

## 基于能耗约束的控制力矩陀螺可重构性分析

杨凤闹<sup>1,2</sup>, 徐开<sup>1,3</sup>, 李峰<sup>3</sup>

(1. 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 长春 130033; 2. 中国科学院大学, 北京 100049;  
3. 长光卫星技术有限公司, 长春 130033)

**摘要:** 对卫星执行机构控制力矩陀螺的可重构性度量标准进行了研究, 提出了一种基于能耗约束下的控制力矩陀螺可重构性度量标准。结合卫星姿态控制动力学与运动学方程, 建立状态空间形式表达的线性姿态动力学方程, 将故障失效因子向量引入到线性空间方程; 建立了基于格兰姆矩阵的可重构性度量标准。最后对金字塔构型的控制力矩陀螺群进行仿真分析, 仿真结果符合实际情况, 验证了该度量标准的正确性与有效性。

**关键词:** 控制力矩陀螺; 可重构性; 度量标准

**中图分类号:** V448.2      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1671-637X(2017)03-0077-04

## Reconfigurability Analysis of Control Moment Gyro Under Energy Constraint

YANG Feng-nao<sup>1,2</sup>, XU Kai<sup>1,3</sup>, LI Feng<sup>3</sup>

(1. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;  
2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China; 3. Changguang Satellite Technology Co. Ltd, Changchun 130033, China)

**Abstract:** The reconfigurability metric standard of control moment gyro of satellite actuator was studied, and a reconfigurability metric standard under energy consumption constraint was proposed. Based on the satellite attitude control dynamics equation and kinematic equation, a linear dynamics equation was established in the form of state space. Failure fault factor vector was introduced into the linear dynamic equation. The reconfigurability metric standard was established based on Gram matrix. Finally, simulation was made for control moment gyro group with pyramid configuration, and the result show that this method is correct and effective.

**Key words:** control moment gyro; reconfigurability; metric

### 0 引言

由于卫星工作环境以及人工干预能力有限的独特性,对卫星故障的研究已成为热点之一。通过对卫星在轨故障统计可知,姿控分系统发生故障占整个卫星故障的28.8%,而卫星执行机构故障占姿控系统故障的30%<sup>[1]</sup>,所以对卫星执行机构的故障研究愈发重要。

与其他卫星执行机构相比较,控制力矩陀螺以其独特的优越性,已作为卫星执行机构进行了在轨搭载实验<sup>[2]</sup>。陀螺失效会使陀螺群原有的控制力矩陀螺构

型发生变化,破坏构型的对称性,将严重影响姿态控制的正常进行。如果能针对陀螺失效问题,构建一个控制力矩陀螺可重构性的度量指标,对提高卫星控制力矩陀螺的可重构性设计水平进而提高系统故障处理能力具有重要意义。文献[3]最早提出在能耗约束条件下,系统执行器故障后的可重构性与故障系统是否存在可容许的解有关;文献[4]提出了双线性系统可重构性的测量方法,保证了系统在工作过程中有足够的冗余;文献[5]对卫星混合执行机构的可重构性进行了研究,表明混合执行机构的可重构性与构型、安装数目以及功耗有着密切的关系,为卫星混合执行机构可重构性评价和设计提供了相关参考;文献[6]总结了卫星常用的5种轮控构型,从可靠性和能耗等方面对各种构型进行了可重构性比较和分析,以此为基础提

收稿日期:2016-03-24      修回日期:2016-11-28

基金项目:国家自然科学基金(41501383)

作者简介:杨凤闹(1991—),男,河北沧州人,硕士,研究方向为卫星姿态控制。

炼出动量轮可重构性设计准则。现有的研究成果主要集中在以动量轮为主的可重构性研究,而针对控制力矩陀螺可重构性的研究较少,所以需要设计一种针对控制力矩陀螺可重构性研究的定性方法,不仅能在故障后分析其可重构性,而且能在故障前甚至设计阶段分析其可重构控制问题,包括发生故障时是否可重构。

本文以建立针对控制力矩陀螺的可重构性度量标准为目标,基于线性化理论和可控性格兰姆矩阵,提出一种针对控制力矩陀螺的可重构性度量标准,并且从能耗可控性的角度分析了部分陀螺失效后对金字塔构型控制力矩陀螺群可重构性的影响。

## 1 研究对象数学描述

应用控制力矩陀螺作为三轴稳定卫星的执行机构时,卫星姿态动力学方程的一般式为

$$I\dot{\omega} + \omega^*(I\omega + h) = -\dot{h} + T \quad (1)$$

式中:左端第二项称为陀螺力矩; $T$ 为外力矩; $\dot{h}$ 为控制力矩陀螺对星体的控制力矩,控制力矩陀螺的合成角动量沿本体坐标系的坐标为 $(h_x \ h_y \ h_z)$ ; $\omega^*$ 定义为

$$\omega^* = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

则式(1)可展开为

$$\begin{cases} I_x \dot{\omega}_x + (I_z - I_y) \omega_y \omega_z = -\dot{h}_x + h_y \omega_z - h_z \omega_y + T_x \\ I_y \dot{\omega}_y + (I_x - I_z) \omega_z \omega_x = -\dot{h}_y + h_z \omega_x - h_x \omega_z + T_y \\ I_z \dot{\omega}_z + (I_y - I_x) \omega_x \omega_y = -\dot{h}_z + h_x \omega_y - h_y \omega_x + T_z \end{cases} \quad (3)$$

式中: $I_x, I_y, I_z$ 分别是刚体绕坐标轴 $O_x, O_y, O_z$ 的转动惯量;卫星在轨道坐标系中姿态由滚转角 $\varphi$ 、俯仰角 $\theta$ 和偏航角 $\psi$ 表示。在三轴稳定控制问题中,这些角度均为小量。卫星坐标系与轨道坐标系之间的姿态矩阵为

$$D = \begin{pmatrix} 1 & \psi & -\theta \\ -\psi & 1 & \varphi \\ \theta & -\varphi & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

卫星相对于轨道坐标的转速为 $(\dot{\varphi}, \dot{\theta}, \dot{\psi})$ ,轨道坐标系在空间中的转速为 $(0, -\omega_0, 0)$ 。因此卫星在空间中的转速 $w$ 在卫星坐标系中可表示为

$$w = \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & \psi & -\theta \\ -\psi & 1 & \varphi \\ \theta & -\varphi & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -\omega_0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

将式(5)代入式(3)可得,由姿态角表示的卫星线性姿态动力学方程为

$$\begin{cases} I_x \ddot{\varphi} = -[(I_y - I_z) \omega_0^2 - \omega_0 h_y] \varphi - h_x + \omega_0 h_z - [(I_y - I_z - I_x) \omega_0 - h_y] \dot{\psi} + T_x \\ I_y \ddot{\theta} = -h_x (\dot{\psi} + \omega_0 \varphi) + h_z (\dot{\varphi} - \omega_0 \psi) - \dot{h}_y + T_y \\ I_z \ddot{\psi} = -[(I_y - I_x) \omega_0^2 - \omega_0 h_y] \psi - \dot{h}_z + \omega_0 h_x + [(I_y - I_z - I_x) \omega_0 - h_y] \dot{\varphi} + T_z \end{cases} \quad (6)$$

定义状态变量为 $x = (\varphi \ \dot{\varphi} \ \theta \ \dot{\theta} \ \psi \ \dot{\psi})^T$ ,将式(6)写成状态空间描述形式为

$$\begin{cases} \dot{x}_{(t)} = Ax_{(t)} + Bu_{(t)} \\ y_{(t)} = Cx_{(t)} \end{cases} \quad (7)$$

式中: $A$ 矩阵可由已知参数求出; $B$ 矩阵反映了控制力矩陀螺冗余配置情况,与控制力矩陀螺的安装构型有关; $C$ 矩阵与系统可观性有关, $C$ 矩阵发生变化,相应的系统可观性也发生变化。

本文主要研究控制力矩陀螺的可重构性,认为满足可观性。可重构性研究的主要问题是:当系统发生故障后,研究系统的可控可观性是否能够保留,如果可控可观性丧失,则需要采用硬件冗余和软件冗余等方式恢复系统的可控可观性,若仍然无法恢复正常,则认为系统不具备可重构性。

## 2 控制力矩陀螺可重构性分析模型

### 2.1 可控性与可重构性分析

控制力矩陀螺与动量轮、反作用飞轮同属常用的卫星姿态控制执行机构中的角动量交换装置。控制力矩陀螺优势在于极高的力矩放大能力,动态响应平稳快速,可输出连续光滑的控制力矩,控制精度高且主要使用电能,适用于长寿命工作,其常见配置有金字塔构型、五棱锥构型等。

当控制力矩陀螺群发生故障时,引入了失效因子向量 $a = (a_1 \ a_2 \ \dots \ a_n)^T$ 作用到控制力矩陀螺群, $n$ 为控制力矩陀螺的安装个数。向量 $a$ 中每个元素为1或者0:1表示控制力矩陀螺正常工作,0表示控制力矩陀螺完全失效。则根据式(7)可改写成故障失效后的状态方程为

$$\dot{x}_{(t)} = Ax_{(t)} + B_{f(a)} U_{(t)} \quad (8)$$

式中, $B_{f(a)} = (0_{3 \times n} \ I^{-1} M_c \text{diag}(a))^T$ , $M_c$ 为控制力矩陀螺群的安装矩阵。

线性系统的可控性是基于状态方程的控制理论的基础,可控性的概念是KALMAN于1960年提出的<sup>[7]</sup>。

系统完全可控的一种判定方式,系统的可控格拉姆(Gram)矩阵为非奇异矩阵则系统可控<sup>[8]</sup>。下面证明此方法。

系统的可控格兰姆矩阵定义为

$$L_c = \phi(t_f, \sigma) \phi^T(t_f, \sigma) \quad (9)$$

在 $[t_0, t_f]$ 区间内,可以定义系统的状态转移矩阵为

$$T_i = (e^{A \sigma(t_f - t_i)} \dots e^{A(t_{i-1} - t_i)}) \quad (10)$$

当格兰姆矩阵为非奇异矩阵时,控制 $U$ 可以表示为

$$U = -\phi^T(t_f, \sigma) L_c^{-1}(t_f, \sigma) T_0 x(t_0) \quad (11)$$

系统在 $t_f$ 时刻,满足

$$x(t_f) - T_0 x(t_0) = \phi(t_f, \sigma) U \quad (12)$$

结合式(9)、式(11)和式(12)后可得 $x(t_f) = 0$ ,表明任一状态可以在初始状态 $x(t_0)$ 处,在有限时间 $t_f$ 内和控制输入 $U$ 作用下,能够转移到 $t_f$ 时刻的 $x(t_f) = 0$ ,根据系统可控性定义,可知系统可控。

综合上述分析,控制力矩陀螺的可重构性包含了两个层次:1)故障发生之后仍然具有可控可观性;2)控制能耗需要满足能量消耗约束条件<sup>[9]</sup>。理想情况下,系统失效后仍然能够可控,而且能够具有完成任务的能力,就可以认为系统具有可重构性。但是,对卫星系统而言,由于本身资源的有限性,需要考虑控制力矩陀螺重构所需的能耗约束。

定义指标 $J$ 为控制力矩陀螺控制能耗,在积分区间 $[t_0, t_1]$ 上可求解该指标:

$$J_{(x_0, u_0)} = \int_{t_0}^{t_1} u_{(t)}^2 dt \quad (13)$$

结合式(11)、式(12)与式(13),经过理论推导<sup>[10]</sup>,可求出系统的最大能耗 $\rho = \lambda_{\min}(L_c)$ 。

失效因子向量 $a$ 引入到控制力矩陀螺中,则可知可控性格兰姆矩阵 $L_c$ 由 $\{A, B_f(a)\}$ 决定,所以控制力矩陀螺失效故障将导致系统的可控性降低,同时系统所需的控制能耗也增大。因此,控制力矩陀螺故障发生之后可重构需要满足可控和能耗约束条件。

### 2.2 控制力矩陀螺的可重构性度量标准

美国Iowa州立大学的LEE在1997年定义了可重构性的概念,即可重构性是系统以低成本和短周期重组系统的能力<sup>[11]</sup>。文献[12]最早提出了可重构性度量标准,把二阶模态的概念应用于系统模型降阶。

对控制力矩陀螺的可重构性,本文定义了可重构性度量标准 $\rho = \lambda_{\min}(L_c)$ , $\eta$ 是针对控制力矩陀螺给定的最小可重构性阈值。如果系统可控且满足 $\rho \geq \eta$ ,则控制力矩陀螺具有可重构性。该定义标准需要解出系统可控性格兰姆矩阵的最小特征值,用其对控制力矩陀螺可重构性的大小进行度量, $\lambda_{\min}(L_c)$ 越大,则控制能耗越小,可重构性越大。控制力矩陀螺在故障后需要同时满足可控性和能耗约束条件,这是判别控制力矩陀螺故障后可重构性大小的一种方法,可控性与可重构性之间的关系可用表1表示。

表1 可重构性度量标准判别关系

Table 1 Reconfigurability metric discriminant relations

系统可控性	度量标准 $\rho = \lambda_{\min}(L_c)$	可重构性
可控	$\lambda_{\min}(L_c) \geq \eta$	可重构
可控	$\lambda_{\min}(L_c) < \eta$	不可重构
不可控	$\lambda_{\min}(L_c) \geq \eta \parallel \lambda_{\min}(L_c) < \eta$	不可重构

### 3 仿真验证

本文以金字塔构型的控制力矩陀螺群为研究对象,利用上述理论方法对其可重构性进行仿真验证,仿真参数如下:卫星惯量矩 $I_x = 32.5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, I_y = 19.5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, I_z = 25.3 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, \omega_0 = 0.0011 \text{ rad/s}$ 为轨道角速度。

金字塔构型由4个框架轴垂直于金字塔体侧面的控制力矩陀螺组成,见图1。

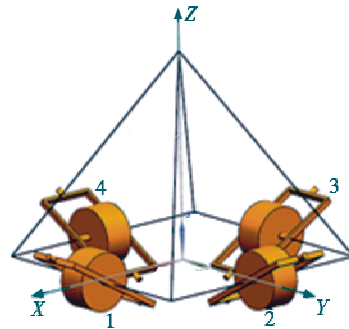


图1 金字塔构型陀螺群示意图

Fig.1 Pyramid-type of CMG

本文利用可控性判定矩阵 $T_c$ 来判定系统可控性,当 $\text{Rank}(T_c) = 6$ 时,系统定义为可控, $\text{Rank}(T_c) < 6$ 时定义系统不可控。针对控制力矩陀螺失效后可重构性计算见表2,假设 $\eta = 3 \times 10^{-4}$ ,在表中发现:当只有1个陀螺失效时, $\rho = \lambda_{\min}(L_c) > \eta$ ,说明故障后控制力矩陀螺群仍然可控而且具有可重构性,但是可重构性下降幅度较大;当2个陀螺失效时, $\rho = \lambda_{\min}(L_c) < \eta$ ,系统仍然可控,但是可重构性几乎为零,不具备可重构性;当控制力矩陀螺失效3个和全部失效时,系统不可控而且不具备可重构性。

表2 金字塔构型陀螺群的可重构性

Table 2 Reconfigurability of pyramid-type CMGs

失效因子向量	$\text{Rank}(T_c)$	$\lambda_{\min}(L_c)$
$a = (1 \ 1 \ 1 \ 1)^T$	6	$6.562 \times 10^{-4}$
$a = (0 \ 1 \ 1 \ 1)^T$	6	$3.069 \times 10^{-4}$
$a = (0 \ 0 \ 1 \ 1)^T$	6	$4.700 \times 10^{-14}$
$a = (0 \ 0 \ 0 \ 1)^T$	5	0
$a = (0 \ 0 \ 0 \ 0)^T$	0	0

针对金字塔构型控制力矩陀螺构型分析两种故障:1)陀螺1和陀螺2发生故障,陀螺3和陀螺4正常工作;2)陀螺1完全失效,陀螺2和陀螺3故障,陀螺4正常工作。图2表示控制力矩陀螺可重构性度量标

准  $\lambda_{\min}(L_c)$  在故障 1 的变化情况,图 3 表示  $\lambda_{\min}(L_c)$  针对故障 2 的变化情况。分析图 2 可知:如果陀螺 1 或陀螺 2 的有效率高于 60%,控制力矩陀螺群仍然具备可重构性;分析图 3 可知,陀螺 1 已完全失效,如果陀螺 2 和陀螺 3 具有很高的使用有效率,则控制力矩陀螺群具有可重构性。综合图 2、图 3 分析可知:随着控制力矩陀螺失效程度的增加和冗余程度的降低,系统的可重构性也逐渐降低。

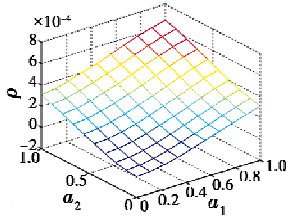


图 2 故障 1 对应陀螺群可重构性度量曲面  
Fig. 2 Reconfigurability surface of CMGs for case 1

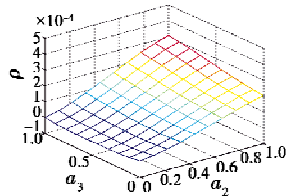


图 3 故障 2 对应陀螺群可重构性度量曲面  
Fig. 3 Reconfigurability surface of CMGs for case 2

### 4 结论

本文研究了控制力矩陀螺可重构性度量标准的问题。结合可控性、能耗与可重构性之间的关系,基于控制能耗约束下,把可控性格兰姆矩阵的最小特征值作为评价控制力矩陀螺可重构性大小的标准;并且通过对金字塔构型控制力矩陀螺进行了仿真,结果符合实际应用情况,验证了该理论分析的正确性和可行性,为以后的控制力矩陀螺可重构技术研究提供了一定的理论基础。

### 参考文献

[1] 闻新,张兴旺,秦钰琦,等. 国外航天器在轨故障模式统计与分析[J]. 质量与可靠性,2014(6):13-18.

[2] 岳玉娜,张景瑞. 控制力矩陀螺部分失效时灵敏航天器的姿态机动控制[J]. 清华大学学报:自然科学版,2010,50(2):307-311.

[3] YANG H, JIANG B, MARCEL S. Fault recoverability analysis of switched systems[J]. International Journal of Systems Science, 2012, 43(43):535-542.

[4] HAMID R S. Control configurability of bilinear systems[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2013, 27(4):1117-1123.

[5] 胡宇桑,王大铁,刘成瑞. 卫星混合执行机构的可重构性研究[J]. 航天控制,2014,32(3):44-50.

[6] 顾朋,王大铁,刘成瑞. 零动量卫星轮控系统可重构性设计研究[J]. 中国空间科学技术,2013,33(1):7-14.

[7] KALMAN R E. On the theory of control systems[C]//Proceedings of 1st IFAC Congress, Moscow, 1960:124-138.

[8] DUKEMAN G A. Profile-following entry guidance using linear quadratic regulator theory [C]//AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, Monterey, AIAA 2002-4457.

[9] MARCEL S. On reconfigurability with respect to actuator failures[C]//The 15th Triennial World Congress, Barcelona, 2002:257-262.

[10] 樊雯,程月华,姜斌. 卫星姿态控制系统的可重构性分析[J]. 宇航学报,2014,35(2):185-191.

[11] LEE G H. Reconfigurability consideration design of components and manufacturing systems[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 1997, 13(5):376-386.

[12] MENGALI G, QUARTA A A. Non-Keplerian orbits for electric sails [J]. Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, 2009, 105(1):179-195.

(上接第 67 页)

[12] ZADEH L A. Review of a mathematical theory of evidence [J]. AI Magazine, 1984, 5(3):81-83.

[13] 周哲,徐晓滨,文成林,等. 冲突证据融合的优化方法[J]. 自动化学报,2012,38(6):976-985.

[14] 张燕君,龙呈,李达. 基于冲突表示的冲突证据融合方

法[J]. 模式识别与人工智能,2013,26(9):853-858.

[15] 郭华伟,施文康,刘清坤,等. 一种新的证据组合规则[J]. 上海交通大学学报,2006,40(11):1895-1900.

[16] 潘磊,雷钰丽,王崇骏,等. 基于权重的 Jaccard 相似度度量的实体识别方法[J]. 北京交通大学学报,2009, 33(6):141-143.

欢迎关注新浪微博 @电光与控制