

引用格式:武青海,曲朝阳.均方根容积代价参考粒子滤波算法[J].电光与控制,2017,24(11):28-30,42. WU Q H, QU Z Y. Square-root cubature cost-reference particle filter algorithm[J]. Electronics Optics & Control, 2017, 24(11):28-30, 42.

## 均方根容积代价参考粒子滤波算法

武青海<sup>1</sup>, 曲朝阳<sup>2</sup>

(1. 吉林农业科技学院电气与信息工程学院,吉林 吉林 132101; 2. 东北电力大学信息工程学院,吉林 吉林 132012)

**摘要:**为提高复杂噪声的滤波精度,基于均方根容积卡尔曼滤波(SCKF)和代价参考粒子滤波(CRPF),提出一种新的均方根容积代价参考粒子滤波算法(SCCRPF)。算法采用SCKF和最新量测信息更新先验分布函数,生成CRPF的重要密度函数,保留了SCKF对非线性系统的滤波精度,同时获取了CRPF对噪声假设未知系统的滤波精度。仿真结果表明,对于噪声假设未知系统,SCCRPF的滤波精度高于均方根容积粒子滤波(SCPF);对于噪声假设已知系统,SCCRPF的滤波精度高于CRPF。

**关键词:** 状态估计; 非线性系统; 非高斯系统; 代价参考粒子滤波

**中图分类号:** TP391.41      **文献标志码:** A      **doi:**10.3969/j.issn.1671-637X.2017.11.006

## Square-Root Cubature Cost-Reference Particle Filter Algorithm

WU Qing-hai<sup>1</sup>, QU Zhao-yang<sup>2</sup>

(1. School of Electrical and Information Engineering, Jilin Agricultural Science and Technology University, Jilin 132101, China; 2. School of Information Engineering, Northeast Dianli University, Jilin 132012, China)

**Abstract:** To improve the filtering precision under complex noise condition, a new Square-root Cubature Cost-Reference Particle Filter (SCCRPF) is proposed based on the Square-root Cubature Kalman Filter (SCKF) and the Cost-Reference Particle Filter (CRPF). The proposed filter updates the prior distribution function with the latest measured information and SCKF, and thereby generates the importance density function for CRPF. The new filter not only reserves the precision advantage of SCKF in filtering nonlinear systems, but also possesses the filtering precision of CRPF for dealing with systems with an unknown noise assumption. Simulation results show that: the filtering precision of SCCRPF is higher than that of Square-root Cubature Particle Filter (SCPF) for a system with unknown noise assumption, and is higher than that of CRPF for a system with known noise assumption.

**Key words:** state estimation; nonlinear system; non-Gaussian system; cost-reference particle filter

### 0 引言

状态估计问题在视景跟踪、机器人定位、航海以及其他领域得到广泛研究。对于非线性系统,常用的估计方法是扩展卡尔曼滤波(EKF)<sup>[1-2]</sup>、不敏卡尔曼滤波(UKF)<sup>[3-4]</sup>、均方根容积卡尔曼滤波(Square-root Cubature Kalman Filter, SCKF)<sup>[5-6]</sup>。但以上都是假设过程噪声和量测噪声为高斯白噪声,在非高斯噪声条件下的滤波效果就会很差。对于非线性非高斯系统,

基于贝叶斯理论和蒙特卡罗方法的粒子滤波(Particle Filter, PF)<sup>[7-8]</sup>能够获取好的滤波效果。

为提高复杂噪声系统的滤波精度,学者们提出了不依赖任何分布函数先验知识的代价参考粒子滤波(Cost-Reference Particle Filter, CRPF)<sup>[9-10]</sup>。但在量测信息较为精确的条件下,CRPF的滤波精度可以通过融合最新量测信息进行改进。

通过将SCKF引入CRPF框架下提出了SCCRPF,利用最新量测信息,通过SCKF来产生重要性密度函数(Importance Density Function, IDF),在量测信息相对准确条件下,IDF更加接近真实的后验概率分布。SCCRPF不仅能够处理噪声假设未知的系统,同时获取了SCKF对非线性系统的滤波精度。仿真结果表明,对噪

收稿日期:2017-01-03

修回日期:2017-01-16

基金项目:吉林省教育科学重点项目(ZD115088)

作者简介:武青海(1978—),男,黑龙江双城人,硕士,讲师,研究方向为算法分析与设计、软件工程。

声条件复杂的系统,SCCRPF 具有更高的滤波精度。

## 1 SCCRPF

CRPF 的粒子从 IDF 里采样,IDF 的确定对 CRPF 十分重要,目前较为流行的方法是采用状态转移先验分布,因为其计算较为简单,但这种方法未能包含最新的量测信息。在量测信息相对准确条件下,采用 SCKF 等方法对粒子进行传递,可进一步提升 CRPF 的滤波精度,如扩展粒子滤波(EPF)<sup>[11]</sup>和不敏粒子滤波(UPF)<sup>[12]</sup>的精度要比传统 PF 高。

以 SCKF 作为子滤波器,完成 CRPF 中粒子传递过程,提出新的 SCCRPF,其过程如下。

### 1.1 初始化

在  $k=0$  时刻,从初始分布中均匀抽取  $N$  个粒子,即

$$x_0^j \sim u(I_0) \quad j=1,2,\dots,N \quad (1)$$

为保证粒子多样性, $I_0$  的选取应足够大。计算各个粒子初始协方差的开方  $S_0^j$ ,即

$$\bar{x}_0 = E(x_0^j) \quad (2)$$

$$P_0^j = E((x_0^j - \bar{x}_0)(x_0^j - \bar{x}_0)^T) \quad (3)$$

$$P_0^j = S_0^j (S_0^j)^T \quad (4)$$

对各粒子初始代价赋值

$$c_0^j = 0 \quad (5)$$

得到初始样本集合

$$\{x_0^j, S_0^j, c_0^j = 0\}_{j=1}^N \quad (6)$$

### 1.2 重采样

已知  $k$  时刻的粒子集合为

$$\{x_k^j, S_k^j, c_k^j\}_{j=1}^N \quad (7)$$

结合  $k+1$  时刻的量测  $z_{k+1}$ ,计算各个粒子的风险,即

$$\delta_{k+1}^j = \lambda c_k^j + \Delta c(x_k^j | z_{k+1}) \quad (8)$$

式中: $\lambda$  为遗忘因子,主要作用平衡历史信息 and 当前信息的权重,其值越大历史信息占比越大,反之历史信息比重越小;增量部分的计算形式为

$$\Delta c(x_k^j | z_{k+1}) = \|z_{k+1} - h(f(x_k^j))\|^p \quad (9)$$

式中, $p$  可取 1 或 2。当得到各个粒子的风险后,计算粒子的概率混合密度函数(Probability Mass Function, PMF),即

$$\bar{\varepsilon}_{k+1}^j \propto u(\delta_{k+1}^j) \quad (10)$$

式中, $u(\delta_{k+1}^j)$  的计算式为

$$u(\delta_{k+1}^j) = 1/(\delta_{k+1}^j - \min_j\{\delta_{k+1}^j\} + \alpha)^\beta \quad (11)$$

式中, $\beta=2$ ,且有

$$\alpha = 0.1 \cdot \sqrt{\text{var}\{\delta_{k+1}^j\}_{j=1}^N} \quad (12)$$

接下来,依据概率混合密度函数  $\bar{\varepsilon}_{k+1}^j$  进行重采样,获取中间状态粒子集合为

$$\{\hat{x}_k^j, \hat{S}_k^j, \hat{c}_k^j\}_{j=1}^N \quad (13)$$

式中: $\hat{S}_k^j = S_k^j, \hat{c}_k^j = c_k^j$ ,当且仅当  $\hat{x}_k^j = x_k^j$ 。

### 1.3 利用 SCKF 完成粒子传递

时间更新:由于  $\hat{S}_k^j$  已知,直接计算各粒子的容积点( $l=1,2,\dots,2n$ ),即

$$x_{l,k}^j = \hat{x}_k^j + \hat{S}_k^j \xi_l \quad (14)$$

传递各粒子的容积点

$$x_{l,k}^{j+} = f(x_{l,k}^j) \quad (15)$$

估计各粒子的预测状态

$$\tilde{x}_{k+1,k}^j = \left( \sum_{l=1}^{2n} x_{l,k}^{j+} \right) / 2n \quad (16)$$

估计各粒子

$$S_{k+1,k}^j = \text{Tria}([x_{k+1,k}^{j+} \quad S_Q^j]) \quad (17)$$

式中: $\text{Tria}()$  为求预测协方差的开方的操作,具体操作见文献[5-6]; $S_Q^j$  为第  $j$  个粒子的状态协方差的开方,且有

$$x_{k+1,k}^{j+} = [x_{1,k}^{j+} - \tilde{x}_{k+1,k}^j, x_{2,k}^{j+} - \tilde{x}_{k+1,k}^j, \dots, x_{2n,k}^{j+} - \tilde{x}_{k+1,k}^j] / \sqrt{2n} \quad (18)$$

量测更新:由于  $S_{k+1,k}^j$  已知,直接计算各粒子的容积点( $l=1,2,\dots,2n$ ),即

$$x_{l,k+1,k}^j = \tilde{x}_{k+1,k}^j + S_{k+1,k}^j \xi_l \quad (19)$$

传递各粒子的容积点

$$z_{l,k+1,k}^{j+} = h(x_{l,k+1,k}^j) \quad (20)$$

估计各粒子的预测量测

$$\tilde{z}_{k+1,k}^j = \left( \sum_{l=1}^{2n} z_{l,k+1,k}^{j+} \right) / 2n \quad (21)$$

估计各粒子新息协方差的开方

$$S_{z,k+1,k}^j = \text{Tria}([z_{k+1,k}^{j+} \quad S_R^j]) \quad (22)$$

式中, $S_R^j$  为第  $j$  个粒子量测协方差的开方,且有

$$z_{k+1,k}^{j+} = [z_{1,k+1,k}^{j+} - \tilde{z}_{k+1,k}^j, z_{2,k+1,k}^{j+} - \tilde{z}_{k+1,k}^j, \dots, z_{2n,k+1,k}^{j+} - \tilde{z}_{k+1,k}^j] / \sqrt{2n} \quad (23)$$

估计各粒子的交叉协方差为

$$P_{xz,k+1,k}^j = x_{k+1,k}^{j+} (z_{k+1,k}^{j+})^T \quad (24)$$

且有

$$x_{k+1,k}^{j++} = [x_{1,k+1,k}^j - \tilde{x}_{k+1,k}^j, x_{2,k+1,k}^j - \tilde{x}_{k+1,k}^j, \dots, x_{2n,k+1,k}^j - \tilde{x}_{k+1,k}^j] / \sqrt{2n} \quad (25)$$

计算各粒子的增益为

$$\Phi_{k+1}^j = P_{xz,k+1,k}^j (S_{z,k+1,k}^j (S_{z,k+1,k}^j)^T)^{-1} \quad (26)$$

估计各粒子的状态为

$$\tilde{x}_{k+1}^j = x_{k+1,k}^j + \Phi_{k+1}^j (z_{k+1} - \tilde{z}_{k+1,k}^j) \quad (27)$$

估计各粒子协方差的开方为

$$S_{k+1}^j = \text{Tria}([x_{k+1}^{j++} - \Phi_{k+1}^j z_{k+1,k}^{j+} \quad \Phi_{k+1}^j S_R^j]) \quad (28)$$

经过 SCKF 传递后,新的粒子包含了最新的量测信息,基于传递后的状态和协方差开方,产生粒子

$$x_{k+1}^j \sim N(\tilde{x}_{k+1}^j, S_{k+1}^j (S_{k+1}^j)^T) \quad (29)$$

对各粒子的代价进行更新,有

$$c_{k+1}^j = \lambda \hat{c}_k^j + \Delta c(x_{k+1}^j | z_{k+1}) \quad (30)$$

式中,

$$\Delta c(x_{k+1}^j | z_{k+1}) = \| z_{k+1} - h(x_{k+1}^j) \| ^p \quad (31)$$

经过粒子传递过程,得到更新后的粒子及其代价集合

$$\{x_{k+1}^j, S_{k+1}^j, c_{k+1}^j\}_{j=1}^N \quad (32)$$

#### 1.4 状态估计

对每个粒子分配 PMF

$$\hat{\varepsilon}_{k+1}^j \propto u(c_{k+1}^j) \quad (33)$$

式中,

$$u(c_{k+1}^j) = 1 / (c_{k+1}^j - \min_j \{c_{k+1}^j\} + \alpha)^\beta \quad (34)$$

对  $\hat{\varepsilon}_{k+1}^j$  归一化

$$\varepsilon_{k+1}^j = \hat{\varepsilon}_{k+1}^j / \sum_{l=1}^N \hat{\varepsilon}_{k+1}^l \quad j = 1, \dots, N \quad (35)$$

状态估计为

$$\hat{x}_{k+1} = \sum_{j=1}^N \varepsilon_{k+1}^j x_{k+1}^j \quad (36)$$

## 2 仿真结果与分析

为了验证所提 SCCRPF 的有效性,进行仿真并与 CRPF, SCPF 比较。所采用的系统的状态方程为

$$x_{k+1} = 0.6x_k + 23x_k / (1 + x_k^2) + 9\cos 1.2k + W_k \quad (37)$$

量测方程为

$$z_{k+1} = x_{k+1}^2 / 15 + V_{k+1} \quad (38)$$

初始状态为  $x_0 \sim N(10, 0.8)$ , 所有的粒子数目为 500, 采用的重采样方法为残差重采样, 蒙特卡罗仿真次数为 50 次, 遗忘因子  $\lambda = 0.85$ , 且  $p = 2$ 。

首先, 在噪声假设已知条件下, 将 CRPF 与 SCCRPF 进行比较, 以说明利用 SCKF 进行 CRPF 粒子传递的效果; 其次, 在噪声假设未知条件下, 将 SCPF 与 SCCRPF 进行比较, 说明后二者兼顾着 CRPF 对噪声未知条件的处理能力。

#### 2.1 噪声假设已知

噪声假设为

$$W_k^1 \sim N(0, 0.15) \quad V_k^1 \sim N(0, 4.5) \quad (39)$$

分别采用 CRPF 和 SCCRPF 对系统进行跟踪, 其中, CRPF 与 SCCRPF 的跟踪结果对比如图 1 所示。

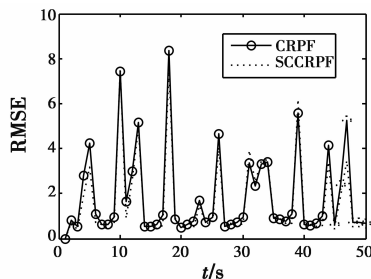


图1 CRPF 与 SCCRPF 的比较

Fig.1 Comparison of CRPF with SCCRPF

从图 1 可以看出, CRPF 和 SCCRPF 均可有效跟踪目标, 在噪声假设已知条件下, SCCRPF 的精度同样优于 CRPF, 对其跟踪误差的 RMSE 数据进行统计分别为 1.852 和 1.653。

#### 2.2 噪声假设未知

状态噪声假设与噪声假设已知情况相同, 量测噪声由已知部分和未知部分组成, 即

$$V_k^2 = V_{k, \text{known}}^2 + V_{k, \text{unknown}}^2 \quad (40)$$

$$V_{k, \text{known}}^2 = V_k^1 \quad V_{k, \text{unknown}}^2 \sim u(5 \ 10) \quad (41)$$

同理, 将 SCCRPF 与采用 SCKF 完成粒子传递的 SCPF 进行比较, 结果如图 2 所示。从图 2 可以看出, SCCRPF 的滤波精度高于 SCPF。对其跟踪误差 RMSE 数据进行统计分别为 8.687 和 6.228。

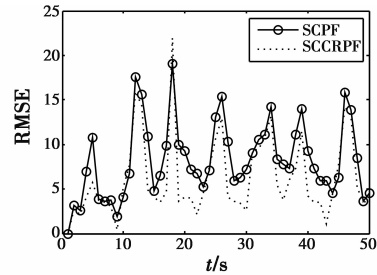


图2 SCPF 与 SCCRPF 的比较

Fig.2 Comparison of SCPF with SCCRPF

从仿真实验可以看出, 利用 SCKF 传递 CRPF 的粒子, 提升了对已知噪声滤波精度, 同时, SCCRPF 获得了 CRPF 对未知噪声的处理能力, 新的非线性非高斯滤波在处理复杂噪声方面具有更好的整体性能。

## 3 结论

通过对 SCKF 和 CRPF 的融合, 提出了一种 SCCRPF, 新算法采用了最新量测信息完成 CRPF 粒子的传递, 提升了 IDF 对真实后验概率分布的逼真度, 提高了滤波精度。仿真结果亦验证了 SCCRPF 的有效性。

#### 参考文献

- [1] ZHANG K W, CHEN J C, CHANG Y F, et al. EKF-based LQR tracking control of a quadrotor helicopter subject to uncertainties [C]//IECON 42nd Annual Conference of IEEE Industrial Electronics Society, 2016:5426-5431.
- [2] YANG S K, LI H X. Application of EKF and UKF in target tracking problem [C]//The 8th International Conference on Intelligent Human-Machine Systems and Cybernetics, 2016:116-120.
- [3] CHEN J, SONG J, LI L, et al. UKF-based adaptive variable structure observer for vehicle sideslip with dynamic correction [J]. IET Control Theory and Applications, 2016, 10(14):1641-1652.

(下转第 42 页)

2) 敌潜艇航速对搜索概率影响较大。当敌潜艇航速不同时,通常需要布设单边数量不同的元网格浮标阵对敌潜艇进行搜索。对比图 3、图 4 可知,敌潜艇航速越低,对使用声纳浮标阵进行搜索越不利,结合表 4 的结果,当保证取得较高的搜索效能时,所需要使用的声纳浮标的数量就越多。在实际作战使用时,应根据对敌潜艇可能航速的判断和可用声纳浮标的数量,通过计算科学确定元网格,并进而布设整个网格形声纳浮标阵进行搜索。

### 3 结束语

结合声纳浮标的性能特点和检查性搜潜的需求,提出了基于元网格的网格形声纳浮标阵搜潜方法。构造了元网格,通过建立模型,研究了元网格的大小和所需声纳浮标的数量,进而研究了网格矩阵形式的网格形声纳浮标阵的元网格数量、声纳浮标数量和搜索面积。对网格形声纳浮标阵的搜索效能进行了仿真评估,并通过对比仿真结果的分析得出了能用于指导作战使用的结论。

网格形声纳浮标阵既有规范性强、方便作战使用和效能评估的优势,又具有很强的灵活性和适应性,能够根据搜索区域大小和敌潜艇情况进行灵活调整,适用于各种不同情况下的检查性搜索,能够为使用声纳浮标阵进行检查性搜潜提供指导,也能为相关研究提供借鉴。

### 参 考 文 献

- [1] 陶晨辰,鞠建波,王承祥,等. 区域性检查搜潜中声纳浮标的使用方法[J]. 火力与指挥控制,2013,38(10): 94-96.
- [2] 匡贡献,谢志敏. 声纳浮标阵目标搜索优化布放算法[J]. 海军航空工程学院学报,2011,26(5):508-512.
- [3] 丛红日,沈培志,栾玉佳. 检查性反潜时声纳浮标阵阵型优化[J]. 海军航空工程学院学报,2014,29(4):391-396.
- [4] 杨日杰,王正红,周旭,等. 浮标阵形对搜潜效能影响的研究[J]. 计算机仿真,2009,26(12):16-20.
- [5] 曾海燕,杨日杰,周旭. 声纳浮标搜潜优化布放技术研究[J]. 指挥控制与仿真,2012,34(1):82-85.
- [6] 赵志允,孙明太,韩强. 潜艇运动对被动声纳浮标搜索的影响[J]. 指挥控制与仿真,2013,35(5):51-54.
- [7] 杨日杰,周旭,曾海燕. 被动全向声纳浮标跟踪潜艇的优化布放方法[J]. 指挥控制与仿真,2011,33(5):80-83.
- [8] 戚学文,严建钢,金复鑫,等. 直升机声纳浮标包围阵搜潜模型研讨[J]. 电光与控制,2013,20(12):10-13.
- [9] 丛红日,周海亮,于吉红. 基于网络化航空搜潜体系的声纳浮标检查性搜索方法[J]. 海军航空工程学院学报,2016,31(2):195-200.
- [10] 许爱强,盛沛,谭勖. 机载浮标搜潜系统搜潜效能评估模型[J]. 兵工自动化,2011,30(8):43-45.
- [11] 丛红日. 声纳浮标阵搜潜效能通用仿真模型研究[J]. 系统仿真技术,2010,6(2):104-109.
- [12] 蒋志忠,杨日杰,李大龙,等. 反潜巡逻机布放包围浮标阵应召搜潜建模与仿真[J]. 海军航空工程学院学报,2011,26(4):422-426,436.
- [13] 罗木生,侯学隆,郑保华. 网络中心与平台中心的声纳浮标探测概率建模[J]. 火力与指挥控制,2013,38(4):154-157.
- [14] 袁杰,丛红日,李琰,等. 监听时间对声纳浮标阵检查性搜索效能影响仿真[J]. 海军航空工程学院学报,2010,25(6):711-715.
- [4] DIAZ A O C, SANTOS A I G. State estimation of the switched reluctance motor MFR 132.5 with MHE and UKF estimators[J]. IEEE Latin America Transactions, 2016, 14(1):147-152.
- [5] LI C, GE Q B. SCKF for MAV attitude estimation[C]// International Conference on Machine Learning and Cybernetics, 2011:1313-1318.
- [6] 林浩申,黄璜,刘刚,等. 基于 SCKF 算法的空间机动目标跟踪研究[J]. 电光与控制,2015,22(3):64-68.
- [7] SONG Z Q, FU P, LI J C, et al. Prototype design and test of ITER PF converter unit [J]. IEEE Transactions on Plasma Science, 2016, 44(9):1677-1683.
- [8] YOUNG H S, LEE J B, BAEK J, et al. A digital phase leading filter current compensation (PLFCC) technique for CCM boost PFC converter to improved PF in high line voltage and light load conditions [J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2016, 31(9):6596-6606.
- [9] LIM J, HONG D. Cost reference particle filtering approach to high-bandwidth tilt estimation[J]. IEEE Transaction on Industrial Electronics, 2010, 57(11):3830-3839.
- [10] 董唯光,李言俊,张科. 改进的 CRPF 在自主天文导航中的应用[J]. 计算机测量与控制,2008,16(11):1682-1684,1688.
- [11] 王秋平,周原,康顺,等. 改进权值计算的 EPF 算法及在目标跟踪中的应用[J]. 电光与控制,2011,18(4):10-12,25.
- [12] 申正义,王晴晴,许诚,等. UPF 改进算法在单站无源定位中的应用[J]. 雷达科学与技术,2014,12(6):592-596,603.

(上接第 30 页)