} dx \leq \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} f(x) \exp[U(\Delta)] dx$ ,即  $U(\Delta) \geq -\frac{n\tau}{2\varepsilon}$ 。显然,  $\|U(\Delta) + \frac{n\tau}{2\varepsilon}\|$  越小,  $P_n(\Delta)$  就越接近  $P_0(n)$ 。因此,定义范数  $\|\cdot\|$  为

$$\|g(x)\| = \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} |g(x)|^2 dx \quad (14)$$

可以将  $\|U(\Delta) + \frac{n\tau}{2\varepsilon}\|$  作为指标对  $\Delta$  进行优化,求解其极小值,从而得到  $\Delta$  作为瞄准点配置间隔。

### 5 算例分析

根据上文建立的模型,区域射击方案配置的流程如图 2 所示。

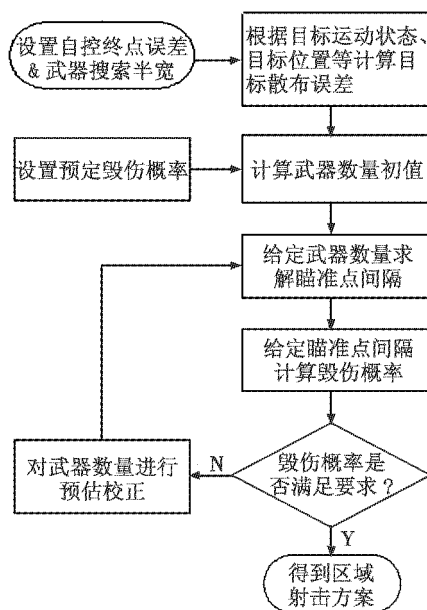


图 2 区域射击方案配置流程

Fig. 2 Flow chart of area shooting plan configuration

下面将通过数值计算分析方法的性能并与现有方法进行对比。

#### 5.1 方法性能分析

为验证方法正确性与计算耗时,改变各参数,计算每一组参数对应的武器数量  $n$ 、瞄准点间隔  $d$ 、毁伤概率  $P$  等指标。以反舰导弹超视距攻击为背景,结合国外主流装备性能,计算中的参数取值如下:目标散布区域半宽  $E_{x2}$  取值  $\{100\ 000, 150\ 000, 200\ 000\}$  (单位为 m);武器自控终点散布误差  $E_{x1}$  取值 150 m;武器搜索半宽  $B$

取值 {5000, 7500, 10 000, 12 500, 15 000, 17 500, 20 000} 0.90}; 预定毁伤概率  $P_c$  取值 0.95。计算得到结果如 (单位为 m); 武器搜捕后毁伤目标概率  $Q$  取值 {0.70, 0.90} 表 1 所示。

表 1 配置方案及对应指标

Table 1 Configuration plan and corresponding index

$Q$	$E_{z2}$	$B$							
		5000	7500	10 000	12 500	15 000	17 500	20 000	
0.70	100 000	$n$	54	35	27	22	21	16	14
		$d_s$	24.89	38.64	50.11	61.54	66.67	83.33	95.24
		$P$	0.951 4	0.951 4	0.958 7	0.951 1	0.969 5	0.951 5	0.950 2
	150 000	$n$	79	54	41	34	27	24	21
		$d_s$	25.51	37.04	48.78	58.82	75.11	84.24	95.24
		$P$	0.950 5	0.951 4	0.952 6	0.958 4	0.958 7	0.954 9	0.953 6
	200 000	$n$	79	54	41	34	27	24	21
		$d_s$	21.42	37.79	48.77	62.57	77.18	87.00	96.10
		$P$	0.974 7	0.959 9	0.957 2	0.950 2	0.957 5	0.955 9	0.955 7
0.90	100 000	$n$	32	21	16	13	11	8	8
		$d_s$	41.04	61.94	80.36	97.67	113.86	157.99	153.14
		$P$	0.953 6	0.951 4	0.968 4	0.955 9	0.958 1	0.957 9	0.964 3
	150 000	$n$	47	32	24	20	16	14	12
		$d_s$	42.15	61.47	81.40	96.77	120.36	136.31	158.06
		$P$	0.950 7	0.953 7	0.953 7	0.959 7	0.968 4	0.956 7	0.953 7
	200 000	$n$	68	42	36	25	21	18	16
		$d_s$	38.89	62.74	72.51	104.40	123.61	143.46	160.36
		$P$	0.967 2	0.951 6	0.976 6	0.950 4	0.951 6	0.966 0	0.968 4

在方法的有效性方面。本文方法计算得到的瞄准点配置,其毁伤概率均能达到预定毁伤概率  $P_c$  的要求,当  $P_c$  较高时,计算得到的实际毁伤概率更为接近  $P_c$ ,这是因为  $P_c$  较高时,需要较多的武器数量以达到该概率,此时,增加单位武器数量带来的毁伤概率提升效果要小于武器数量较低时的情况。

一般而言,反舰导弹的超视距协同攻击时,武器的搜索半宽一般均较大,所以通过本文方法计算得到的武器数量会少于 8 枚,较为符合实际。值得注意的是,本方法不仅适用于反舰导弹的协同攻击,还普遍适用于所有涉及到协同搜索的情况,比如水下声呐阵列、无人平台协同搜索等。

## 5.2 与现有方法的对比

文献[2]研究反舰导弹区域覆盖平行搜索问题,通过统计模拟法仿真,得出结论认为,为了保证对目标的捕捉概率和降低导弹的消耗量,(瞄准点间隔)通常取导弹的最大搜索半宽。

现将本文的方法与该方法进行对比。取目标散布区域半宽  $E_{z2}$  为 {50 000, 100 000} (单位为 m),武器自控终点散布误差  $E_{z1}$  为 250 m,武器搜索半宽  $B$  取为 {15 000, 250 000, 40 000} (单位为 m),武器搜捕后毁伤目标概率  $Q$  为 {0.70, 0.90},预定毁伤概率  $P_c$  取值 0.95。

由于文献[2]中的方法没有给出使毁伤概率达到预定值  $P_c$  的武器数量计算方法,因而采用本文的方法

计算武器数量。得到毁伤概率对比如表 2 所示,其中  $P_{pc}$  表示采用本文方法得到的毁伤概率,  $P_{ev}$  表示采用文献[2]中方法得到的毁伤概率。

表 2 不同方法的毁伤概率对比

Table 2 Kill probability of different methods

$Q$	$E_{z2}$	$B$			
		15 000	25 000	40 000	
0.70	50 000	$P_{pc}$	0.951 7	0.950 7	0.967 9
		$P_{ev}$	0.907 8	0.908 8	0.909 7
	100 000	$P_{pc}$	0.969 0	0.961 6	0.960 0
		$P_{ev}$	0.908 6	0.909 7	0.909 5
0.90	50 000	$P_{pc}$	0.966 3	0.967 2	0.952 7
		$P_{ev}$	0.965 9	0.967 0	0.936 0
	100 000	$P_{pc}$	0.957 9	0.967 2	0.954 2
		$P_{ev}$	0.876 7	0.966 1	0.952 7

表 2 中不同方法得到的毁伤概率均基于相同的武器数量。在大多数情况下,本文方法得到的毁伤概率更高,并且都达到了预定毁伤概率(0.95);而当  $Q$  取 0.9 时,文献[2]中的方法与本文方法得到的毁伤概率十分接近,此时由于武器捕获后毁伤目标的概率提高,相当于武器性能的提高,降低了两种方法的差异性。

可见,文献[2]中的方法是一种可行的方法,并且在武器性能较高时,方法性能与本文方法十分接近,但是其仍然存在继续优化的空间;而本文方法无论武器性能的高低,都能够求解得到更优的结果,并且使毁伤概率达到给定要求。

## 6 结束语

本文提出具有末端搜索能力制导武器对均匀分布目标区域射击方法,明确了武器数量的求解、瞄准点配置等问题中的目标函数以及约束条件。与现有方法对比,其优势体现在:简化了分析过程,求解过程更为清晰;考虑了每一枚导弹的自控终点误差,贴近实际情况;可以计算达到预定毁伤概率的武器数量,实现战术应用闭环;建立了优化模型,采用了优化方法,得到的结果较为高效。方法通用性较好,可广泛应用于具有末端搜索能力制导武器的区域射击以及多平台的协同搜索等问题。

## 参考文献

- [1] LU F X, LI R, TIAN L J. Analysis on the statistic of the target distribution area of the anti-ship missile with Monte Carlo simulation [C]//Proceedings of Aerospace Engineering and Information Technology, 2011:394-400.
- [2] 刘树衍,王航宇,卢发兴. 多枚导弹区域覆盖平行搜索的捕捉概率研究[J]. 系统工程与电子技术, 2015, 37(10):2286-2291.
- [3] 卢发兴,贾正荣,吴玲. 具有末制导搜索能力武器的区域射击方法[J]. 系统工程与电子技术, 2016, 38(11):2604-2609.
- [4] 卢发兴,吴玲,董银文. 无航路规划能力的反舰导弹盲目射击[J]. 系统工程与电子技术, 2009, 31(11):2658-2662.
- [5] JOEL G, SUJIT P B, SOUSA J B. Search strategies for multiple UAV search and destroy missions [J]. Journal of Intelligent and Robotic Systems, 2011(61):355-367.
- [6] 彭辉,沈林成,朱华勇. 基于分布式模型预测控制的多UAV协同区域搜索[J]. 航空学报, 2010, 31(3):593-601.
- [7] 唐传林,黄长强,杜海文,等. 无人作战飞行器编队协同攻击轨迹规划研究[J]. 兵工学报, 2014, 35(4):523-530.
- [8] 王抒雁,郑昌文,苏康. 一种基于进化计算的空间飞行器编队重构轨道规划方法[J]. 宇航学报, 2009, 30(1):93-97.
- [9] 曾家有. 各种因素对现在点射击方式反舰导弹捕捉概率的影响分析[J]. 兵工学报, 2011, 32(6):719-724.
- [10] 彭琛,刘星,吴森堂,等. 多弹分布式协同末制导时间一致性研究[J]. 控制与决策, 2010, 25(10):1557-1561.
- [11] 卢发兴,董银文. 测向交叉定位法下的反舰导弹导引头捕捉率算法[J]. 海军工程大学学报, 2008, 20(4):81-86.
- [12] ZHANG Y A, WANG X L, WU H L. A distributed cooperative guidance law for salvo attack of multiple anti-ship missiles [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2015, 28(5):1438-1450.
- [13] 任磊,贾跃,李文哲. 舰载软硬防雷武器综合对抗智能鱼雷方案研究[J]. 兵工学报, 2015, 36(12):2336-2341.
- [14] 邢昌凤,李敏勇,吴玲. 舰载武器系统效能分析[M]. 北京:国防工业出版社, 2007.
- (上接第14页)
2005. doi:10.1109/ICSENS.2005.1597968.
- [6] ZHANG R H, JIA H C, CHEN T, et al. Attitude solution engineering for strapdown inertial navigation system based on quaternion algorithm [J]. Optics Precision Engineering, 2008, 16(10):1963-1970.
- [7] ANGRISANO A. GNSS/INS Integration methods [D]. Calgary: University of Calgary, 2010.
- [8] GUERRERO-CASTELIANOS J F, MADRIGAL-SASTRE H, DURAND S, et al. Design and implementation of an attitude and heading reference system [C]//The 8th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control, Program and Abstract Book, 2011:1-5.
- [9] 吴杰,闫建国. 基于修正的卡尔曼滤波的姿态估计算法研究[J]. 计算机仿真, 2012, 29(2):54-57.
- [10] 薛亮,姜澄宇,常洪龙,等. 基于状态约束的MIMU/磁强计组合姿态估计滤波算法[J]. 中国惯性技术学报, 2009, 17(3):338-343.
- [11] DENTI E, GALATOLO R, SCHETTINI F. An AHRS based on a Kalman filter for the integration of inertial, magnetometric and GPS data [C]//The 27th International Congress of the Aeronautical Sciences, 2010:1-9.
- [12] 朱建新,张秋阳,王石林. 模糊 Kalman 滤波在无人机姿态测量中的应用研究[J]. 广西大学学报:自然科学版, 2011, 36(2):228-230.