

引用格式:付主木,赵晨东,孙兴龙.带落角约束的导弹制导控制一体化最优控制律设计[J].电光与控制,2017,24(8):5-8,43. FU Z M, ZHAO C D, SUN X L. Integrated optimal control law design for missile guidance and control with terminal impact angle constraint[J]. Electronics Optics & Control, 2017, 24(8):5-8, 43.

带落角约束的导弹制导控制一体化最优控制律设计

付主木, 赵晨东, 孙兴龙
(河南科技大学信息工程学院,河南 洛阳 471023)

摘要:带有落角约束的空地导弹制导控制一体化设计,可有效提高导弹的制导精度和毁伤效果,已成为当今研究的热点之一。针对小型空地导弹建立俯仰平面导弹一体化模型,同时为实现落角约束,将其转化为含有落角约束项的线性系统;继而采用线性二次型最优控制方法设计带落角约束的导弹一体化最优控制律;最后对所设计的控制律与一种滑模变结构控制律做仿真对比,结果表明导弹在所提设计控制律作用下,既可以保证导弹的制导精度,实现落角约束,同时也可以保证弹道的平滑,缩短制导时间,体现出了良好的性能。

关键词:导弹制导;落角约束;最优控制;一体化;线性二次型

中图分类号: TJ765 **文献标志码:** A **doi:**10.3969/j.issn.1671-637X.2017.08.002

Integrated Optimal Control Law Design for Missile Guidance and Control with Terminal Impact Angle Constraint

FU Zhu-mu, ZHAO Chen-dong, SUN Xing-long

(Information Engineering College, Henan University of Science and Technology, Luoyang 471023, China)

Abstract: The integrated guidance and control design of ground missiles with angular constraints can effectively improve the guidance precision and destructive effect of missiles, which has become a hot topic in recent researches. Firstly, the integrated model of small air-to-ground missiles in pitch plane was established. It was transformed into a linear system containing angular constrain in order to achieve the angular constraint. Then, the linear quadratic optimal control method was used to design the integrated optimal control law of missiles with angle constraint. Finally, simulation was made to compare the designed control law with the sliding mode variable structure control law. The simulation results show that the optimal control law can not only ensure the accuracy of the missile guidance with angular constraint, but also can guarantee smooth trajectory and shorten the time of guidance, which shows good performance for missiles.

Key words: missile guidance; terminal impact angle constraint; optimal control; integration; linear quadratic

0 引言

传统的导弹制导控制系统是将制导回路和控制回路分开进行设计再合并,通过对导弹大回路的拆分,可以有效简化系统模型,基本达到了精确打击目标的要求,已被广泛应用于制导武器的设计^[1-2]。但是随着科技的发展与战争需要,导弹所打击的目标呈现多样化、高机动的特点,传统设计方法所依赖的频谱分离条

件难以成立,造成较大脱靶量。因此,有学者提出一体化设计思路,旨在将制导与控制作为整体考虑^[3],从导弹的弹体运动信息和弹-目相对运动信息直接获得舵偏指令^[4],从而控制导弹飞行。

自20世纪80年代一体化设计方法被提出至今,国内外学者已经进行了大量研究工作。文献[5]首先针对静止目标,利用经典最优控制理论得到了一体化最优控制律;文献[6]中直接对气动力和侧向力进行一体化最优控制,并在最优性能指标中参考了导弹剩余拦截时间,取得了较好的成果;文献[7]将平面一体化模型简化,选取视线角的线性函数、攻角、转动加速度等作为状态变量,将舵偏角变化量与相应的气动力矩乘积作为控制变量,利用微分对策设计了最优控制器,其优化的性能指标是保证脱靶量、控制能量以及扰

收稿日期:2016-07-20

修回日期:2016-08-26

基金项目:国家自然科学基金(61473115);国家航空科学基金(20110142003);河南省科技创新人才杰出青年计划资助项目(144100510004)

作者简介:付主木(1974—),男,湖北仙桃人,博士,教授,研究方向为导弹制导与控制。

动影响等尽可能小。总的来说,目前国内外学者在导弹制导控制一体化研究领域取得了良好的研究成果,并且因为最优控制理论控制思想简洁,方法简单,在一体化领域应用广泛^[8]。同时,随着现代军事的发展,制导武器在打击目标时为了增加毁伤效果,不仅要求脱靶量小,对导弹的落角也会提出要求^[9]。目前在一体化基础上加入落角约束的研究还相对较少,探索具有落角约束的导弹制导控制一体化设计有广阔的前景。

因此,本文针对俯仰通道的导弹制导控制一体化模型,设计了基于线性二次型最优反馈的一体化控制律,并在其中加入了对导弹落角的约束,最后针对不同机动目标,与一种滑模变结构控制律做仿真对比分析。

1 导弹俯仰平面一体化建模

本文首先建立导弹在俯仰平面内的制导与控制一体化模型,主要用于描述弹-目相对运动关系和导弹受力。

1.1 弹-目相对运动关系

弹-目相对运动关系如图1所示。

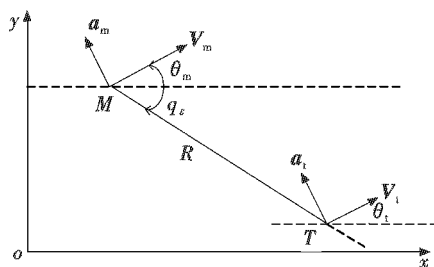


图1 弹-目相对运动关系图

Fig.1 The schematic of missile-target relative motion

图1中: q_e 为弹目视线角,当弹目视线角位于参考线上方时, q_e 为正,反之为负; a_m 为导弹加速度,与导弹速度矢量垂直; a_t 为目标加速度,与目标速度垂直; θ_m, θ_t 分别为导弹和目标速度与参考基准之间的夹角,分别称为导弹、目标的弹道倾角。当弹道角和航向角位于参考基准上方时, θ_m, θ_t 为正,反之为负; R 为弹-目的相对距离。

根据相对运动学,由图1可得弹-目相对运动方程,即

$$\dot{R} = -V_m \cos(q_e - \theta_m) + V_t \cos(q_e - \theta_t) \quad (1)$$

$$R\dot{q}_e = V_m \sin(q_e - \theta_m) - V_t \sin(q_e - \theta_t) \quad (2)$$

$$V_{q_e} = R\dot{q}_e \quad (3)$$

式中, V_{q_e} 为垂直于视线方向的弹-目相对速度。

对式(2)求导并结合式(1),可得

$$\ddot{q}_e = -2\dot{R}\dot{q}_e/R - a_m/R \quad (4)$$

1.2 导弹力学模型

导弹飞行环境复杂,受力因素多变,大气对导弹的空气动力学因数难以确定,且各个通道相互耦合,为简化模型结构,特提出如下假设。

假设1 一体化一般作用在末制导阶段,此阶段认为发动机无推力。

假设2 导弹的飞行速度与视线夹角很小,且导弹的速度大小保持不变。

假设3 采用轴对称型空地导弹,攻角很小,且忽略舵偏对导弹升力的影响。

根据假设以及相关的导弹力学分析,可以得出包含导弹攻角、弹道倾角以及俯仰角的动力学方程组为

$$\begin{cases} \dot{\theta}_m = Y/mV_m - g \cos \theta_m / V_m \\ \dot{\omega}_z = M_z / J_z \\ \dot{\vartheta} = \omega_z \\ \alpha = \vartheta - \theta_m \end{cases} \quad (5)$$

式中: Y 为导弹所受到的升力, $Y = 57.3 \bar{q} S c_y^\alpha \alpha$; J_z, M_z 分别为导弹对 Z 轴的转动惯量和气动力矩, $M_z = 57.3 \cdot \bar{q} S l (m_z^\alpha \alpha + m_z^{\delta_z} \delta_z) + \bar{q} S l^2 m_z^{\omega_z} \omega_z / V_m$; α, ϑ 分别为导弹攻角、俯仰角; ω_z, δ_z 分别为俯仰角速率、升降舵偏角; \bar{q} 为动压。

1.3 制导控制一体化模型

由式(3)~式(5)可得导弹的法向加速度为

$$a_m = Y/m - g \cos \theta_m \quad (6)$$

根据假设2可得 $\cos(q_e - \theta_m) \approx 1$,结合式(3)~式(6),可得

$$\dot{V}_{q_e} = -\dot{R}\dot{q}_e - 57.3 \bar{q} S c_y^\alpha \alpha / m + g \cos \theta_m \quad (7)$$

综合式(3)、式(5)、式(7),可得一体化模型为

$$\begin{cases} \dot{q}_e = V_{q_e} / R \\ \dot{V}_{q_e} = -\dot{R}\dot{q}_e - 57.3 \bar{q} S c_y^\alpha \alpha / m + g \cos \theta_m \\ \dot{\alpha} = -57.3 \bar{q} S c_y^\alpha / m V + \omega_z + g \cos \theta_m / V \\ \dot{\omega}_z = 57.3 \bar{q} S l m_z^\alpha \alpha / J_z + \bar{q} S l^2 m_z^{\omega_z} \omega_z / J_z V + 57.3 \bar{q} S l m_z^{\delta_z} \delta_z / J_z \end{cases} \quad (8)$$

整理式(8),可得导弹俯仰通道的一体化模型为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & 1 \\ 0 & 0 & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ b_z \end{bmatrix} \delta_z + \begin{bmatrix} 0 \\ c_1 \\ g \cos \theta_m / V_m \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中: $x_1 = q_e$; $x_2 = \frac{-V_{q_e}}{57.3 \bar{q} S c_y^\alpha / m}$; $x_3 = \alpha$; $x_4 = \omega_z$; $a_{12} =$

$$-(57.3 \bar{q} S c_y^\alpha / m) / R; a_{22} = \frac{-\dot{R}}{R}, c_1 = \frac{-g \cos \theta_m}{57.3 \bar{q} S c_y^\alpha / m}; a_{33} = -57.3 \bar{q} S c_y^\alpha / m V_m; a_{43} = 57.3 \bar{q} S l m_z^\alpha / J_z; a_{44} = \bar{q} S l^2 m_z^{\alpha z} / J_z V_m; b_z = 57.3 \bar{q} S l m_z^\alpha / J_z。$$

为进一步简化模型,暂不考虑重力^[10],后续将在控制律设计完成后通过添加重力补偿项的方式加以弥补。去掉重力影响的导弹一体化模型为

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (10)$$

$$\text{式中: } \dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix}; A = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & 1 \\ 0 & 0 & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ b_z \end{bmatrix}; u = \delta_z。$$

2 导弹制导与控制一体化最优反馈控制律设计

本文采用的控制结构如图 2 所示,目标是通过弹-目相对运动数据和导弹飞行数据直接获得舵偏指令控制导弹飞行,同时加入落角约束。

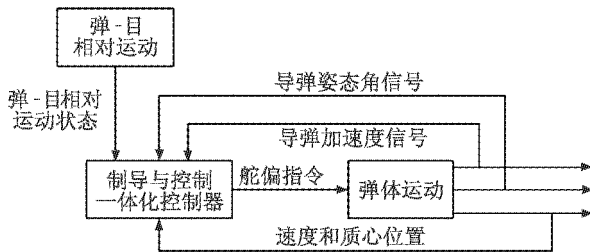


图 2 导弹制导控制一体化结构图

Fig. 2 The control structure for integrated guidance and control of missile

针对式(10)系统,为实现最优控制,需要确定一个稳定的最优控制量 u^* ,使下列性能指标最小

$$J = \frac{1}{2} \int (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (11)$$

式中: $Q \in R^{4 \times 4}$, Q 是半正定阵; $R \in R$, R 是正定阵(针对该系统 R 是正实数)。

Q 和 R 反映了所设计的控制律对状态 x 和控制 u 中各分量的影响程度。第 1 项主要为了保证系统的控制性能,该项越小,系统状态回归稳定的速度越快并且振荡越小,控制性能越好;第 2 项反映对控制能量的限制。

根据最优控制理论,系统的最优控制解为

$$u^*(x, t) = -R^{-1} B^T \lambda(t) \quad (12)$$

$$\lambda^T(t) A - \frac{1}{2} \lambda^T(t) B R^{-1} B^T \lambda(t) + \frac{1}{2} x^T Q x = 0 \quad (13)$$

因为式(12)中不含系统状态变量,无法实现对落角的约束,同时 $\lambda(t)$ 在实际系统中不存在,也无法检

测到,其完全依赖于式(13)的求解,该方法在实际导弹系统中难以直接实现,因此本文采用线性二次型最优控制方法。

根据线性二次型最优控制方法,使得性能指标函数式(11)最小化的控制律应该具有以下形式,即

$$u = -Kx \quad (14)$$

将式(14)代入式(10)中可得

$$\dot{x} = (A - BK)x \quad (15)$$

如果系统渐近稳定,则式(15)一定存在一个正定对称矩阵 P ,并有相应的二次型李雅普诺夫函数 $V(x) = x^T P x$,可得

$$J = \frac{1}{2} \left[\int_0^\infty [x^T Q x + u^T R u + \frac{d}{dt} V(x)] dt - \int_0^\infty \frac{d}{dt} V(x) \cdot dt \right] = \frac{1}{2} \left[\int_0^\infty x^T [Q + K^T R K + P A + A^T P - P B K - K^T B^T P] x dt + x_0^T P x_0 \right] \quad (16)$$

对式(16)进行转换,最终可得

$$J = \frac{1}{2} \left[\int_0^\infty x^T [Q + P A + A^T P - P B R^{-1} B^T P] x dt + x_0^T P x_0 + \int_0^\infty x^T (K - R^{-1} B^T P)^T R (K - R^{-1} B^T P) x dt \right] \quad (17)$$

由式(17)可知,只有第 3 项含有 K ,且第 1 项、第 3 项非负,要保证性能指标 J 最小,须保证第 1 项、第 3 项为零,即

$$K = R^{-1} B^T P \quad (18)$$

同时 K 依赖于正定对称矩阵 P ,满足线性黎卡提方程

$$A^T P + P A + Q - P B R^{-1} B^T P = 0 \quad (19)$$

此时可得性能指标以及闭环系统方程分别为

$$J = \frac{1}{2} x_0^T P x_0 \quad (20)$$

$$\dot{x} = (A - B R^{-1} B^T P) x \quad (21)$$

根据式(14)的形式,式(10)系统的线性二次型最优反馈控制律为

$$u = -R^{-1} B^T P [q_e \quad V'_{q_e} \quad \alpha \quad \omega_z]^T \quad (22)$$

式中, $V'_{q_e} = -V_{q_e} / (57.3 \bar{q} S c_y^\alpha / m)$,仅有 P 为未知数,其所依赖的式(19)线性黎卡提方程有比较成熟的解法,但是在这个控制解中没有对视线角进行约束,可以通过设定目标值的方式来实现^[11],则最终的带落角约束的最优反馈控制解为

$$u = -R^{-1} B^T P \cdot [q_e - q_f \quad V'_{q_e} \quad \alpha \quad \omega_z]^T + u_g \quad (23)$$

式中: q_f 为最终期望落角; u_g 为对建模中忽略重力的补偿。

3 仿真对比分析

为了验证所设计方法的有效性,与一种带落角约

束的滑模变结构一体化控制策略^[12]做对比分析。假设某空地导弹飞行过程中要求舵偏角小于 30° ,目标落角为 -90° ;导弹初始坐标为(0 m, 1000 m),初始速度为(250 m/s, 0 m/s)。参考相关文献,式(23)中的可变参数及导弹的气动力参数值分别假设为: $Q = \text{diag}(0, 1, 0, 0)$, $R = 5$, $u_g = 1.92$, $c_y^\alpha = 0.35$, $c_y^{\delta_z} = 0.22$, $m_x^\alpha = -0.452$, $m_x^{\delta_z} = -2.85$, $m_x^{\delta_x} = -0.2246$ 。针对不同地面机动目标的弹-目轨迹如图3所示。考虑导弹实际飞行过程中,其气动参数是时变的,且易受外界飞行环境干扰。导弹气动参数在原基础上向下摄动10%,针对不同地面机动目标的弹-目轨迹如图4所示,数值仿真结果及对比如表1所示。

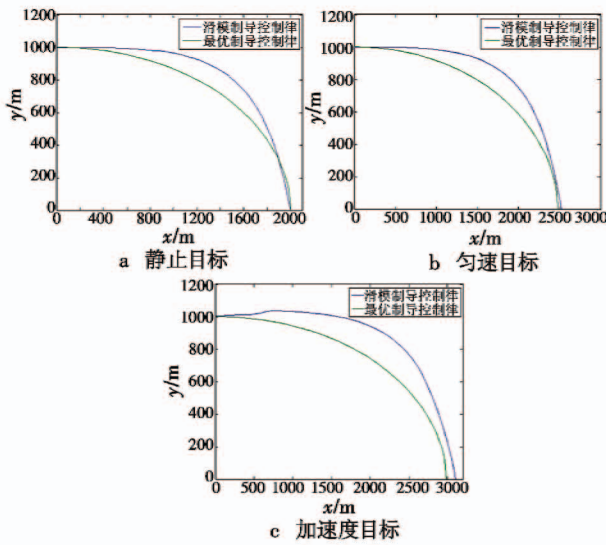


图3 针对不同目标的弹道轨迹对比

Fig.3 Missile trajectories to different targets

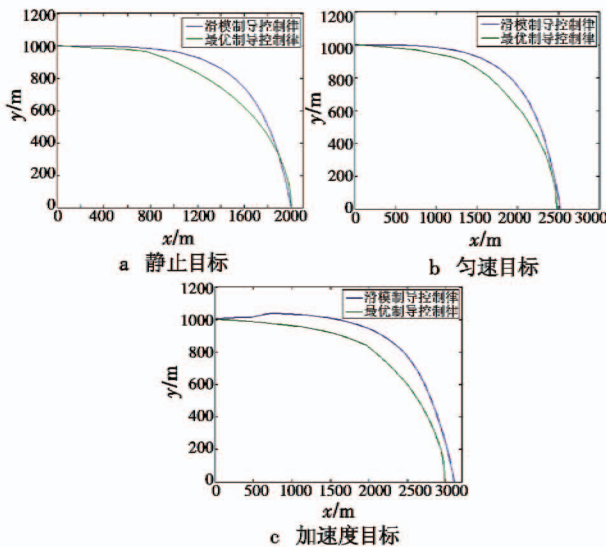


图4 参数摄动不同目标的弹道轨迹对比

Fig.4 Parameter perturbation missile trajectories for different targets

表1 针对不同目标的仿真结果

Table 1 The simulation results for different targets

目标位置/m	初始速度/(m·s ⁻¹)	加速度/(m·s ⁻²)	仿真时间/s			脱靶量/m		
			滑模	最优无扰动	最优有扰动	滑模	最优无扰动	最优有扰动
(2000,0)	(0,0)	(0,0)	11.61	10.74	10.76	0.54	0.64	0.66
(2000,0)	(35,0)	(0,0)	14.65	13.58	13.60	0.75	0.76	0.79
(2000,0)	(35,0)	(4,0)	16.23	15.12	15.14	0.86	0.91	0.94

从图3可以看出,针对不同的机动目标,导弹都能以平滑的弹道轨迹实现大落角攻击,同时采用最优反馈控制律比滑模控制律的弹道轨迹更有效,飞行距离相对较短;从图4可以看出,考虑气动参数摄动及干扰后,导弹的弹道轨迹虽有些波动,但仍可以实现大落角攻击,且弹道轨迹效率仍高于滑模控制律。从表1可以看出,在同样的机动目标下,所设计最优制导律比滑模变结构控制律的制导时间短,并且脱靶量也能控制在1 m之内;目标匀速机动时的导弹视线角及升降舵偏角变化曲线如图5、图6所示。

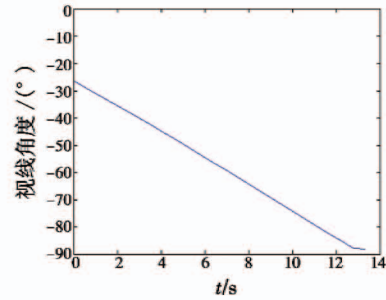


图5 弹-目视线角变化曲线

Fig.5 The sight angle curve

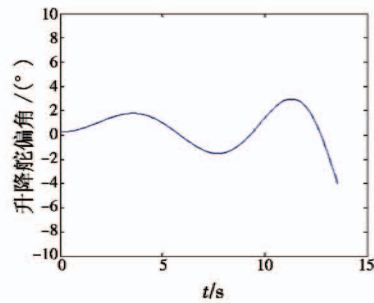


图6 升降舵偏角变化曲线

Fig.6 The rudder angle curve

从图5、图6可以看出,导弹打击时瞬时视线角为 -88.23° ,实现了大角度攻击目标,并且导弹的升降舵偏角的偏转幅度在允许范围内。

4 结论

本文主要研究俯仰平面的导弹制导控制一体化问题。首先通过若干假设建立了俯仰平面的导弹一体化

(下转第43页)

- [4] 郑荣才,陈超英,杨功流. 大型舰船甲板测量[J]. 天津大学学报,2006,39(9):1077-1081.
- [5] 张伟,王东涛,陈斌. 船体变形对武器装备基座安装精度的影响分析[J]. 造船技术,2010(3):12-14.
- [6] KOVAVISARUCH L, HO K C. Modified Taylor-series method for source and receiver localization using TDOA measurements with erroneous receiver positions [C]// Proceedings of the International Symposium on Circuits and Systems, 2005:2295-2298.
- [7] HO K C, LU X N, KOVAVISARUCH L. Source location using TDOA and FDOA measurements in the presence of receiver location errors: analysis and solution [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(2):684-696.
- [8] 陈少昌,贺慧英,禹华钢. 传感器位置误差条件下的约束总体最小二乘时差定位算法[J]. 航空学报,2013,34(5):1165-1173.
- [9] WANG A H, YANG K, AN J P, et al. Total least-squares algorithm for time of arrival based wireless sensor networks location [J]. IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences, 2011, 94(9):1851-1855.
- [10] FOY W. Position-location solutions by Taylor-series estimation [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1976, AES-12(2):187-194.
- [11] 张令文,谈振辉. 基于泰勒级数展开的蜂窝 TDOA 定位新算法[J]. 通信学报, 2007, 28(6):7-11.
- [12] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 北京:清华大学出版社,2004:356-362.
- [13] 周金亮,赵岩峰. 舰船变形研究[J]. 舰船电子工程, 2010,30(5):198-200.
- [14] 郭伟锋,张政超. 五站时差无源定位及精度分析[J]. 中国电子科学研究院学报,2013,8(6):617-621.

(上接第8页)

简化线性模型;然后针对简化模型,采用线性二次型最优反馈控制方法对其进行控制律设计,在控制律的最终表达式中加入重力补偿项加以弥补建模中忽略的重力;同时针对空地导弹,在控制律中加入目标值设定来实现对导弹落角的约束;最后与一种带落角约束的滑模控制方法做仿真对比分析。结果表明,本文采用该设计思路所设计的一体化控制律弹道轨迹相对滑模方法更短且更为平滑,在不影响制导精度的情况下,仿真时长有所减少,证明了该控制律设计的有效性。

参考文献

- [1] 刘名玥. 小型导弹导引与控制一体化设计[D]. 南京:南京理工大学,2015.
- [2] 樊世杰,范红旗,肖怀铁,等. 末制导中估计器与制导律设计方法新进展[J]. 自动化学报,2015,41(1):38-46.
- [3] 朱战霞,陈鹏,唐必伟. 基于滑模方法的空空导弹一体化制导控制律设计[J]. 西北工业大学学报,2014,32(2):213-219.
- [4] 赵国荣,韩旭,胡正高,等. 基于模糊滑模方法的双舵控制导弹制导控制一体化[J]. 控制与决策,2016,31(2):267-272.
- [5] LIN C F, WANG Q, SPEYER J L, et al. Integrated estimation, guidance, and control system design using game theoretic approach [C]//Proceedings of American Control Conference, American Automatic Control Council, Evanston, IL, 1992:3220-3224.
- [6] LIN C F, BIBEL J E, OHLMEYER E, et al. Optimal design of integrated missile guidance and control [C]//Proceedings of the World Aviation Conference, Anaheim, CA, 1998. doi:10.2514/6.1998-5519.
- [7] SERRANI A, ZINNECKER A M, FIORENTINI L, et al. Integrated adaptive guidance and control of constrained nonlinear air-breathing hypersonic vehicle models [C]// Proceedings of the American Control Conference, Missouri, USA:IEEE, 2009:3172-3177.
- [8] 薛文超,黄朝东,黄一. 飞行制导控制一体化设计方法综述[J]. 控制理论与应用,2013,30(12):1511-1522.
- [9] 付主木,曹晶,王晓红. 具有末端落角约束的空地导弹滑模变结构制导律设计[J]. 信息与控制,2015,44(3):291-297.
- [10] 苗昊春,马清华,董国才,等. 反坦克导弹最优一体化制导与控制[J]. 系统仿真技术,2013,9(1):9-13.
- [11] 王洪雪,李新国,王晨曦. 基于 θ -D方法带落角约束的三维末制导律设计[J]. 飞行力学,2014,32(2):145-148.
- [12] 王先哲,吴庆宪,姜长生. 带落角约束的导弹制导与控制一体化设计[J]. 航空兵器,2011(6):23-28.