

引用格式:徐光延,廖培冲,张红梅.基于太阳矢量和MEMS的自旋弹姿态估计系统研究[J].电光与控制,2017,24(8):9-14,55. XU G Y, LIAO P C, ZHANG H M. On attitude estimation system of spinning missile based on solar vector and MEMS[J]. Electronics Optics & Control, 2017, 24(8): 9-14, 55.

## 基于太阳矢量和 MEMS 的自旋弹姿态估计系统研究

徐光延, 廖培冲, 张红梅  
(沈阳航空航天大学, 沈阳 110136)

**摘要:** 针对自旋弹提出了一种新的姿态估计方法。首先,根据自旋弹的性质设计了一种特殊的太阳矢量测量装置,用来测量太阳矢量并替代常用的 MEMS 中的加速度计和地磁计来修正陀螺仪偏差。该太阳矢量测量装置包括透明外壳、光电阵列、实时时钟和处理器,太阳透过透明外壳照射光电阵列,该阵列将太阳能转换成电动势信号,并结合实时时钟、通过处理器处理得到该时刻的太阳矢量。然后,通过四元数微分方程建立卡尔曼滤波状态方程和观测方程对自旋弹进行姿态估计。最后,仿真结果表明该方法能够得到较高精度的自旋弹姿态角。

**关键词:** 自旋弹; 姿态估计; 卡尔曼滤波; 太阳矢量; 四元数

中图分类号: TJ7 文献标志码: A doi:10.3969/j.issn.1671-637X.2017.08.003

## On Attitude Estimation System of Spinning Missile Based on Solar Vector and MEMS

XU Guang-yan, LIAO Pei-chong, ZHANG Hong-mei  
(Shenyang Aerospace University, Shenyang 110136, China)

**Abstract:** A new method for estimating the attitude of spinning missile was proposed. Firstly, according to the nature of spinning missile, a special sun sensor is designed to measure the solar vector instead of the commonly used accelerometer and magnetometer in MEMS sensor to correct the gyro bias. The solar vector measuring device comprises a transparent shell, photocell array, real-time clock and controller. When the sun light illuminates the photocell array through the transparent shell, the photocell array can convert the solar energy into the electric potential signal. According to the size of the solar energy and the angle of the photocell, combined with the accurate time provided by the real-time clock, the solar vector of this moment is obtained through main controller processing. Then, the Kalman filter state equation and observation equation established by using the quaternion differential equation is adopted to estimate the spinning missile attitude. The simulation results show that this method can obtain the higher accuracy attitude angle of spinning missile.

**Key words:** spinning missile; attitude estimation; Kalman filter; solar vector; quaternion

### 0 引言

自旋弹包括炮弹、火箭弹和战术导弹等武器,是一种重要的火力压制手段,其旋转体制能有效减少由于气动外形不对称、质量偏心等引起的落地误差<sup>[1]</sup>。现在对武器射击精度要求越来越高,是否能够精确测量弹体的各种实际飞行参数成了制导的关键,因此测试

弹体的飞行姿态就尤为迫切<sup>[2]</sup>。考虑到自旋弹对高精度姿态要求,采用光纤、激光测量姿态较为合适<sup>[3]</sup>,但 these 方法成本过高,都不是理想方法<sup>[4]</sup>。MEMS 器件以其成本低、体积小而成为低成本平台的首要选择,且应用广泛<sup>[5-6]</sup>。GURRERO 等人用重力和地磁数据对 MEMS 器件中的陀螺偏差进行修正,将姿态误差作为状态估计量,应用扩展卡尔曼滤波进行数据融合,得到了可靠的姿态<sup>[7-8]</sup>。但是,由于有些自旋弹的外壳或者其他的部分是由铁磁性材料制成,会对地磁计测量造成干扰,使得测量姿态精度降低。当自旋弹大机动飞行时,运动加速度过大以至于无法准确测量重力场数据。

收稿日期:2016-06-30 修回日期:2016-09-06

基金项目:国家自然科学基金(61074159)

作者简介:徐光延(1964—),男,辽宁沈阳人,博士,教授,研究方向为飞行姿态与智能执行器控制。

本文针对上述情况提出了一种新的姿态估计方法,设计了一种利用太阳矢量来代替文献[7-8]提出的重力场和地磁场作为辅助 MEMS 器件。本文设计了一种特殊的用来测量太阳矢量的装置,该装置能够将太阳能转换成电动势,并结合实时时钟经过处理器处理后得到该时刻的太阳矢量;可以直接以姿态四元数作为状态变量,用太阳矢量作为观测值,并考虑状态变量之间的约束关系式;通过卡尔曼滤波估计出自旋弹的飞行姿态角。最后用 Matlab 软件进行仿真,结果表明了该算法的有效性。

### 1 总体设计

利用太阳矢量和 MEMS 器件对自旋弹进行姿态估计主要包括太阳矢量测量单元、角速度测量单元和卡尔曼最优姿态估计 3 个主要部分,姿态估计原理如图 1 所示。

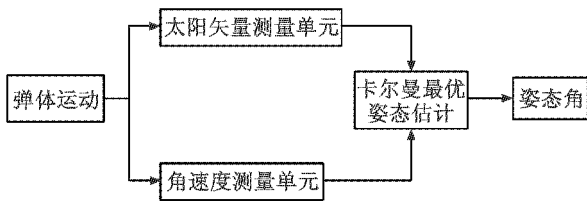


图 1 姿态估计原理图  
Fig. 1 Principle of attitude estimation

### 2 太阳矢量的测量

本文针对自旋弹设计了一种用太阳矢量代替重力场和地磁场作为辅助 MEMS 器件的姿态估计新方法。为了能够测得太阳矢量,设计了特殊的太阳矢量测量装置,如图 2 所示。透明外壳能使太阳光照射到内部铺设的光电池阵列上;光电池阵列和实时时钟与主控制器相连,用于测得某个时刻的太阳矢量;惯性测量单元与主控制器相连,可实时测得飞行器的角速度;主控制器用于数据处理。

如图 3 所示,将光电池均匀铺设在 4 个圆台的表面,每个圆台表面铺设  $n$  块。4 个部分的光电池都能够接收到太阳辐射并将太阳辐射的能量转换成电动势。

该测量装置的工作原理为:太阳光透过透明外壳照射到铺设在圆台上的光电池阵列并产生电动势,光电池阵列铺设的角度不同使得接收到太阳能量值也不同。根据太阳能量的大小以及光电池铺设的角度并结合实时时钟提供的准确时刻,通过主控制器处理数据后得到该时刻的太阳矢量。

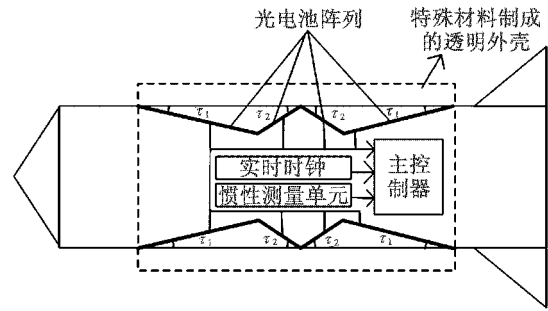


图 2 太阳矢量测量装置图  
Fig. 2 Solar vector measurement device

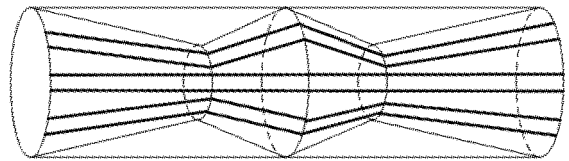


图 3 光电池阵列铺设结构图  
Fig. 3 Laying structure of photocell array

依据光电池电流特性建立测量装置数学模型,其电流特性与转换效率、太阳光入射角有关。光电池在光照下产生的光电流与光照强度及入射角的关系近似有

$$I = I_{\max} \cos \alpha \tag{1}$$

式中: $I$ 为光电流; $\alpha$ 为光线与光电单元法线夹角; $I_{\max}$ 为垂直入射时最大光电流。

为计算太阳矢量,建立弹体坐标系  $b$  系。弹体坐标系选在弹体的重心, $x_b$  沿弹体轴指向前, $y_b$  垂直弹体轴指向上, $z_b$  满足右手定则。接下来,在弹体坐标系中定义太阳偏角  $\zeta$  和太阳滚转角  $\xi$ ,则太阳矢量  $s$  与  $\zeta$  和  $\xi$  的关系可用图 4 表示。

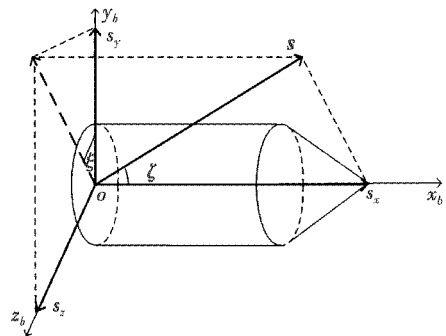


图 4 太阳矢量在弹体系下的表示  
Fig. 4 Representation of the solar vector in the body coordinate system

由图 4 可得  $\zeta$  和  $\xi$  的关系为

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} s_x \\ s_y \\ s_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \zeta \\ \sin \zeta \cos \xi \\ \sin \zeta \sin \xi \end{bmatrix} \tag{2}$$

下面求解  $\zeta$  和  $\xi$ , 来确定太阳矢量。

### 2.1 太阳偏角计算

如图 5 所示, 当自旋弹飞行时, 太阳照射在铺设的光电池上。太阳光线入射角即为太阳相对弹体的太阳偏角  $\zeta$ , 太阳光线与光电池法线夹角为  $\zeta_i$ , 光电池安装角分别为  $\tau_1$  和  $\tau_2$  且为常数。

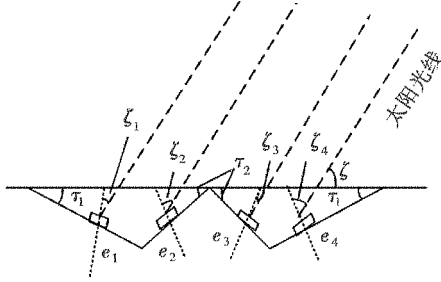


图 5 太阳偏角示意图

Fig. 5 Schematic diagram of the solar angle

由图 5 可知,  $\zeta_i$  与  $\zeta$  和光电池安装角  $\tau_1, \tau_2$  满足关系式

$$\zeta_i = \frac{\pi}{2} - \zeta + \nu_i \quad \forall i = 1, \dots, 4 \quad (3)$$

其中

$$\begin{cases} \nu_1 = -\tau_1 \\ \nu_2 = \tau_2 \\ \nu_3 = -\tau_2 \\ \nu_4 = \tau_1 \end{cases} \quad (4)$$

根据式(1)可得  $e_i (i = 1, 2, 3, 4)$  通过太阳辐射得到的光电流为

$$I_i = I_{\max}^{(e)} \cos \zeta_i \quad \forall i = 1, 2, 3, 4 \quad (5)$$

由式(5)可知, 未知量为  $I_{\max}^{(e)}$  和  $\zeta_i$ 。

在某个时刻, 太阳光总是照射到多块光电池, 选取其中最大的两个电流值分别表示为

$$\begin{cases} I_i = I_{\max}^{(e)} \cos \zeta_i \\ I_j = I_{\max}^{(e)} \cos \zeta_j \end{cases} \quad (6)$$

结合式(3)对式(6)进行处理可得

$$\begin{cases} I_i = I_{\max}^{(e)} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \zeta + \nu_i\right) \\ I_j = I_{\max}^{(e)} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \zeta + \nu_j\right) \end{cases} \quad (7)$$

消去  $I_{\max}^{(e)}$  得

$$I_i \cos\left(\frac{\pi}{2} - \zeta + \nu_j\right) = I_j \cos\left(\frac{\pi}{2} - \zeta + \nu_i\right) \quad (8)$$

展开可得

$$(I_j \cos \nu_i - I_i \cos \nu_j) \sin \zeta = (I_j \sin \nu_i - I_i \sin \nu_j) \cos \zeta \quad (9)$$

可以解出  $\zeta$  为

$$\tan \zeta = \frac{I_j \sin \nu_i - I_i \sin \nu_j}{I_j \cos \nu_i - I_i \cos \nu_j} \quad (10)$$

即

$$\zeta = \arctan\left(\frac{I_j \sin \nu_i - I_i \sin \nu_j}{I_j \cos \nu_i - I_i \cos \nu_j}\right) \quad (11)$$

或者

$$\cot \zeta = \frac{I_j \cos \nu_i - I_i \cos \nu_j}{I_j \sin \nu_i - I_i \sin \nu_j} \quad (12)$$

即

$$\zeta = \operatorname{arccot}\left(\frac{I_j \cos \nu_i - I_i \cos \nu_j}{I_j \sin \nu_i - I_i \sin \nu_j}\right) \quad (13)$$

式(11)和式(13)即为所求的太阳偏角。

### 2.2 太阳滚转角计算

通过图 6 可知, 光电池组  $p_k$  产生的光电流是第  $k$  组的 4 片光电池产生的光电流之和。

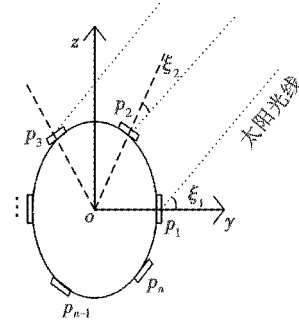


图 6 太阳滚转角示意图

Fig. 6 Schematic diagram of solar roll

选取  $p_1$  为基准建立直角坐标系  $yoze$ , 如图 6 所示。则第  $k$  组光电池法线与太阳光线的夹角可以表示为

$$\xi_k = \xi + \frac{2(k-1)\pi}{4n} \quad (14)$$

联立式(1)、式(14)可得第  $k$  组光电池产生的电流为

$$I_k = I_{\max}^{(p)} \cos\left(\xi + \frac{2(k-1)\pi}{4n}\right) \quad (15)$$

令

$$\mu_k = \frac{2(k-1)\pi}{4n} \quad (16)$$

则式(15)可以表示为

$$I_k = I_{\max}^{(p)} \cos(\xi + \mu_k) \quad (17)$$

由式(17)可知, 未知量为  $I_{\max}^{(p)}$  和  $\xi$ 。

假设某个时刻太阳光照射到多组光电池, 选取较大的两组电流值表示为

$$\begin{cases} I_k = I_{\max}^{(p)} \cos(\xi + \mu_k) \\ I_q = I_{\max}^{(p)} \cos(\xi + \mu_q) \end{cases} \quad (18)$$

消去  $I_{\max}^{(p)}$

$$I_q \cos(\xi + \mu_k) = I_k \cos(\xi + \mu_q) \quad (19)$$

展开可得

$$(I_k \cos \mu_q - I_q \cos \mu_k) \cos \xi = (I_k \sin \mu_q - I_q \sin \mu_k) \sin \xi \quad (20)$$

可以解出  $\xi$

$$\tan \xi = \frac{I_k \cos \mu_q - I_q \cos \mu_k}{I_k \sin \mu_q - I_q \sin \mu_k} \quad (21)$$

即

$$\xi = \arctan \left( \frac{I_k \cos \mu_q - I_q \cos \mu_k}{I_k \sin \mu_q - I_q \sin \mu_k} \right) + \frac{l\pi}{2} \quad (22)$$

因为  $\xi$  的取值范围为  $0 \sim 2\pi$ , 所以  $l$  的取值范围为  $[0, 3]$ 。或者

$$\cot \xi = \frac{I_k \sin \mu_q - I_q \sin \mu_k}{I_k \cos \mu_q - I_q \cos \mu_k} \quad (23)$$

即

$$\xi = \operatorname{arccot} \left( \frac{I_k \sin \mu_q - I_q \sin \mu_k}{I_k \cos \mu_q - I_q \cos \mu_k} \right) + l'\pi \quad (24)$$

同理,  $l'$  的取值为 0 或 1。式(22)和式(24)即为所求的太阳滚转角。

### 3 自旋弹运动方程

自旋弹的运动方程为

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cos \psi_V \cos \theta \\ \dot{y} = v \sin \psi_V \cos \theta \\ \dot{z} = v \sin \theta \end{cases} \quad (25)$$

式中:  $x, y, z$  表示自旋弹在惯性坐标系中的位置;  $v$  表示飞行速度;  $\psi_V$  为弹道偏角;  $\theta$  为弹道倾角。

$$\begin{cases} \dot{\vartheta} = \omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma \\ \dot{\gamma} = \omega_x + (\omega_z \cos \gamma + \omega_y \sin \gamma) \tan \vartheta \\ \dot{\psi} = (\omega_z \cos \gamma + \omega_y \sin \gamma) \sec \vartheta \end{cases} \quad (26)$$

式中:  $\psi$  为偏航角;  $\vartheta$  为俯仰角;  $\gamma$  为滚转角;  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  分别表示弹体坐标系相对于导航坐标系沿各个轴向的角速度分量。

$$\mathbf{R}_{kn}(\mu) \mathbf{R}_{ab}(\alpha, \beta) = \mathbf{R}_{kn}(-\theta, -\psi_V) \mathbf{R}_{nb}(\gamma, \vartheta, \psi) \quad (27)$$

式中:  $\mu$  为速度滚转角;  $\alpha, \beta$  分别表示迎角和侧滑角;  $\mathbf{R}_{kn}$  表示从气流坐标系到弹道坐标系的转换矩阵;  $\mathbf{R}_{nb}$  表示从弹体坐标系到气流坐标系的转换矩阵;  $\mathbf{R}_{kn}$  表示从导航坐标系到弹道坐标系的转换矩阵;  $\mathbf{R}_{nb}$  表示从弹体坐标系到导航坐标系的转换矩阵。

描述姿态信息时,用到的最重要的两个坐标系为导航坐标系  $n$  系和弹体坐标系  $b$  系。这里导航坐标系定义为北东地坐标系,原点选在弹体的重心,  $x_n$  轴指向北,  $y_n$  轴指向东,  $z_n$  轴根据右手定则指向与地表面垂直向下的方向。

弹体坐标系到导航坐标系的转换矩阵可表示为

$$\mathbf{R}_{nb} = \begin{bmatrix} \cos \vartheta \cos \psi & -\cos \gamma \sin \psi + \sin \gamma \sin \vartheta \cos \psi & \sin \gamma \sin \psi + \cos \gamma \sin \vartheta \cos \psi \\ \cos \vartheta \sin \psi & \cos \gamma \cos \psi + \sin \gamma \sin \vartheta \sin \psi & -\sin \gamma \cos \psi + \cos \gamma \sin \vartheta \sin \psi \\ -\sin \vartheta & \sin \gamma \cos \vartheta & \cos \gamma \cos \vartheta \end{bmatrix} \quad (28)$$

假设  $\alpha, \beta \ll 1, \mu \approx \gamma, \psi_V = \psi, \theta \approx \vartheta$ 。则式(27)可以表示为

$$\mathbf{R}_{kn}(\gamma) = \mathbf{R}_{kn}(-\psi_V, -\theta) \mathbf{R}_{nb}(\gamma, \vartheta, \psi) \quad (29)$$

即

$$\mathbf{R}_x(\gamma) = \mathbf{R}_y(-\psi_V) \mathbf{R}_z(-\theta) \mathbf{R}_z(\psi) \mathbf{R}_y(\vartheta) \mathbf{R}_x(\gamma) \quad (30)$$

则式(25)可以表示为

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cos \psi \cos \vartheta \\ \dot{y} = v \sin \psi \cos \vartheta \\ \dot{z} = v \sin \vartheta \end{cases} \quad (31)$$

在对飞行器姿态进行估计时,四元数法最为常用。四元数法算法简单、操作容易,而且可以避免欧拉角的奇异问题。设  $q = q_0 + q_1 \vec{i} + q_2 \vec{j} + q_3 \vec{k}$  为旋转四元数, 式中,  $q_0, q_1, q_2, q_3$  代表实数,  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  为三维空间的单位矢量。

四元数与欧拉角可以相互转换,转换公式为

$$\begin{cases} \psi = \arctan \left( \frac{2(q_1 q_2 + q_0 q_3)}{q_1^2 + q_0^2 - q_2^2 - q_3^2} \right) \\ \vartheta = -\arcsin \left( 2(q_1 q_3 - q_0 q_2) \right) \\ \gamma = \arctan \left( \frac{2(q_2 q_3 + q_0 q_1)}{q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2} \right) \end{cases} \quad (32)$$

进一步,自旋弹的运动方程可以用四元数表示为

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{f}(\psi(\mathbf{q}), \vartheta(\mathbf{q}), \mathbf{v}) \quad (33)$$

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \mathbf{\Omega}_b(\omega) \mathbf{q} \quad (34)$$

式中:  $\mathbf{q} = [q_0, q_1, q_2, q_3]^T$ ;

$$\mathbf{f}(\psi(\mathbf{q}), \vartheta(\mathbf{q}), \mathbf{v}) = \begin{bmatrix} v \cos \psi \cos \vartheta \\ v \sin \psi \cos \vartheta \\ v \sin \vartheta \end{bmatrix}; \quad (35)$$

$$\mathbf{\Omega}_b = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z \\ \omega_x & 0 & \omega_z & -\omega_y \\ \omega_y & -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_z & \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (36)$$

综上各式可得,状态量为  $(x, y, z, q_0, q_1, q_2, q_3)$ , 中间变量为  $(\psi, \vartheta, \gamma)$ , 控制量为  $(v, \omega_x, \omega_y, \omega_z)$ 。

### 4 姿态估计算法

卡尔曼滤波算法应用对象一般是采用状态方程和观测方程描述的线性系统在系统噪声和量测噪声的统计特性已知的情况下,按照线性最小方差估计原理估计出系统的状态值,消除随机噪声的影响<sup>[9]</sup>。本文直

接以四元数作为状态量,采用三阶毕卡算法进行四元数的更新,将太阳位置矢量的测量值作为观测量。

#### 4.1 状态方程

本文直接取姿态四元数作为状态变量,记为  $\mathbf{q} = [q_0, q_1, q_2, q_3]^T$ ,对式(34)进行线性化和离散化后,建立的离散滤波状态方程为

$$\mathbf{q}_k = \Phi_{k,k-1} \mathbf{q}_{k-1} + \mathbf{W}_{k-1} \quad (37)$$

式中:  $\Phi_{k,k-1}$  为状态转移矩阵;  $\mathbf{W}_{k-1}$  为系统过程噪声矩阵。利用三阶毕卡逼近求解之后得到的状态转移矩阵为

$$\Phi_{k,k-1} = \left\{ \left( 1 - \frac{\Delta\vartheta^2}{8} \right) \mathbf{I} + \left( \frac{1}{2} - \frac{\Delta\vartheta^2}{48} \right) \Delta\Theta \right\} \quad (38)$$

其中

$$\Delta\Theta = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \Omega_b dt = \begin{bmatrix} 0 & -\Delta\vartheta_x & -\Delta\vartheta_y & -\Delta\vartheta_z \\ \Delta\vartheta_x & 0 & \Delta\vartheta_z & -\Delta\vartheta_y \\ \Delta\vartheta_y & -\Delta\vartheta_z & 0 & \Delta\vartheta_x \\ \Delta\vartheta_z & \Delta\vartheta_y & -\Delta\vartheta_x & 0 \end{bmatrix} \quad (39)$$

式中,  $\Delta\vartheta_x, \Delta\vartheta_y, \Delta\vartheta_z$  为  $x, y, z$  陀螺在  $[t_k, t_{k+1}]$  采样时间间隔内的角增量,  $\Delta\vartheta^2 = \Delta\vartheta_x^2 + \Delta\vartheta_y^2 + \Delta\vartheta_z^2$ 。

#### 4.2 基于太阳矢量的观测方程

太阳矢量测量装置测量值可用式(2)表示。

设导航坐标系下测得的太阳矢量为  $\mathbf{s}^n = [s_x^n, s_y^n, s_z^n]^T$ ,当飞行时间不长时,可以认为导航系中测的太阳位置矢量为常数。由导航坐标系转换到弹体坐标系下的转换公式为

$$\mathbf{s}^b = \mathbf{R}_{bn} \cdot \mathbf{s}^n \quad (40)$$

式(28)中的姿态矩阵可以用四元数表示<sup>[10-11]</sup>为

$$\mathbf{R}_{bn} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} \quad (41)$$

式中:  $R_{11} = q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2$ ;  $R_{12} = 2(q_1q_2 - q_0q_3)$ ;  $R_{13} = 2(q_1q_3 + q_0q_2)$ ;  $R_{21} = 2(q_1q_2 + q_0q_3)$ ;  $R_{22} = q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2$ ;  $R_{23} = 2(q_2q_3 - q_0q_1)$ ;  $R_{31} = 2(q_1q_3 - q_0q_2)$ ;  $R_{32} = 2(q_2q_3 + q_0q_1)$ ;  $R_{33} = q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2$ 。得到

$$\mathbf{s} = \mathbf{h}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} h_{11} \\ h_{21} \\ h_{31} \end{bmatrix} \quad (42)$$

式中:  $h_{11} = s_x^n (q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2) + 2s_y^n (q_1q_2 + q_0q_3) + 2s_z^n (q_1q_3 - q_0q_2)$ ;  $h_{21} = s_x^n (q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2) + 2s_y^n (q_1q_2 + q_0q_3) + 2s_z^n (q_1q_3 - q_0q_2)$ ;  $h_{31} = 2s_x^n (q_1q_3 + q_0q_2) + 2s_y^n (q_2q_3 - q_0q_1) + s_z^n (q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2)$ 。

由系统的观测过程可知,太阳矢量测量值与四元数之间的关系是非线性的,因此需要转换成线性关系,

则离散化和线性化后的观测方程可以表示为

$$\mathbf{s}(k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{q}(k) + \mathbf{V}(k) \quad (43)$$

式中,  $\mathbf{V}$  为白噪声,满足  $E[\mathbf{V}] = 0, E[\mathbf{V}\mathbf{V}^T] = \mathbf{R}$ ,  $\mathbf{R}$  为测量噪声方差矩阵。

求解雅可比矩阵,得到系统的观测矩阵为

$$\mathbf{H} = \left[ \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{q}} \right] = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} & H_{14} \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} & H_{24} \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} & H_{34} \end{bmatrix} \quad (44)$$

式中:  $H_{11} = 2(q_0s_x^n + q_3s_y^n - q_2s_z^n)$ ;  $H_{12} = 2(q_1s_x^n + q_2s_y^n + q_3s_z^n)$ ;  $H_{13} = 2(-q_2s_x^n + q_1s_y^n - q_0s_z^n)$ ;  $H_{14} = 2(-q_3s_x^n + q_0s_y^n + q_1s_z^n)$ ;  $H_{21} = 2(-q_3s_x^n + q_0s_y^n + q_1s_z^n)$ ;  $H_{22} = 2(q_2s_x^n - q_1s_y^n + q_0s_z^n)$ ;  $H_{23} = 2(q_1s_x^n + q_2s_y^n + q_3s_z^n)$ ;  $H_{24} = 2(-q_0s_x^n - q_3s_y^n + q_2s_z^n)$ ;  $H_{31} = 2(q_2s_x^n - q_1s_y^n + q_0s_z^n)$ ;  $H_{32} = 2(q_3s_x^n - q_0s_y^n - q_1s_z^n)$ ;  $H_{33} = 2(q_0s_x^n + q_3s_y^n - q_2s_z^n)$ ;  $H_{34} = 2(q_1s_x^n + q_2s_y^n + q_3s_z^n)$ 。

#### 4.3 卡尔曼滤波算法

根据以上分析,得到了卡尔曼滤波器的状态方程和量测方程。根据卡尔曼滤波递推方程,建立卡尔曼滤波的时间更新方程和量测更新方程<sup>[12]</sup>。具体公式如下所述。

1) 状态一步预测方程

$$\hat{\mathbf{q}}_{k,k-1} = \Phi_{k,k-1} \hat{\mathbf{q}}_{k-1} \quad (45)$$

式中:  $\hat{\mathbf{q}}_{k-1}$  表示  $k-1$  时刻的最优估计姿态;  $\hat{\mathbf{q}}_{k,k-1}$  表示根据  $k-1$  时刻的最优估计姿态对  $k$  时刻姿态的一步预测值。

2) 观测值的一步预测方程

$$\hat{\mathbf{s}}_{k,k-1} = \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{q}}_{k,k-1} \quad (46)$$

式中:  $\mathbf{H}_k$  为  $k$  时刻的观测矩阵;  $\hat{\mathbf{s}}_{k,k-1}$  为太阳位置矢量观测值的一步预测。

3) 一步预测均方差方程

$$\mathbf{P}_{k,k-1} = \Phi_{k,k-1} \mathbf{P}_{k-1} \Phi_{k,k-1}^T + \mathbf{Q}_k \quad (47)$$

式中:  $\mathbf{P}_{k,k-1}$  表示  $k$  时刻的均方差的一步预测值;  $\mathbf{P}_{k-1}$  表示  $k-1$  时刻的均方差;  $\mathbf{Q}_k$  表示  $k$  时刻的过程噪声方差矩阵。

4) 滤波增益方程

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k,k-1} \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k,k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad (48)$$

式中:  $\mathbf{K}_k$  为滤波增益;  $\mathbf{R}_k$  为  $k$  时刻的观测噪声方差矩阵。

5) 状态估计值方程

$$\hat{\mathbf{q}}_k = \hat{\mathbf{q}}_{k,k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{s}_k - \hat{\mathbf{s}}_{k,k-1}) \quad (49)$$

式中:  $\hat{\mathbf{q}}_k$  为  $k$  时刻的最优估计值;  $\mathbf{s}_k$  为  $k$  时刻的太阳位置矢量测量值。

6) 估计均方差方程

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k,k-1} \quad (50)$$

式中： $P_k$  表示  $k$  时刻的均方误差； $I$  为单位矩阵。

### 5 仿真结果

为验证算法的正确性和工程适用性,本文在 Matlab 软件中编写了姿态解算算法。设俯仰角、滚转角、偏航角的初始值均为零,飞行器飞行速度为 100 m/s,仿真时间设为 100 s,偏航角速率和俯仰速率滚转角速率可设置为

$$\begin{cases} \dot{\psi} = \frac{Y \sin \gamma}{m v \cos \vartheta} \\ \dot{\vartheta} = \frac{Y - mg \cos \vartheta}{m v} \\ \dot{\gamma} = C \end{cases} \quad (51)$$

式中： $m$  表示飞行器质量,取值为 200 kg； $g$  表示重力加速度,取值为 9.8 m/s<sup>2</sup>；初值  $C$  为常数,取值为 0.22； $Y$  表示升力,令  $Y = \rho mg$ , $\rho$  为常数,取值为 1.01。

仿真结果如图 7 ~ 图 9 所示。

根据式(31)自旋弹重心移动的运动学方程可以得出自旋弹的飞行轨迹如图 7 所示。

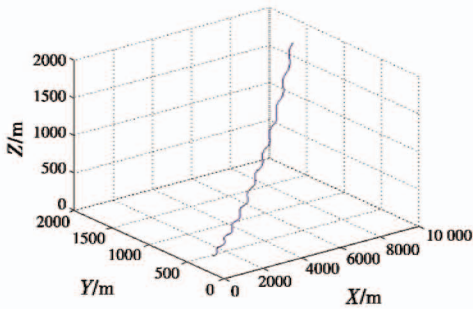


图 7 自旋弹飞行轨迹

Fig. 7 Flight trajectory of spinning missile

从图 7 飞行轨迹可以看出偏航角是按规律变化的,且自旋弹一直向上飞行。

自旋弹的姿态角真实值与估计值之间的对比关系如图 8 所示。

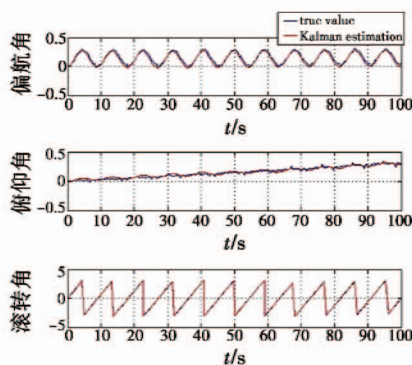


图 8 真实值与估计值对比图

Fig. 8 Comparison of actual value with estimated value

仿真时,利用函数 quat2angle 实现四元数与欧拉角

之间的转换。从图 8 自旋弹的姿态角真实值与估计值的对比关系可以看出:在给定的飞行时间内,姿态角按照一定的规律变化,卡尔曼估计值不仅能够很好地跟踪真实值,而且能够滤除真实值的高频值保留低频值,对真实值修正,从而估计出较高精度的飞行姿态角。

估计值与真实值之间的误差如图 9 所示。

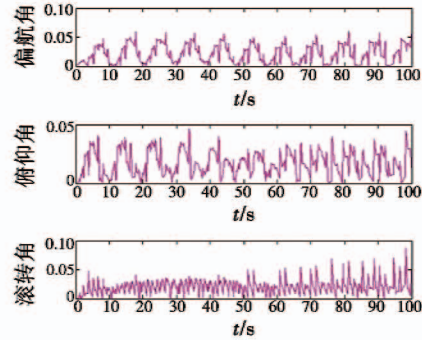


图 9 真实值与估计值的误差

Fig. 9 Error of the actual value and the estimated value

从图 9 可以得出:飞行姿态角的真实值与估计值之间的误差能够控制在 0.09 rad 范围内,表明基于太阳位置矢量的卡尔曼滤波算法能够很好地修正偏差得到较高精度的飞行姿态角。

### 6 结论

本文针对自旋弹提出了一种新的姿态测量方法,该方法利用得到的太阳位置矢量卡尔曼滤波方程对自旋弹进行姿态估计。仿真结果表明:1) 本文设计的基于太阳位置矢量的卡尔曼滤波算法是可行的;2) 给定飞行时间和滚转角速率,飞行姿态角的卡尔曼估计值能够很好修正真实值,而且估计值与真实值之间的误差较小,飞行姿态角的估计精度较高。

### 参考文献

- [1] 李兴城,牛宏宇. 基于磁阻传感器的旋转弹姿态测量算法研究[J]. 计算机仿真学报,2012, 29(5): 51-54.
- [2] 张民权,刘东方,王冬梅,等. 弹道修正弹发展综述[J]. 兵工学报,2010, 31(s2): 127-130.
- [3] WANG M, YANG Y C, HATCH R R, et al. Adaptive filter for a miniature MEMS based attitude and heading reference system[C]//Position Location and Navigation Symposium, 2004: 193-200.
- [4] 李冠中,王雷. 基于磁阻传感器的旋转弹飞行姿态测量方法[J]. 弹箭与制导学报,2009, 29(2): 71-73, 86.
- [5] CASTELLANOS J F G, LESECQ S, MARCHAND N, et al. A low cost air data attitude heading reference system for the tourism airplane applications[C]//Sensor, IEEE,



## 6 结束语

本文提出具有末端搜索能力制导武器对均匀分布目标区域射击方法,明确了武器数量的求解、瞄准点配置等问题中的目标函数以及约束条件。与现有方法对比,其优势体现在:简化了分析过程,求解过程更为清晰;考虑了每一枚导弹的自控终点误差,贴近实际情况;可以计算达到预定毁伤概率的武器数量,实现战术应用闭环;建立了优化模型,采用了优化方法,得到的结果较为高效。方法通用性较好,可广泛应用于具有末端搜索能力制导武器的区域射击以及多平台的协同搜索等问题。

## 参考文献

- [1] LU F X, LI R, TIAN L J. Analysis on the statistic of the target distribution area of the anti-ship missile with Monte Carlo simulation [C]//Proceedings of Aerospace Engineering and Information Technology, 2011:394-400.
- [2] 刘树衍,王航宇,卢发兴. 多枚导弹区域覆盖平行搜索的捕捉概率研究[J]. 系统工程与电子技术, 2015, 37(10):2286-2291.
- [3] 卢发兴,贾正荣,吴玲. 具有末制导搜索能力武器的区域射击方法[J]. 系统工程与电子技术, 2016, 38(11):2604-2609.
- [4] 卢发兴,吴玲,董银文. 无航路规划能力的反舰导弹盲目射击[J]. 系统工程与电子技术, 2009, 31(11):2658-2662.
- [5] JOEL G, SUJIT P B, SOUSA J B. Search strategies for multiple UAV search and destroy missions [J]. Journal of Intelligent and Robotic Systems, 2011(61):355-367.
- [6] 彭辉,沈林成,朱华勇. 基于分布式模型预测控制的多UAV协同区域搜索[J]. 航空学报, 2010, 31(3):593-601.
- [7] 唐传林,黄长强,杜海文,等. 无人作战飞行器编队协同攻击轨迹规划研究[J]. 兵工学报, 2014, 35(4):523-530.
- [8] 王抒雁,郑昌文,苏康. 一种基于进化计算的空间飞行器编队重构轨道规划方法[J]. 宇航学报, 2009, 30(1):93-97.
- [9] 曾家有. 各种因素对现在点射击方式反舰导弹捕捉概率的影响分析[J]. 兵工学报, 2011, 32(6):719-724.
- [10] 彭琛,刘星,吴森堂,等. 多弹分布式协同末制导时间一致性研究[J]. 控制与决策, 2010, 25(10):1557-1561.
- [11] 卢发兴,董银文. 测向交叉定位法下的反舰导弹导引头捕捉率算法[J]. 海军工程大学学报, 2008, 20(4):81-86.
- [12] ZHANG Y A, WANG X L, WU H L. A distributed cooperative guidance law for salvo attack of multiple anti-ship missiles [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2015, 28(5):1438-1450.
- [13] 任磊,贾跃,李文哲. 舰载软硬防雷武器综合对抗智能鱼雷方案研究[J]. 兵工学报, 2015, 36(12):2336-2341.
- [14] 邢昌凤,李敏勇,吴玲. 舰载武器系统效能分析[M]. 北京:国防工业出版社, 2007.
- (上接第14页)
2005. doi:10.1109/ICSENS.2005.1597968.
- [6] ZHANG R H, JIA H C, CHEN T, et al. Attitude solution engineering for strapdown inertial navigation system based on quaternion algorithm [J]. Optics Precision Engineering, 2008, 16(10):1963-1970.
- [7] ANGRISANO A. GNSS/INS Integration methods [D]. Calgary: University of Calgary, 2010.
- [8] GUERRERO-CASTELIANOS J F, MADRIGAL-SASTRE H, DURAND S, et al. Design and implementation of an attitude and heading reference system [C]//The 8th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control, Program and Abstract Book, 2011:1-5.
- [9] 吴杰,闫建国. 基于修正的卡尔曼滤波的姿态估计算法研究[J]. 计算机仿真, 2012, 29(2):54-57.
- [10] 薛亮,姜澄宇,常洪龙,等. 基于状态约束的MIMU/磁强计组合姿态估计滤波算法[J]. 中国惯性技术学报, 2009, 17(3):338-343.
- [11] DENTI E, GALATOLO R, SCHETTINI F. An AHRS based on a Kalman filter for the integration of inertial, magnetometric and GPS data [C]//The 27th International Congress of the Aeronautical Sciences, 2010:1-9.
- [12] 朱建新,张秋阳,王石林. 模糊Kalman滤波在无人机姿态测量中的应用研究[J]. 广西大学学报:自然科学版, 2011, 36(2):228-230.