

基于图像欧式距离和拉普拉斯特征映射的端元提取算法

杨磊, 刘尚争

(南阳理工学院电子与电气工程学院, 河南 南阳 473004)

摘要: 由于多重反射和散射, 高光谱图像中的混合像元实际上是非线性光谱混合。传统的端元提取算法是以线性光谱混合模型为基础, 因此提取精度不高。针对高光谱图像的非线性结构, 提出了基于图像欧式距离非线性降维的高光谱遥感图像端元提取方法。该方法结合高光谱数据的物理特性, 将图像欧式距离引入拉普拉斯特征映射进行非线性降维以更好地去除高光谱数据集中冗余的空间信息和光谱维度信息, 然后对降维后的数据利用寻找最大单形体积的方法提取端元。真实高光谱数据实验表明, 提出的方法对高光谱图像端元提取具有良好的效果, 性能优于线性降维的主成份分析算法和原始的拉普拉斯特征映射算法。

关键词: 图像处理; 高光谱图像; 端元提取; 非线性降维; 图像欧式距离; 拉普拉斯特征映射

中图分类号: TP751 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-637X(2016)04-0048-05

Endmember Extraction Based on Image Euclidean Distance and Laplacian Eigenmaps

YANG Lei, LIU Shang-zheng

(School of Electronics and Electrical Engineering, Nanyang Institute of Technology, Nanyang 473004, China)

Abstract: Mixed pixel in hyperspectral image is actually nonlinear mixing of endmembers, which is caused by multiple reflectances and scattering. The traditional endmember extraction algorithms based on linear spectral mixture model perform poorly in finding the correct endmembers. Considering the physical characters of hyperspectral imagery, a new method is proposed to introduce image Euclidean distance into Laplacian Eigenmaps for nonlinear dimension reduction. The proposed method can discard efficiently the redundant information from both the spectral and spatial dimensions. Endmembers are extracted by looking for the largest simplex volume from low-dimensional space. Experimental results demonstrate that the proposed method outperforms the PCA and Laplacian Eigenmaps algorithm.

Key words: image processing; hyperspectral imagery; endmember extraction; nonlinear dimensional reduction; image Euclidean distance; Laplacian Eigenmaps

0 引言

由于高光谱成像光谱仪空间分辨率的限制以及自然界地物的复杂多样性, 获得的遥感图像的某些像素中往往包含多种地物类型, 即混合像元^[1]。如何有效地实现混合像元分解, 已经成为遥感研究的一个重要方向。混合像元分解可以分为端元提取和丰度估计两个步骤。端元提取是混合像元分解的前提, 已有的端

元提取算法有: 基于凸面几何学的像元纯度索引, 顶点成份分析, N-FINDR^[2]; 可以同时完成端元提取和丰度估计的迭代误差分析^[3], 最小体积变换, 非负矩阵分解^[4]等算法。这些算法均以线性光谱混合模型为基础, 但是由于地面散射的非线性、最小反射率波长明显的非线性变化、像素内水体变化的衰减作用、一个像素内的多种散射和亚像元成分的异质性等因素, 高光谱数据具有内在的非线性特征^[5-7]。

处理高光谱图像非线性的一个策略是进行非线性降维, 流形学习算法可在降维的同时更好地挖掘数据的非线性特性, 已经被成功应用于高光谱图像的非线性特征提取^[8]、分类^[9]、异常检测^[10]、混合像元解混^[11]等方面。文献[9]将经典流形学习算法等距映射(Iso-

收稿日期: 2015-07-10

修回日期: 2015-09-06

基金项目: 河南省重点科技攻关计划项目(122102210243); 光电成像技术与系统教育部重点实验室开放基金(2014IOFOE01)

作者简介: 杨磊(1982—), 男, 河南南阳人, 硕士, 讲师, 研究方向为数字图像处理。

metric Mapping, Isomap) 引入高光谱图像处理, 代替主成分分析(Principal Component Analysis, PCA) 对高光谱数据进行非线性降维, 获得较好的分类效果。文献[8]提出利用光谱夹角距离(Spectral Angle Distance, SAD) 和光谱信息散度(Spectral Information Divergence, SID) 代替欧氏距离与测地线距离相结合对高光谱图像进行特征提取, 获得较好效果。文献[11]参考 Isomap 算法提出了基于测地线距离的最大单形体体积解混算法, 虽然该算法考虑了高光谱数据的非线性, 得到了较好的解混结果, 但仅考虑了高光谱图像的光谱特征, 忽略了其空间信息。本文针对高光谱图像的非线性特征, 结合高光谱图像的空间信息, 采用基于图像欧氏距离的流形学习算法, 对高光谱图像进行非线性降维, 并参考 N-FINDR 算法对降维后的数据进行端元提取。提出的算法充分考虑了高光谱图像的非线性结构和图像的空间信息, 提高了端元提取的精度。

1 拉普拉斯特征映射算法

拉普拉斯特征映射(Laplacian Eigenmaps, LE) 算法是2001年 BELKIN 等人^[12] 基于图谱理论提出的, 是一种局部流形学习算法, 其基本思想是在高维空间中邻近的点映射到低维空间上时仍是邻近的。

LE 算法的实现如下所述。

1) 近邻选择, 构建邻域图 G 。计算每个样本点 x_i 与其他样本点之间的欧式距离。当 x_i 与 x_j 为 k 近邻, 即 x_j 是 x_i 最近的 k 个样本之一时, 图 G 有边 $x_i x_j$ 。

2) 计算每条边的权重。对每个边赋予相应的权

$$d(x_{l,r}, x_{p,q}) = \sqrt{\sum_{m=1}^3 \sum_{n=1}^3 \left[\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 g_{ij, mn} (x_{l-2+i, r-2+j} - x_{p-2+i, q-2+j})^T (x_{l-2+m, r-2+n} - x_{p-2+m, q-2+n}) \right]} \quad (2)$$

式中, $g_{ij, mn}$ 为 9×9 的方阵 G , 如式(3)所示。

$$g_{ij, mn} = \exp\left(-\frac{|i-m|^2 + |j-n|^2}{2t}\right) \quad (3)$$

式中, t 是空间因子, 表征了空间关系的影响程度。由于图像距离对 t 并不敏感, 一般可取 3~6。

从式(2)和式(3)可看出, 图像欧氏距离很好地给出了高光谱图像中以观测像素为中心的八邻域之间的距离关系。在实际应用中, 当地物分布较为集中或呈大片分布时, 图像块中的像素之间的空间关系较为显著, 因此空间因子 t 取较小值; 反之, 需选择较大的 t 。

2.2 基于图像欧氏距离流形降维的端元提取算法

本文算法利用图像欧氏距离代替 LE 算法中的欧氏距离对高光谱数据进行非线性降维, 并参考 N-FINDR 端元提取算法^[15], 对非线性降维后的数据随机选择 p

重, $w_{ij} = \exp(-\|x_i - x_j\|^2 / \sigma^2)$ 。

3) 计算低维嵌入。通过最小化代价函数

$$\varepsilon_L = \sum_{\bar{y}} \frac{w_{ij} \|y_i - y_j\|^2}{\sqrt{d_{ii} d_{jj}}} \quad (1)$$

即由矩阵 $L = I - D^{-1/2} W D^{-1/2}$ 的 $(l+1)$ 个最小特征向量计算输出 $y_i \in \mathbf{R}^l$, 其中, 令 D 为对角阵, 元素 $d_{ii} = \sum_j w_{ij}$ 。

LE 算法的基本思想较简单, 即保留流形的局部邻近邻信息, 有利于数据的聚类与分类; 因其考虑局部邻近信息, 求解过程为稀疏矩阵的特征值问题, 因此计算较简单。

2 基于图像欧氏距离流形降维的端元提取算法

2.1 图像欧氏距离矩阵

原始的 LE 算法采用的是欧氏距离寻找与每个点最近的 k 个近邻, 被广泛地应用于人脸、手写字体等高维数据的特征提取和识别。但是对于高光谱图像数据, 地物在图像中的分布具有连续性, 每种端元的光谱与其周围的背景像素紧密相关。根据图像的空间特性, 2005年 WANG 等人^[13] 提出了图像欧氏距离, 它的核心思想是将空间关系引入图像块距离计算中, 文献[14]对其改进后将其应用于高光谱图像块之间的距离计算。对于水平宽度、垂直宽度和波段数分别为 W, H, L 的高光谱数据集 $X \in \mathbf{R}^{W \times H \times L}$, 当使用 3×3 的图像块时, 数据点 $x_{l,r} \in \mathbf{R}^{L \times 1}$ 和 $x_{p,q} \in \mathbf{R}^{L \times 1}$ 之间的图像欧氏距离算式为

个像素光谱向量 A_1, A_2, \dots, A_p , 构成单形体 $S(A_1, A_2, \dots, A_p)$, 计算单形体体积。用每个像素依次替换每个当前选择的光谱端元, 如果某个替换能得到更大体积的单形体, 则这次替换作为有效替换得以保留, 否则作为无效替换而被淘汰, 最终得到 p 个端元。

算法具体步骤为:

1) 指定端元数目 p , 用 2.1 节所述的图像欧氏距离代替 LE 算法中的欧氏距离对数据进行降维, 使其维数降至 $p-1$ 维;

2) 在降维后的高光谱数据中, 随机选择 p 个像素 $[x'_1, x'_2, \dots, x'_p]$ 作为候选端元, 并计算端元形成的单体体积 V_1 , 体积计算公式为 $V_1(\mathbf{E}) = \text{abs}(|\mathbf{E}|) / (p-1)!$,

其中, $\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ x'_1 & x'_2 & \dots & x'_p \end{bmatrix}$;

3) 在降维后高光谱数据其他像元中选择一个像元 P_1 , 取代一个候选端元, 形成新的凸面单体, 计算体积 V_2 , 如 $V_2 > V_1$, 则该像点取代候选端元形成新的候选点;

4) 所有其他像元循环执行步骤3), 最终形成体积最大的单体, 其顶点对应的降维前的高光谱图像中的像元为所提取的端元。

3 实验结果

本节中采用实际的高光谱数据测试算法的性能, 将本文提出的算法与 PCA, Isomap, LE 3 种降维算法进行比较。降维后的数据, 结合 N-FINDR 端元提取算法, 通过端元提取精度来评价这四种算法的性能。本文采用 SAD 和平均 SAD, SID, 平均 SID 作为端元提取结果的评价标准, 这些参数越小, 说明端元的估计值与真实值越相似。所有的算法均运行 10 次, 取其均值。本文中涉及到的所有算法均利用 Matlab 2010a, 在同一台计算机上实现 (Win7 系统, Intel Pentium 处理器 3.0 GHz, 4 GB 内存)。

3.1 AVIRIS Cuprite 数据

AVIRIS Cuprite 数据为 1995 年 7 月获取的美国 Nevada 州 Cuprite 采矿区的数据, 该高光图像数据大小为 250×191 , 224 个波段 ($0.4 \sim 2.5 \mu\text{m}$), 空间分辨率和光谱分辨率分别为 20 m 和 10 nm。本实验从中截取 50×50 像素大小的子图。除去存在水气吸收和信噪比较低的波段, 实验中使用了 188 个波段。实验数据的图像 (波段 35) 如图 1 所示。



图 1 AVIRIS Cuprite 地区的伪彩色图像

Fig. 1 False-color image of the AVIRIS Cuprite data set

在虚警概率 $P_f = 10^{-6}$ 或者更小时, 用虚拟维度方法^[16]求出端元个数为 4。与实地勘测地物分布图相比较, 图 1 中主要包含的 4 种矿物成分分别为钙铁榴石、蓝线石、白云母、楣石。对比美国地质勘探局 (USGS) 光谱实验室所提供的实地探测分布^[17]及文献 [18] 对该地区包含矿物类型的描述, 图 1 中主要包含的 4 种矿物成分如表 1 所示, 利用 SAD 和平均 SAD, 将 3 种降维算法提取得到的端元光谱与 USGS 光谱库中的对应光谱进行比较, 用于确定端元提取结果与光谱库中相应地物光谱的近似程度。

表 1 AVIRIS Cuprite 地区抽取端元光谱与 USGS 光谱库中相应矿物的 SAD

Table 1 SAD-based similarity scores between spectral signatures contained in the USGS library and their corresponding endmembers extracted from AVIRIS

Cuprite data set				
USGS 矿物	PCA 算法	Isomap 算法	LE 算法	本文算法
钙铁榴石	0.147	0.082	0.074	0.091
蓝线石	0.139	0.151	0.098	0.076
白云母	0.098	0.097	0.113	0.121
楣石	0.131	0.113	0.148	0.123
平均 SAD	0.130	0.114	0.112	0.105

表 2 AVIRIS Cuprite 地区抽取端元光谱与 USGS 光谱库中相应矿物的 SID

Table 2 SID-based similarity scores between spectral signatures contained in the USGS library and their corresponding endmembers extracted from AVIRIS

Cuprite data set				
USGS 矿物	PCA 算法	Isomap 算法	LE 算法	本文算法
钙铁榴石	0.023 7	0.014 3	0.016 4	0.010 9
蓝线石	0.019 8	0.024 2	0.015 7	0.009 6
白云母	0.016 7	0.021 1	0.025 1	0.013 1
楣石	0.018 4	0.017 2	0.020 6	0.025 7
平均 SID	0.019 8	0.019 6	0.019 8	0.016 1

本文算法在端元个数确定后, 还包括空间因子 t 和 LE 的邻域 k 两个参数, 其中 t 为空间因子, 根据 2.1 节所述, 当地物分布较为集中或呈大片分布时, t 取较大值, AVIRIS Cuprite 数据地物分布较为分散, 因此取 t 为 3。本文对 k 取 [3 30] 值进行实验发现, $k < 10$ 时结果不稳定, 但当 k 取 [10 30] 时, 结果差别不大, 因此取 k 为 15。表 1、表 2 分别为 4 种算法提取的端元结果与 USGS 光谱库中对应光谱的 SAD 和 SID。从表 1 和表 2 中看出, Isomap 算法、LE 算法和本文提出算法由于考虑了高光图像的非线性结构, 提取结果优于线性降维算法 PCA。而本文算法在进行非线性降维的同时结合了图像的空间信息, 因此得到了最小的平均 SAD 和平均 SID, 即与真实光谱曲线最接近。

对于计算复杂度, 以计算量最大步骤的复杂度表示: 设 L 为原始高光图像数据维数, N 为数据点个数。Isomap 算法需要对 $N \times N$ 的拉普拉斯矩阵进行特征分解, 计算复杂度为 $O(N^3)$; LE 算法的拉普拉斯矩阵是稀疏阵, 计算量最大的步骤是搜索 k 个最近邻点, 计算复杂度为 $O(LN^2)$; PCA 算法的计算复杂度取决于对 $L \times L$ 的协方差矩阵和类内离差阵的特征值分解, 为 $O(L^3)$ ^[19]。从表 3 可看出, PCA 算法所需时间最少, LE 算法次之, 本文算法在 LE 算法的基础上, 将欧式距离改为较为复杂的图像欧氏距离, 因此所需时间多于 LE 算法, 而 Isomap 算法最复杂, 因此所需时间远多于 LE

算法和本文算法。

表3 AVIRIS Cuprite 地区的端元提取算法的运行时间

Table 3 The average running time of different endmember extraction algorithms of AVIRIS Cuprite data set

图像像素	程序运行时间/s			
	PCA 算法	Isomap 算法	LE 算法	本文算法
50 × 50	0.127	148	1.203	1.748

3.2 AVIRIS 圣地亚哥机场数据

美国圣地亚哥机场 AVIRIS 数据的图像光谱范围为 0.389 ~ 2.467 μm, 共 224 个波段。去除水吸收谱段, 剩下 188 个谱段被用于进一步处理。为了减少计算的时间复杂度, 从原始图像左下角截取大小为 50 × 50 的子图, 如图 2 所示。从图 2 中看出, 包含硬土、飞机、混凝土 1、混凝土 2 这 4 种端元。为了定量评价算法的性能, 各端元的参考光谱为根据地物真实分布情况人工从图像中提取得到。在每一类像元的中心处分别抽取 4 个点, 并将其均值作为该端元的参考光谱。



图2 AVIRIS 圣地亚哥机场 50 × 50 像素子图

Fig. 2 50 × 50 subimage of AVIRIS Santiago airport data set

该实验数据地物分布比较集中, 根据 2.1 节所述空间因子选取 t 为 3, 对 k 取 [3 30] 的值进行实验发现 $k < 10$ 时结果不稳定, 但当 k 取 [10 30] 时, 结果差别不大, 因此取 k 为 15。比较 4 种算法得到的端元估计光谱与真实光谱之间的 SAD, SID 如表 4、表 5 所示。从表 4、表 5 中可看出, 本文算法得到的平均 SAD 和平均 SID 均最小, 即算法精度最高。从表 6 可看出, 4 种算法中的 Isomap 算法需要时间最长, PCA 算法运行时间最短。本文算法精度优于 Isomap 算法, 且效率远高于 Isomap 算法。

表4 AVIRIS 圣地亚哥机场抽取端元光谱与真实光谱的 SAD

Table 4 SAD-based similarity scores between real spectral signatures and their corresponding endmembers extracted from AVIRIS Santiago airport dataset

端元	PCA 算法	Isomap 算法	LE 算法	本文算法
飞机	0.001	0.037	0.463	0.123
混凝土 1	0.037	0.223	0.014	0.056
混凝土 2	0.528	0.073	0.023	0.079
硬土	0.038	0.040	0.041	0.159
平均 SAD	0.265	0.121	0.233	0.112

表5 AVIRIS 圣地亚哥机场抽取端元光谱与真实光谱的 SID

Table 5 SID-based similarity scores between real spectral signatures and their corresponding endmembers extracted from AVIRIS Santiago airport dataset

端元	PCA 算法	Isomap 算法	LE 算法	本文算法
飞机	0.004 1	0.003 6	0.009 7	0.006 7
混凝土 1	0.014 9	0.025 5	0.015 9	0.007 0
混凝土 2	0.041 4	0.007 9	0.015 1	0.023 1
硬土	0.022 3	0.010 8	0.018 3	0.006 5
平均 SID	0.024 7	0.014 5	0.015 1	0.012 9

表6 AVIRIS 圣地亚哥机场的端元提取算法的运行时间
Table 6 The average running time of different endmember extraction algorithms of AVIRIS Santiago airport dataset

图像像素	程序运行时间/s			
	PCA 算法	Isomap 算法	LE 算法	本文算法
50 × 50	0.126	148	1.119	1.716

4 结语

针对高光谱数据的非线性特征, 提出了基于图像欧氏距离非线性降维的高光谱遥感图像端元提取方法。该方法结合高光谱数据的物理特性, 将图像欧氏距离引入拉普拉斯特征映射非线性降维算法中以便更好地去除高光谱数据集中冗余的空间信息和光谱维度信息。真实高光谱数据实验表明, 提出的方法对高光谱图像端元提取具有良好的效果, 性能优于线性降维 PCA 算法、Isomap 算法和原始的 LE 算法, 并且算法效率高于非线性降维的 Isomap 算法。

参考文献

- [1] KESHAVA N, MUSTARD J F. Spectral unmixing [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2002, 19(1):44-57.
- [2] PLAZA A, MARTINEZ P, PÉREZ R, et al. A quantitative and comparative analysis of endmember extraction algorithms from hyperspectral data [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2004, 42(3):650-663.
- [3] NEVILLE R A, STAENZ K, SZEREDI T, et al. Automatic endmember extraction from hyperspectral data for mineral exploration [C]//Proceedings of 21st Canadian Symposium Remote Sensing, Ottawa, 1999:21-24.
- [4] JIA S, QIAN Y. Constrained nonnegative matrix factorization for hyperspectral unmixing [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2009, 47(1):161-173.
- [5] BIOUCAS-DIAS J M, PLAZA A, DOBIGEON N, et al. Hyperspectral unmixing overview: geometrical, statistical, and sparse regression-based approaches [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2012, 5(2):354-379.

- [6] BACHMANN C M, AINSWORTH T L, FUSINA R A. Exploiting manifold geometry in hyperspectral imagery[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2005, 43(3):441-454.
- [7] 刘钦龙,焦斌亮,刘立. 基于改进的 BP 神经网络模型的遥感图像分类方法研究[J]. 电光与控制, 2009, 16(8):65-67. (LIU Q L, JIAO B L, LIU L. On remote sensing image classification method based on improved BP neural network model[J]. Electronics Optics & Control, 2009, 16(8):65-67.)
- [8] 杜培军,王小美,谭琨,等. 利用流形学习进行高光谱遥感影像的降维与特征提取[J]. 武汉大学学报:信息科学版, 2011, 36(2):148-152. (DU P J, WANG X M, TAN K, et al. Dimensionality reduction and feature extraction from hyperspectral remote sensing imagery based on manifold learning[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2011, 36(2):148-152.)
- [9] CHEN Y C, CRAWFORD M M, GHOSH J. Improved non-linear manifold learning for land cover classification via intelligent landmark selection [C]//IEEE International Conference on Geoscience and Remote Sensing Symposium, Denver, 2006:545-548.
- [10] MA L, CRAWFORD M M, TIAN J. Anomaly detection for hyperspectral images based on robust locally linear embedding[J]. Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves, 2010, 31(6):753-762.
- [11] HEYLEN, R, BURAZEROVIC D, SCHEUNDERS P. Non-linear spectral unmixing by geodesic simplex volume maximization[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2011, 5(3):534-542.
- [12] BELKIN M, NIYOPI P. Laplacian eigenmaps and spectral techniques for embedding and clustering[J]. Advances in Neural Information Processing Systems, 2001:585-591.
- [13] WANG L, ZHANG Y, FENG J. On the Euclidean distance of images[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2005, 27(8):1334-1339.
- [14] 陈宏达,普晗晔,王斌,等. 基于图像欧氏距离的高光谱图像流形降维算法[J]. 红外与毫米波学报, 2013, 32(5):450-455. (CHEN H D, PU H Y, WANG B, et al. Image Euclidean distance-based manifold dimensionality reduction algorithm for hyperspectral imagery[J]. Journal Infrared and Millimeter Waves, 2013, 32(5):450-455.)
- [15] WINTER M E. N-FINDR: an algorithm for fast autonomous spectral endmember determination in hyperspectral data [C]//SPIE's International Symposium on Optical Science, Engineering, and Instrumentation. International Society for Optics Engineering, Denver, 1999:266-275.
- [16] CHANG C I, DU Q. Estimation of number of spectrally distinct signal sources in hyperspectral imagery [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2004, 42(3):608-619.
- [17] SWAYZE G, CLARK R N, KRUSE F, et al. Ground-truthing aviris mineral mapping at Cuprite, Nevada [C]//JPL publication, Summaries of the Third Annual JPL Airborne Geosciences Workshop, Volume 1; AVIRIS Workshop, 1992:47-49.
- [18] ZORTEA M, PLAZA A. Spatial preprocessing for end-member extraction[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2009, 47(8):2679-2693.
- [19] 马丽. 基于流形学习算法的高光谱图像分类和异常检测[D]. 武汉:华中科技大学, 2010. (MA L. Manifold learning methods for hyperspectral image classification and anomaly detection[D]. Wuhan:Huazhong University of Science and Technology, 2010.)

(上接第 16 页)

- [9] 郝智爽,彭亚霖,刘焕章. 非线性规划在坦克武器系统火力分配中的应用[J]. 电光与控制, 2006, 13(6):101-103. (HAO Z S, PENG Y L, LIU H Z. Application of non-linear programming in fire allocation of tank weapon system [J]. Electronics Optics & Control, 2006, 13(6):101-103.)
- [10] 刘淳安. 解非线性约束规划问题的新粒子群优化算法[J]. 重庆工学院学报, 2006, 20(11):118-120. (LIU C A. New particle swarm optimization algorithm for the solution to nonlinear constrained programming problem[J]. Journal of Chongqing Institute of Technology, 2006, 20(11):118-120.)
- [11] 瞿勇,栾兵,宋业新. 基于粒子群优化的混合模糊双矩阵对策求解[J]. 计算机与数字工程, 2011, 38(11):13-16. (QU Y, LUAN B, SONG Y X. Solution of mixed fuzzy bimatrix games based on particle swarm optimization[J]. Computer & Digital Engineering, 2011, 38(11):13-16.)
- [12] 唐传林,杜海文,吴文超,等. 基于博弈论的多UCAV对地攻击目标分配[J]. 电光与控制, 2011, 18(10):28-31. (TANG C L, DU H W, WU W C, et al. Game theory based target assignment for multiple UCAVs in air to ground attack [J]. Electronics Optics & Control, 2011, 18(10):28-31.)