

引用格式:王尔申,杨福霞,贾超颖,等.基于加权最小二乘法的 RAIM 算法研究[J].电光与控制,2017,24(11):7-10. WANG E S, YANG F X, JIA C Y, et al. Research on RAIM algorithm based on weighted least-square method[J]. Electronics Optics & Control, 2017, 24(11):7-10.

基于加权最小二乘法的 RAIM 算法研究

王尔申^{a,b}, 杨福霞^a, 贾超颖^a, 曲萍萍^a, 庞涛^a

(沈阳航空航天大学, a. 电子信息工程学院; b. 辽宁省通用航空重点实验室, 沈阳 110136)

摘要: 针对最小二乘法在卫星故障检测和识别中存在的问题, 研究将加权最小二乘算法用于卫星故障检测和识别, 该算法将测量方程的协方差矩阵对角线元素作为加权因子, 进而得到基于加权最小二乘法的卫星故障检测算法。通过各颗卫星伪距残差的平方和建立检验统计量, 根据故障检测误警率和概率密度函数得到检测门限, 将计算得到的伪距残差平方和与检测门限进行比较, 进而实现故障的检测和隔离。结合实测数据, 验证对比了两种算法的性能, 结果表明: 加权最小二乘 RAIM 算法在故障检测的灵敏度和故障识别性能方面优于最小二乘 RAIM 算法的性能。

关键词: 北斗卫星导航系统; RAIM; 最小二乘法; 加权最小二乘法

中图分类号: V241.6; TN967.1 **文献标志码:** A **doi:**10.3969/j.issn.1671-637X.2017.11.002

Research on RAIM Algorithm Based on Weighted Least-Square Method

WANG Er-shen^{a,b}, YANG Fu-xia^a, JIA Chao-ying^a, QU Ping-ping^a, PANG Tao^a

(Shenyang Aerospace University, a. School of Electronic and Information Engineering; b. Liaoning General Aviation Key Laboratory, Shenyang 110136, China)

Abstract: In order to solve the problems of the least-square method in satellite fault detection, a Weighted Least-Square (WLS) algorithm is proposed for satellite fault detection and recognition. The algorithm uses the diagonal-line factor in the covariance matrix of the measurement equation as the weighting factor. Then the satellite-fault-detection algorithm based on the WLS method is obtained. The test statistic is established by using the quadratic sum of the pseudo-range residual errors of each satellite. The detection threshold is obtained from the false alarm rate of the fault detection and the probability density function. The calculated quadratic sum of the pseudo-range residual error is compared with the detection threshold, and then the fault detection and isolation is realized. Analysis is made to the performance of the two algorithms according to the measured data. The results show that the WLS RAIM algorithm is superior to the least-square RAIM algorithm on the fault detection sensitivity and fault recognition performance.

Key words: Beidou Satellite Navigation System (BDS); Receiver Autonomous Integrity Monitoring (RAIM); least-square method; weighted least-square method

0 引言

完好性是指卫星导航系统出现故障不能用于导航时及时向用户进行告警的能力。这些故障可能是卫星上的电子故障、卫星播发的卫星星历和时钟模型偏差、异常大气层延时及接收机故障等。完好性监测就是将

故障引起的定位误差的发生控制在一定的概率内^[1], 保障卫星导航定位结果的可靠性。接收机自主完好性监测 (Receiver Autonomous Integrity Monitoring, RAIM) 是利用接收机内部冗余观测值的一致性检验进行完好性监测。传统最小二乘 RAIM 算法中的估计准则是观测值误差平方和最小, 其思想是以测量值的一致性为基础进行最小二乘估计, 通过获得观测量误差的距离残差矢量, 进而根据概率分布确定故障检测统计量和检测门限实现故障检测^[2]。

卫星导航伪距测量值中包含多种误差, 包括与卫星有关的卫星时钟误差、卫星星历误差, 与信号传播有关

收稿日期: 2016-11-01

修回日期: 2017-01-15

基金项目: 国家自然科学基金 (61571309, 61101161); 辽宁省“百千万人才工程”资助项目

作者简介: 王尔申 (1980—), 男, 辽宁辽阳人, 博士, 副教授, 研究方向为卫星导航和接收机信号处理算法。

的大气延时误差(分为电离层延时和对流层延时),与接收机有关的多路径效应和电磁干扰。在有 SA(Select Availability)政策时,SA 是主要的误差影响,上述这些误差可以忽略不计;在取消 SA 政策时,电离层和对流层成为主要的误差影响。因为不同仰角的卫星信号穿过大气层角度不同,伪距测量误差就不同^[3]。因此,本文在最小二乘算法(Least Squares,LS)的基础上,考虑各误差对卫星伪距测量值误差的不同影响,研究了一种加权最小二乘 RAIM 算法^[4](Weighted Least Squares,WLS),并对加权因子选择进行了分析,通过实测数据进行了仿真验证。

1 加权最小二乘 RAIM 算法

1.1 故障检测模型

GNSS 伪距观测量的线性化方程为

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{X} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (1)$$

式中: \mathbf{y} 是观测伪距量减去利用卫星的坐标和用户接收机的坐标计算得到的距离组成的 $n \times 1$ 维矢量; \mathbf{H} 是 $n \times 4$ 维的观测矩阵,是由各卫星到用户接收机的方向余弦向量和第 4 列全为 1 的元素构成的线性化矩阵; \mathbf{X} 为未知的矢量,包括接收机的三维位置和接收机钟差; $\boldsymbol{\varepsilon}$ 为 $n \times 1$ 维观测噪声矢量,服从均值为 0、方差为 σ^2 的高斯分布。

根据最小二乘估计准则,对式(1)运用最小二乘估计求解,得到的解为

$$\hat{\mathbf{X}} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{y} \quad (2)$$

如果对式(1)观测方程两边同时左乘加权矩阵,并结合式(2)对方程进行最小二乘估计,此时得到的解为

$$\hat{\mathbf{X}}_{\text{WLS}} = (\mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{y} \quad (3)$$

式中, \mathbf{W} 为加权矩阵。

伪距残差矢量 \mathbf{v} 为

$$\mathbf{v} = \mathbf{y} - \mathbf{H} \hat{\mathbf{X}}_{\text{WLS}} = (\mathbf{I}_n - \mathbf{H}(\mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{W}) \mathbf{y} = \mathbf{A} \mathbf{y} \quad (4)$$

式中:矩阵 \mathbf{A} 的协因数矩阵为 $\mathbf{Q} = \mathbf{W}^{-1} - \mathbf{H}(\mathbf{H}^T \mathbf{W} \cdot \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T$ 。

伪距残差平方和为

$$S_{\text{SSE}_{\text{WLS}}} = \mathbf{v}^T \mathbf{v} = \mathbf{y}^T \mathbf{W} \mathbf{y} \quad (5)$$

当观测噪声 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 服从正态分布, $S_{\text{SSE}_{\text{WLS}}}$ 服从自由度为 $(n-4)$ 的 χ^2 分布,因此,对 $S_{\text{SSE}_{\text{WLS}}}$ 作二元假设,给定误警率 P_{FA} 和概率密度函数,利用式(6)求得 t_{WLS} 。

$$P_r(S_{\text{SSE}_{\text{WLS}}} > t_{\text{WLS}}) = 1 - \int_0^{t_{\text{WLS}}} f_{\chi^2(n-4)}(x) dx = \int_{t_{\text{WLS}}}^{\infty} f_{\chi^2(n-4)}(x) dx = P_{\text{FA}} \quad (6)$$

最后将求得的 t_{WLS} 代入式 $T_{\text{DWLS}} = \sqrt{t_{\text{WLS}}/(n-4)}$ 得到检测门限 T_{DWLS} 。

设 $T_{\text{WLS}} = \sqrt{S_{\text{SSE}_{\text{WLS}}}/(n-4)}$ 为检测统计量,对应的检测门限值为 $T_{\text{DWLS}} = \sqrt{t_{\text{WLS}}/(n-4)}$ 。比较检测统计量 T_{WLS} 与检测门限值 T_{DWLS} ,若 $T_{\text{WLS}} < T_{\text{DWLS}}$,不存在故障;否则,存在故障。

1.2 故障识别模型

故障识别依据巴尔达研究的数据探测法,该方法基于最小二乘残差矢量构造统计量,且该统计量服从某种分布,给定显著水平,通过对统计量进行检验判断某卫星是否为故障星。因此根据残差和观测误差的关系式,定义故障识别的检测统计量为

$$d_i = |v_i| / \sqrt{Q_{ii}} \quad (7)$$

式中: $i=1,2,\dots,n$, n 是可见卫星数; v_i 为利用加权最小二乘法求得的伪距残差; $\mathbf{Q} = \mathbf{W}^{-1} - \mathbf{H}(\mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T$, Q_{ii} 是矩阵 \mathbf{Q} 的第 i 行第 i 列; d_i 服从正态分布,即 $d_i \sim N(0,1)$,对 d_i 做二元假设,给定总体的误警率 P_{FA} ,则可以计算出对应的检测门限 T_{WLS_c} ,算式为

$$P_r(d_i > T_{\text{WLS}_c}) = \int_{T_{\text{WLS}_c}}^{\infty} f_{N(0,1)}(x) dx = P_{\text{FA}}/n \quad (8)$$

由式(8)解得门限值 T_{WLS_c} 。设 $d_i = |v_i| / \sqrt{Q_{ii}}$ 为检测统计量,对应的检测门限为 T_{WLS_c} 。分别将检测统计量 d_i 与检测门限 T_{WLS_c} 比较,若 $d_i < T_{\text{WLS}_c}$,判断该编号卫星不是故障卫星;否则,是故障卫星。

2 加权因子的计算

卫星的信号从发出到用户接收的过程中会受到各种误差的影响,分析这些误差并抑制和减弱其影响,将有助于提高导航定位性能。在 GNSS 定位中,包含多种误差,如卫星钟差、卫星星历误差、大气延时误差(分为电离层和对流层)、多路径效应和电磁干扰等。而在利用最小二乘残差法进行故障检测和识别时没有充分考虑这些误差对同一系统内的卫星有不同的影响,因此,在最小二乘残差的基础上,充分考虑这些误差对同一系统内的卫星有不同的影响,研究了加权最小二乘残差法,利用这些误差对每个卫星的不同影响作为加权因子,选取这些误差的方差和的倒数作为加权因子。

假设卫星 i 的观测噪声方差为 σ_i^2 ,各卫星的观测噪声之间互不相关,则 n 颗卫星观测噪声的协方差矩阵 \mathbf{C} 为

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_n^2 \end{pmatrix} \quad (9)$$

当协方差矩阵 C 已知, 将 C^{-1} 作为加权最小二乘法中的加权矩阵^[5] W 。其中, 选择观测噪声方差 σ_i^2 越接近实际情况, 加权最小二乘残差法越有效。因此, 观测噪声方差 σ_i^2 的选择至关重要。根据文献[6] GPS 卫星观测噪声方差表示为

$$\sigma_i^2 = \sigma_{i, \text{URA}}^2 + \sigma_{i, \text{iono}}^2 + \sigma_{i, \text{tropo}}^2 + \sigma_{i, \text{mp}}^2 + \sigma_{i, \text{tevr}}^2 \quad (10)$$

式中: $\sigma_{i, \text{URA}}^2$ 是卫星时钟误差和卫星星历误差方差, 修正参数包含在卫星播发的星历文件中, 一般取值为 2.4 m; $\sigma_{i, \text{iono}}^2$ 为电离层延时误差方差^[7]; $\sigma_{i, \text{tropo}}^2$ 为对流层延时误差方差^[8-9]; $\sigma_{i, \text{mp}}^2$ 为多路径误差的方差^[10]; $\sigma_{i, \text{tevr}}^2$ 为接收机热噪声方差。

3 算法验证和结果分析

为了验证加权最小二乘算法在故障检测和识别中的有效性, 选用 GPS 星座, 采集以 2014 年 5 月 29 日 00 点开始的 24 h 的数据, 接收机坐标为 $(-2965385.050, -972576.616, 5543892.887)$, 单位为 m。同时, 通过验证所采集的数据期间并未有故障发生。

表 1 列出了 GPS 作为辅助导航时不同航路阶段的完好性要求^[11]。选取加权最小二乘算法下的检测统计量为 $\sqrt{S_{\text{SSE}_{\text{WLS}}}}/(n-4)$, 对于给定的误警率 P_{FA} , 可见卫星数 n , 用 Matlab 中的逆累积分布函数求得 $t_{\text{DWLS}} = \text{icdf}(\text{chi}2, 1 - P_{\text{FA}}, n - 4)$, 再利用 $T_{\text{DWLS}} = \sqrt{t_{\text{DWLS}}^2/(n-4)}$ 求出检测门限值 T_{DWLS} 。表 2 列出了不同误警率、不同卫星数目下的检测门限。

表 1 GPS 作为辅助导航时不同航路阶段的完好性要求

Table 1 GPS as a secondary navigation requirement for the integrity of different routes

	航路	终端	非精密进近
误警率 $P_{\text{FA}}/\text{h}^{-1}$	0.002	0.002	0.002
漏检率 P_{MD}	0.001	0.001	0.001

表 2 检测门限值 T_{DWLS}

Table 2 Detection threshold T_{DWLS} m

可见卫星数	误警率		
	0.001/h	0.002/h	0.02/h
5	5.1379	5.0061	4.5426
6	3.8854	3.7952	3.4786
7	3.3319	3.2597	3.0067
8	3.0036	2.9420	2.7262
9	2.7807	2.7263	2.5356
10	2.6170	2.5678	2.3955

从表 2 可看出, 相同的误警率, 随着可见卫星数的增加, 检测门限值变大; 相同的可见卫星数, 随着误警率的增加, 检测门限值变小。

在验证中设定误警率为 0.002/h, 为了验证算法的检测性能, 人为地对 12 号卫星的 1~18000 历元的

伪距添加不同的偏差, 并分别利用最小二乘 RAIM 算法和加权最小二乘 RAIM 算法进行故障检测和识别。

图 1 为在 1~18000 历元中添加偏差。在添加如图 1 所示的偏差下, 分别利用最小二乘法 and 加权最小二乘法进行故障检测, 得到如图 2 结果。

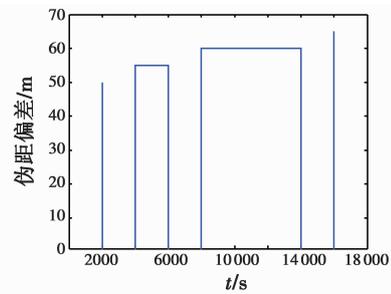


图 1 添加伪距偏差值

Fig. 1 Adding pseudo-range bias

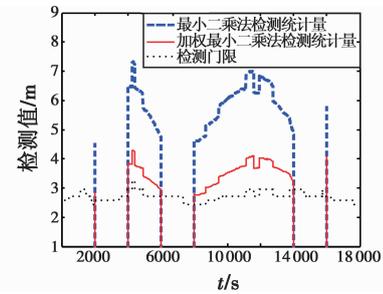


图 2 最小二乘法和加权最小二乘法故障检测

Fig. 2 Least squares and weighted least squares fault detection

图 2 为在添加图 1 所示的故障下显示的故障检测结果。其中在 2000~16000 历元分别加入偏差值为 50 m 和 65 m 的阶跃故障, 利用最小二乘法和加权最小二乘法得到检测统计量都大于检测门限, 因此, 两种算法都能够检测到故障; 在 4000~6000 历元以及在 8000~14000 历元分别加入偏差值为 55 m 和 60 m 的阶跃故障, 利用最小二乘法和加权最小二乘法得到检测统计量都大于检测门限, 因此, 可得利用最小二乘法和加权最小二乘法都能够检测到故障, 两种算法都有效。

为了验证加权最小二乘 RAIM 算法的故障检测和识别性能, 并与最小二乘 RAIM 算法比较。仿真时选取 1~18000 历元数据, 对第 12 号卫星的伪距中人为加入故障偏差, 偏差值从 0 m 递增到 100 m, 步长为 5 m, 分别用最小二乘法和加权最小二乘法每隔 10 个历元进行一次故障检测和识别。

从图 3 可以看出, 在加入的相同伪距偏差下, 加权最小二乘 RAIM 算法的故障检测率都大于最小二乘 RAIM 算法。当伪距偏差为 40 m 时, 最小二乘 RAIM 算法的故障检测率为 0, 加权最小二乘 RAIM 算法的故障检测率为 51.94%; 当伪距偏差为 55 m 时, 最小二乘

RAIM 算法的故障检测率为 90.72%, 加权最小二乘 RAIM 算法的故障检测率为 94.44%; 当伪距偏差为 75 m 时, 最小二乘 RAIM 算法的故障检测率为 99.39%, 加权最小二乘 RAIM 算法的故障检测率为 100%; 当伪距偏差为大于 80 m 时, 最小二乘 RAIM 算法和加权最小二乘 RAIM 算法的故障检测率均为 100%。由此可得, 加权最小二乘 RAIM 算法对故障的敏感度更高, 并具有比最小二乘 RAIM 算法更强的检测性能。

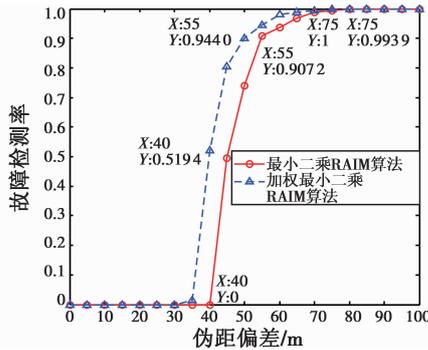


图3 最小二乘法和加权最小二乘法故障检测率
Fig.3 Fault detection rate of least squares method and weighted least squares method

图4给出了检测到存在故障卫星时, 加权最小二乘 RAIM 算法与最小二乘 RAIM 算法的故障识别率的比较。

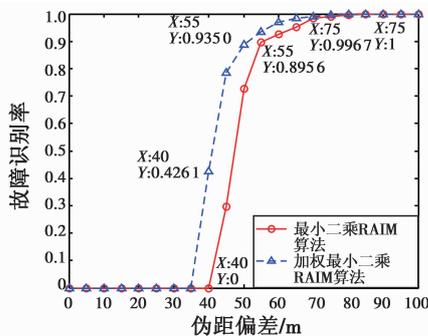


图4 最小二乘法和加权最小二乘法故障识别率图
Fig.4 Fault identification rate of least squares method and weighted least squares method

从图4可以看出, 加权最小二乘 RAIM 算法的故障识别率都大于最小二乘 RAIM 算法。当伪距偏差为 40 m 时, 最小二乘 RAIM 算法的故障识别率为 0, 加权最小二乘 RAIM 算法的故障检测率为 42.61%; 当伪距偏差为 55 m 时, 最小二乘 RAIM 算法的故障检测率为 89.56%, 加权最小二乘 RAIM 算法的故障检测率为 93.50%; 当伪距偏差为 75 m 时, 最小二乘 RAIM 算法的故障检测率为 99.67%, 加权最小二乘 RAIM 算法的故障检测率为 100%; 当伪距偏差为大于 80 m 时, 最小

二乘 RAIM 算法和加权最小二乘 RAIM 算法的故障检测率均为 100%。由此可得, 加权最小二乘 RAIM 算法对故障的敏感度更高, 由此并具有比最小二乘 RAIM 算法更好的识别性能。

4 结论

本文研究了加权最小二乘法, 建立了进行故障检测和识别的 RAIM 算法模型, 同时分析了加权矩阵, 给出了算法的详细流程和加权因子的计算方法。通过实测数据对算法进行了验证, 结果表明: 加权最小二乘 RAIM 算法在故障检测和识别性能等方面优于采用最小二乘 RAIM 算法, 其结果对北斗卫星导航接收机自主完好性监测具有一定的参考价值。

参考文献

- [1] 谢钢. GPS 原理与接收机设计[M]. 北京: 电子工业出版社, 2014.
- [2] 娄上月. 接收机自主完好性监测及系统仿真研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2012.
- [3] 朱衍波, 张森艳, 张军. 加权 RAIM 可用性预测方法研究[J]. 遥测遥控, 2009, 30(1): 1-4.
- [4] WALTER T, ENGE P. Weighted RAIM for precision approach[C]//Proceedings of ION GPS, 1995: 72-89.
- [5] 杨林, 吴德伟, 卢虎, 等. GNSS 组合系统用户完好性监测保护门限算法研究[J]. 电光与控制, 2014, 21(10): 61-64.
- [6] RTCA. DO-229C minimal operational performance standards for global positioning system/wide area augmentation system airborne equipment[S]. Washington: RTCA Inc, 2001.
- [7] GPS Joint Program Office. IS-GPS-200 NAVSTAR GPS space segment/navigation user interfaces[S]. El Segundo: ARINC Engineering Services, 2003.
- [8] LEANDRO R, SANTOS M, LANGLEY R B. UNB neutral atmosphere models: development and performance[J]. Proceedings of ION NTM, 2006, 52(1): 564-573.
- [9] 焦卫东, 唐志虎, 沈笑云. 电离层与对流层模型对北斗 RAIM 可用性的影响分析[J]. 通信学报, 2015, 36(3): 74-81.
- [10] 孙晓剑. GNSS 完备性监测 RAIM 算法研究[D]. 长沙: 中南大学, 2012.
- [11] 吕小平. 中国民航 GPS 卫星的完好性监测系统[J]. 中国民用航空, 2001(7): 65-67.