

引用格式:顾福飞,傅敏辉,丛波,等.基于压缩感知的光控相控阵波束形成方法[J].电光与控制,2017,24(11):70-73. GU F F, FU M H, CONG B, et al. A beam-forming method for optically phased array based on compressed sensing[J]. Electronics Optics & Control, 2017, 24(11):70-73.

## 基于压缩感知的光控相控阵波束形成方法

顾福飞<sup>1</sup>, 傅敏辉<sup>1</sup>, 丛波<sup>1</sup>, 张群<sup>2</sup>

(1. 中国卫星海上测控部, 江苏 江阴 214430; 2. 空军工程大学信息与导航学院, 西安 710077)

**摘要:**针对光控相控阵在实现宽带宽角扫描时,所需要的光真延时器数目过多问题进行研究,提出了基于压缩感知的光控相控阵方向图形成方法。首先通过公式推导详细分析了影响光控相控阵波束偏移的因素,其次给出光真延时器稀疏排布方式,在此基础上基于压缩感知理论恢复出光控相控阵的方向图。所提方法能够在大幅减少光真延时器数目的条件下实现宽带宽角扫描。最后利用仿真实验验证了所提方法的有效性。

**关键词:**光控相控阵; 压缩感知; 波束形成; 光真延时器

**中图分类号:** TN957      **文献标志码:** A      **doi:**10.3969/j.issn.1671-637X.2017.11.014

## A Beam-Forming Method for Optically Phased Array Based on Compressed Sensing

GU Fu-fei<sup>1</sup>, FU Min-hui<sup>1</sup>, CONG Bo<sup>1</sup>, ZHANG Qun<sup>2</sup>

(1. China Satellite Maritime Tracking and Control Department, Jiangyin 214430, China;

2. School of Information and Navigation, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

**Abstract:** Too many Optical True Time Delayers (OTTDs) are needed when optically phased array radar scans in wideband and wide-angle modes. To solve the problem, a beam-forming method based on compressed sensing is proposed for the optically phased array radar with sparse array. Firstly, the factors affecting main-lobe deviation are analyzed in detail by formula derivation. Secondly, a configuration of the sparse antenna array is presented, on the basis of which, the pattern of the optically phased array is restored based on the compressed-sensing theory. Using this method, a quite small number of OTTDs are required for wideband and wide-angle scanning. Finally, this method is validated by the simulation results.

**Key words:** optically phased array; compressed sensing; beam-forming method; optical true time delayer

### 0 引言

相控阵雷达是采用相控阵天线的一种雷达,通过电子方式控制波束的指向<sup>[1]</sup>,与常规的机械扫描雷达相比,能够实现更快速的波束指向和形状捷变。但是常规的相控阵雷达在宽角扫描时,由于孔径效应和渡越时间的影响,使得收发信号不能有效地同相合成,难以实现期望的波束形成和波束指向控制<sup>[2-4]</sup>。光控相控阵雷达将光真延迟和光传输技术应用到相控阵中,能够为不同频点信号提供梯度相位,保证宽带波束空间指向的同一性,同时补偿信号的时间差,从而有效减小渡越时间和孔径效应的影响,实现相控阵雷达的宽

带宽角扫描<sup>[5-7]</sup>。

由于光真延时器的硬件成本较高,不可能给相控阵每个天线阵元都配置,因此当前较为常用的做法是将天线阵列划分为若干个子阵,每个子阵配置一个光真延时器。但是即使这样,需要的光真延时器数目仍然较多,如何以较少的光真延时器实现宽带宽角扫描,对于光控相控阵的实际应用具有重要意义。压缩感知(CS)理论是数学家 DONOHO 于 2006 年提出的一种数据压缩与重建理论<sup>[8]</sup>。该理论指出,若信号稀疏或在某个变换域稀疏,则可用一个与变换基不相关的观测矩阵将高维信号投影到低维空间,通过求解优化问题即可从低维观测中以高概率重构原信号。基于该特性,CS 理论已经广泛应用于信号处理,用以完成降采样数据的重建处理<sup>[9-11]</sup>。本文借鉴 CS 理论降维的思想,提出一种稀疏阵列的光控相控阵波束形成方法,该方法保证在宽带宽角扫描情况下,能够大幅减少光真

收稿日期:2016-12-07

修回日期:2017-01-16

基金项目:中国博士后科学基金项目(2017M613441)

作者简介:顾福飞(1987—),男,江苏淮安人,博士,工程师,研究方向为信息传输与雷达信号处理。

延时器的数目,从而降低光控相控阵的硬件成本。

## 1 光控阵方向图与波束偏移分析

为了便于讨论问题,本文主要分析线性光控阵,得到的相应结论能够很容易推广到平面阵。光控相控阵的天线结构如图 1 所示,将天线阵列  $N$  个阵元均匀划分为  $N_s$  个子阵,每个子阵的阵元数  $M = N/N_s$ 。将天线

阵元记为  $a_{lm}$ ,  $l$  为子阵序列号,  $l = 1, 2, \dots, N_s$ ,  $m$  为子阵内天线单元序列号,  $m = 1, 2, \dots, M$ 。每个子阵配置一个光真延时器,子阵内部采用数字移相器。设定相邻天线阵元的间距为  $d$ ,主波束指向为  $\theta_B$ ,则任意相邻天线阵元的空间时间差为  $\tau_B = d \cdot \sin \theta_B / c$ ,  $c$  为光速。那么对应的阵内相位差  $\phi_B = 2\pi d \cdot \sin \theta_B / \lambda_0$ ,  $\lambda_0$  为中心频点对应的波长。 $\tau'$  为光真延时器的延时值。

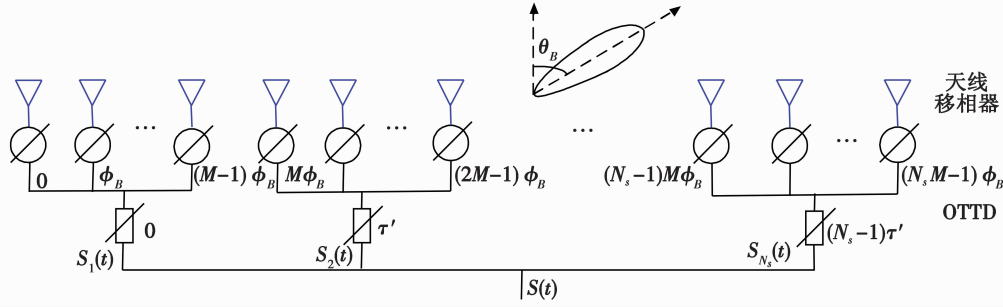


图 1 光控相控阵天线示意图

Fig. 1 Schematic diagram of optically phased array antenna

对于常规的基于移相器的相控阵,其方向图就是对序列  $\mathbf{w}(n) = \exp(j2\pi(n-1)d \cdot \sin \theta_B / \lambda_0)$ ,  $n = 1, 2, \dots, N$ , 作关于  $n$  的离散傅里叶变换(DFT),再计算其模值得到。但是对于光控相控阵而言,当发射信号频率变化为  $\Delta f$  时,阵列的空间相位差序列为  $\mathbf{w}(n) = \exp(j2\pi(f_0 + \Delta f)(n-1)dsin \theta_B / c)$ , 此时光真延时器的移相值为  $\mathbf{w}'(n_s) = \exp(-j2\pi \cdot \Delta f \cdot (n_s - 1)\tau')$ , 因此总的加权矢量  $\mathbf{w}_z(n)$  可写为

$$\mathbf{w}_z(n) = \mathbf{w}(n) \cdot \mathbf{w}'(n_s) \quad (1)$$

那么对序列  $\{\mathbf{w}_z(n)\}$  作关于  $n$  的 DFT, 并计算模值, 即可得到光控相控阵的方向图。天线方向图的主瓣指向, 取决于天线阵元决定的“空间相位差”  $\phi$  与天线阵内的移相器和延时器提供的“阵内相位差”  $\phi_B$  的平衡<sup>[12]</sup>。对于光控相控阵而言, 其阵内相位差为

$$\phi_B = 2\pi f_0 \cdot (N-1) \cdot d \cdot \sin \theta_B / c + 2\pi \Delta f \cdot (N_s - 1) \cdot M \cdot d \cdot \sin \theta_B / c \quad (2)$$

天线阵列的空间相位差为

$$\phi = 2\pi(f_0 + \Delta f) \cdot (N-1) \cdot d \cdot \sin \theta / c \quad (3)$$

式中,  $\theta = \Delta \theta + \theta_B$ 。根据空间相位差与阵内相位差相等, 即  $\phi_B = \phi$ , 可得

$$2\pi(f_0 + \Delta f) \cdot \frac{(N-1) \cdot d \cdot \sin \theta}{c} = 2\pi f_0 \cdot \frac{(N-1) \cdot d \cdot \sin \theta_B}{c} + 2\pi \Delta f \cdot \frac{(N_s - 1) \cdot M \cdot d \cdot \sin \theta_B}{c} \quad (4)$$

经过计算, 可近似得到

$$\Delta \theta \approx -\frac{\Delta f}{\Delta f + f_0} \cdot \left( \frac{M-1}{N-1} \right) \cdot \tan \theta_B \quad (5)$$

从式(5)可见, 光控相控阵的波束偏移不仅与发射信号的相对频偏、扫描角度有关, 还与划分的子阵阵元数有关, 并且随着子阵阵元数的增大, 波束偏移增大。因此, 为了实现相控阵雷达的宽带宽角扫描, 天线阵列划分的子阵阵元数尽可能的少, 但是这会导致光真延时器的数目增多。为了有效减少光真延时器的数目, 本文采用稀疏的天线阵列, 然后基于压缩感知理论完成光控相控阵的波束形成。

## 2 稀疏光控相控阵的波束形成方法

压缩感知理论可以从严重降采样的数据中实现稀疏信号与数据以高概率的准确重构。因此将压缩感知理论引入到光控阵的波束形成中, 能够以较少的光真延时器实现宽带宽角扫描。下面以均匀划分为 6 个子阵的光控阵列为例来说明稀疏布阵方法。原始均匀光控阵列如图 2a 所示, 在原始阵列的 6 个光真延时器位置随机布置 3 个光真延时器, 假设在  $b_1, b_3, b_6$  的位置布置, 得到新的光控阵列  $c_1, c_2, c_3$ , 如图 2b 所示。新的阵列相比于原始阵列少了 3 个光真延时器和  $3 \times M$  个移相器。

下面针对稀疏光控阵列给出具体的波束形成方法。当光控相控阵天线阵列均匀排布时, 对加权矢量直接作关于  $n$  的离散傅里叶变换, 即可得到光控阵方向图。但为了有效减少光真延时器数目, 天线阵列是稀疏排布的, 直接运用 DFT 就会导致旁瓣很高, 无法获得方向图。由于光控阵的波束主瓣和第一副瓣占据较多能量, 而其余副瓣仅占据少量能量, 满足 CS 理论中稀疏性的要求, 同时稀疏阵列可看作原始均匀阵列的低维观测, 因此下面结合 CS 理论进行波束形成处理。

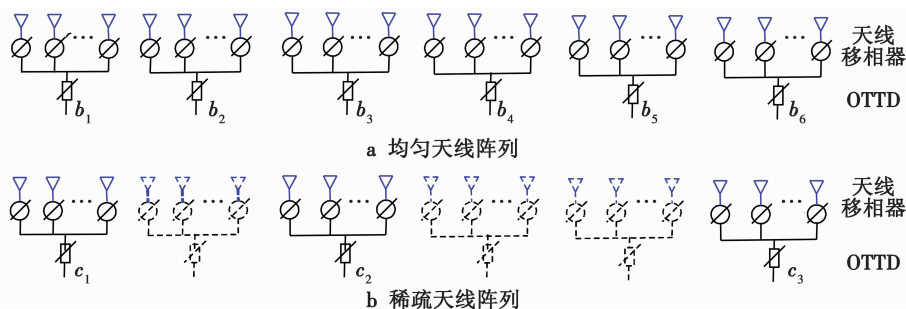


图2 天线结构及其稀疏化示意图

Fig. 2 Sketch map of the antenna array

将稀疏阵列光控相控阵的加权矢量  $\{w_z(n')\}$  记为  $W'$ , 原始均匀阵列的加权矢量  $\{w_z(n)\}$  记为  $W$ , 那么  $W'$  看作  $W$  的低维观测, 可表示为

$$W' = \Phi \cdot W \quad (6)$$

式中, 观测矩阵  $\Phi = \{\phi_{u,v}\}$  为广义单位阵, 且

$$\phi_{u,v} = \begin{cases} 1 & v = \delta_u, u = 1, \dots, N', \delta_u \in 1, \dots, N \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (7)$$

从式(7)可以看出  $\Phi$  中的任意行向量, 除了第  $\delta_u$  个元素为 1 外, 其余均为零,  $\delta_u$  由稀疏布置阵元的位置决定。将光控相控阵的方向图记为  $Y$ , 那么均匀阵列形成方向图的过程可表示为

$$Y = A \cdot \Psi \cdot W \quad (8)$$

式中:  $A = \exp(j2\pi(N-1)d\sin\theta_B/2\lambda_0)$ , 为常数;  $\Psi$  为 DFT 变换矩阵。进一步, 结合式(6)和式(8)可得

$$W' = \Phi \cdot \Psi^{-1} \cdot A^{-1} \cdot Y \quad (9)$$

由于本文在构造稀疏阵列时, 光真延时器是随机缺失的, 广义单位阵  $\Phi$  与  $\Psi$  不相干, 因此  $\Phi \cdot \Psi^{-1}$  满足 RIP 条件<sup>[13]</sup>。进一步根据 CS 理论, 就可以通过求解下述表达式得到光控相控阵的方向图  $Y$ , 即

$$\begin{aligned} & \min \|Y\|_0 \\ & \text{s. t. } W' = \Phi \cdot \Psi^{-1} \cdot A^{-1} \cdot Y \end{aligned} \quad (10)$$

对于式(10)的求解, 本文采用连续高斯函数逼近  $l_0$  范数的平滑  $l_0$  范数 (Smoothed  $l_0$ , SLO) 算法<sup>[14]</sup>。

### 3 仿真实验

本章进行仿真实验用以验证所提方法的有效性。光控相控阵的天线结构如图 1 所示, 设定光控相控阵天线单元总数  $N = 100$ , 平均划分为 20 个子阵, 每个子阵的阵元数  $M = 5$ 。雷达发射信号的中心频率  $f_0 = 1$  GHz, 阵元间距为 0.15 m, 信号的扫频宽带为 100 MHz, 波束扫描角度为  $60^\circ$ 。在不考虑配置光真延时器时, 常规相控阵在频率点分别为 0.9 GHz, 1 GHz 以及 1.1 GHz 的归一化方向图, 如图 3a 所示。可以看出, 当发射信号偏移中心频点 100 MHz 时, 波束偏移较大, 从

而限制了相控阵雷达的宽带宽角扫描能力。如果在子阵级采用光真延时器, 构造光控相控阵, 得到的方向图如图 3b 所示, 可见波束基本没有偏移, 从而有效提高了相控阵的宽带宽角扫描能力。

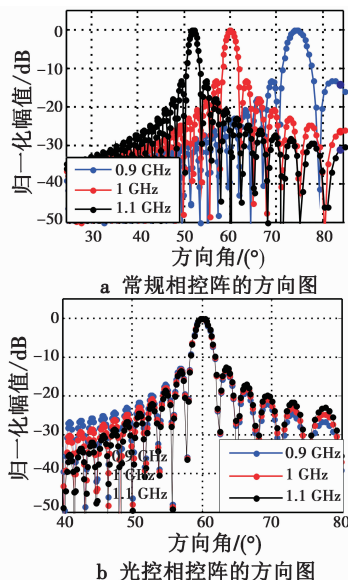
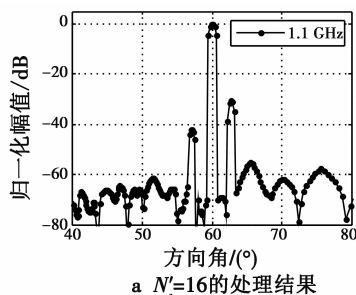


图3 相控阵 3 个频点的归一化方向图

Fig. 3 Radiation pattern with three frequency points

下面采用稀疏布阵方式用以减少光真延时器的数目。按照第 2 章的稀疏布阵方式, 在上述均匀布置的 20 个光真延时器位置随机布置光真延时器, 延时器的数目  $N'_s$  分别设为 16, 12, 8 和 4, 光控相控阵信号的频率点仍然为 1.1 GHz, 波束扫描角度为  $60^\circ$ 。利用所提出的基于压缩感知的光控阵波束形成方法进行处理, 得到的处理结果如图 4 所示。



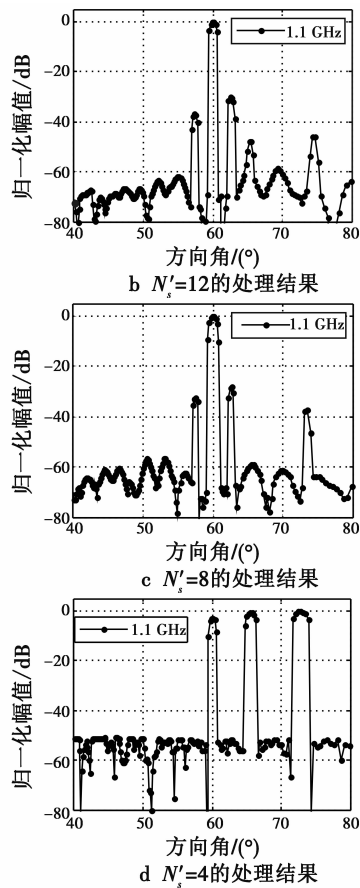


图 4 不同光真延时器数的波束形成结果图

Fig. 4 Radiation pattern with different number of OTTD

可以看出,阵列的主波束没有发生偏移,但随着光真延时器数目的减少,波束形成效果逐渐变差。这是由 CS 重构理论决定的,即观测值越少重构效果越不理想。不过总的来看,当光真延时器数目大于 8 时,还是能够获得准确的方向图,从而有效验证了所提方法能够在大幅减少光真延时器数目的条件下实现宽带宽角的波束扫描。

#### 4 结束语

光控相控阵利用光真延时器能够有效补偿相对频偏带来的波束偏移,但是所需要的光真延时器数目较多,不便于工程实现,因此本文构造稀疏的光控天线阵列用以大幅减少光真延时器数目。首先利用推导出的波束偏移公式,得出波束偏移与划分的子阵数目成正比的结论,其次结合 CS 理论具体阐述了稀疏阵列光控阵的波束形成方法,最后的仿真实验表明,利用本文方法在大幅减少光真延时器数目的基础上可以得到准确的方向图。

#### 参考文献

- [1] 张光义. 相控阵雷达系统[M]. 北京:国防工业出版社, 2009.
- [2] SONG Y, KONG L J, CHEN J, et al. Improvement for the steering performance of liquid crystal phased array [J]. Optoelectronics Letters, 2009, 5(3):177-181.
- [3] JUNG B M, KIM D H, JEON I P, et al. Optical true time-delay beamformer based on microwave photonics for phased array radar [C]//International Asia-Pacific Conference on Synthetic Aperture Radar, IEEE, 2011:1-4.
- [4] 严济鸿. 宽带相控阵雷达波束控制技术[D]. 成都:电子科技大学, 2011.
- [5] 何子述, 金林, 韩蕴洁, 等. 光控相控阵雷达发展动态和实现中的关键技术[J]. 电子学报, 2005, 33(12): 2191-2195.
- [6] 李正. X 波段宽带相控阵天线的实时延迟系统的研究[J]. 电光与控制, 2007, 14(3):32-35.
- [7] 苏君, 邱琪, 史双瑾. 光纤延迟线噪声对相控阵波束指向的影响[J]. 光子学报, 2014, 43(4):1-5.
- [8] DONOHO D L. Compressed sensing [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4):1289-1306.
- [9] 王建, 盛卫星, 韩玉兵, 等. 基于压缩感知的自适应数字波束形成算法[J]. 电子与信息学报, 2013, 35(2): 438-444.
- [10] 李洪涛, 贺亚鹏, 肖瑶, 等. 基于压缩感知的单通道鲁棒自适应波束形成算法[J]. 电子与信息学报, 2012, 34(10):2421-2426.
- [11] GU F F, ZHANG Q, CHEN Y A, et al. Imaging method for highly squinted synthetic aperture radar with under-sampled echo data [J]. Journal of Applied Remote Sensing, 2015, 9(1):097495-1-15.
- [12] 刘晓瑞, 张兴周, 闫宏. 光控相控阵天线子阵划分方法的研究[J]. 应用科技, 2006, 33(12):28-30.
- [13] CANDÈS E J, ROMBERG J, TAO T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(2):489-509.
- [14] MOHIMANI H, BABAIE-ZADEH M, JUTTEN C. A fast approach for overcomplete sparse decomposition based on smoothed to norm [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(1):289-301.