

GM-PHD 滤波算法在IRST中的应用

巩建坡^{1,2}, 陈 闽³, 周德召¹, 程小亮¹

(1. 中国航空工业集团公司洛阳电光设备研究所, 河南 洛阳 471000; 2. 光电控制技术重点实验室, 河南 洛阳 471000; 3. 中国人民解放军驻六一三所军事代表室, 河南 洛阳 471000)

摘要: 主要对基于有限随机集多目标跟踪算法进行研究, 扩展了高斯混合概率假设密度(GM-PHD)滤波算法, 提出适用于红外搜索跟踪(IRST)的非线性纯角度跟踪的 GM-PHD 算法。该算法对状态集和量测集进行贝叶斯估计, 不需要数据关联, 克服了传统的基于数据关联的多目标跟踪算法在强杂波、目标数目未知且不断变化的情况下数据关联困难的缺点, 提高了 IRST 多目标跟踪性能的同时也能对目标个数进行实时估计。

关键词: 多目标跟踪; 红外搜索跟踪; 有限随机集; 最优滤波; 高斯混合概率假设密度

中图分类号: V271.4 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-637X(2016)02-0065-05

Application of GM-PHD Filtering Algorithm in IRST

GONG Jian-po^{1,2}, CHEN Min³, ZHOU De-zhao¹, CHENG Xiao-liang¹

(1. Luoyang Institute of Electro-Optical Equipment, AVIC, Luoyang 471000, China;
2. Science and Technology on Electro-Optical Control Laboratory, Luoyang 471000, China;
3. Military Representative Office of PLA in No. 613 Institute, Luoyang 471000, China)

Abstract: This paper focuses on multi-target tracking algorithm based on Random Finite Set (RFS). The Gaussian Mixture Probability Hypothesis Density (GM-PHD) filtering algorithm is improved, and an algorithm based on GM-PHD is proposed, which can be used in Infrared Search and Track (IRST) system for nonlinear bearing-only tracking. The algorithm makes Bayes estimation to state set and measurement set, and no data association is needed. Therefore, the algorithm overcomes the problem of the traditional data association based multi-target tracking algorithm that it is difficult to make data association under the conditions of strong clutter and unknown/changing target number. It can improve the tracking ability of the IRST while making real-time estimation to the number of targets.

Key words: multi-target tracking; IRST; random finite set; optimal filtering; Gaussian mixture probability hypothesis density

0 引言

机载红外搜索跟踪系统(IRST)作为现代战斗机目标探测的重要设备,在空战中起着至关重要的作用。其具有隐蔽性好、抗干扰能力强、角分辨率高、重量轻等优点,具备很好的多目标搜索跟踪能力。多目标跟踪算法作为IRST重要组成部分,在过去几十年时间里,一直采用基于数据关联的多目标跟踪方法,包括目前广泛应用的最近邻方法、JPDA方法、MHT方法、基于S-D assignment的方法等。在对密集多目标,强杂

波、高虚警率和低检测概率的现代战争条件下,目标的数目未知且不断变化,量测数据不一定来自目标,还可能是随机杂波和蓄意干扰^[1],这些都会导致数据关联难以完成,此时基于数据关联的多目标跟踪算法失效。

基于随机集的多目标跟踪方法避免了数据关联,首先将各个目标的集合视作一个集值状态,将各个量测的集合视作集值观测,然后将集值状态和集值观测作为有限随机集(RFS),把杂波条件下和关联未知的多目标动态估计问题转化为贝叶斯滤波理论下的集值估计问题。通过有限统计学(FISST)建立集值微分和集值积分,以及集合的概率密度函数,得到多目标最优贝叶斯滤波器。集值积分和集值微分存在,导致算法计算实际上不可行。通过递推集合的概率分布函数的一阶统计矩(也称为强度函数)得出概率假设密度

(PHD)滤波器。强度函数在状态空间任意区域 S 上对状态的积分就是该区域包含目标的个数,对应强度函数的多峰峰值点的状态就是目标状态的估计值。MAHLER R, VO B N 及其团队在这方面做出了突出的贡献,提出了序贯蒙特卡罗 (SMC) 和高斯混合 (GM) 两种实现方法^[2-3],文献[4-5] 和其他众多学者的研究表明这种方法具有很强的实际应用价值。

IRST 不能提供目标的距离信息,难以建立精确三维运动模型;纯角度量测具有非线性特点。本文结合这些特点,改进了 GM-PHD 滤波器,使其能够应用于 IRST 中,通过仿真结果验证该算法的有效性。

1 基于随机有限集滤波的基本理论

MAHLER R 在 1997 年提出基于 RFS 理论的多目标跟踪理论体系,把数据关联,目标的探测、分类和跟踪转化为一个贝叶斯估计问题^[6]。下面分别介绍 RFS 理论、多目标贝叶斯滤波概念及概率假设密度 (PHD) 滤波。

1.1 有限随机集理论

RFS 理论把各个目标状态的集合和各个量测的集合视作集值状态和集值量测,可分别表示为 RFS,即

$$X_k = \{x_{k,1}, x_{k,2}, \dots, x_{k,M(k)}\} \in F(X) \quad (1)$$

$$Z_k = \{z_{k,1}, z_{k,2}, \dots, z_{k,N(k)}\} \in F(Z) \quad (2)$$

式中: $M(k)$ 表示 k 时刻目标的个数; $N(k)$ 表示 k 时刻量测的个数; $F(X)$ 和 $F(Z)$ 分别表示状态空间 X 和量测空间 Z 的各自所有可能的有限子集组成的集合。定义从 $k-1$ 时刻的多目标状态 X_{k-1} 到 k 时刻的多目标状态 X_k 的 RFS 时间演变模型为

$$X_k = \left[\bigcup_{\zeta \in X_{k-1}} S_{k|k-1}(\zeta) \right] \cup \left[\bigcup_{\zeta \in X_{k-1}} B_{k|k-1}(\zeta) \right] \Gamma_k \quad (3)$$

式中: $S_{k|k-1}(\zeta)$ 表示 k 时刻从 $k-1$ 时刻状态 ζ 中存活目标的状态组成的 RFS; $B_{k|k-1}(\zeta)$ 表示 k 时刻由 $k-1$ 时刻状态 ζ 衍生出来的目标状态组成的 RFS; Γ_k 表示 k 时刻自生目标状态组成的 RFS。定义 k 时刻的多目标状态 X_k 的 RFS 量测模型为

$$Z_k = K_k \cup \left[\bigcup_{\zeta \in X_k} \Theta_k(\zeta) \right] \quad (4)$$

式中: K_k 表示杂波和虚警量测组成的 RFS; $\Theta_k(\zeta)$ 表示 k 时刻源于多目标状态 ζ 的量测构成的 RFS。文献[7]中给出了详细的说明。

1.2 多目标滤波器

用 $p_k(\cdot | Z_{1:k})$ 表示直到 k 时刻的集值量测 $Z_{1:k}$ 条件下的多目标后验条件概率密度,多目标最优贝叶斯滤波器的递推式为

$$p_{k|k-1}(X_k | Z_{1:k-1}) = \int f_{k|k-1}(X_k | X) p_{k-1}(X | Z_{1:k-1}) \mu_s(dX) \quad (5)$$

$$p_k(X_k | Z_{1:k}) = \frac{g_k(Z_k | X_k) p_{k|k-1}(X_k | Z_{1:k-1})}{\int g_k(Z_k | X) p_{k|k-1}(X | Z_{1:k-1}) \mu_s(dX)} \quad (6)$$

式中, μ_s 表示集合 $F(X)$ 上的勒贝格测度。

最优贝叶斯滤波器的递推式中需要用到多重积分,随着跟踪目标数目的增加,其计算复杂度将呈指数增长,因此这种方法计算不可行。

1.3 概率假设密度 (PHD) 滤波器

为了减小最优贝叶斯滤波的计算量,MAHLER R 提出 PHD 滤波器。PHD 滤波器通过传递多目标后验强度函数来近似代替后验概率密度函数^[8]。首先假定:1) 目标产生的量测和运动都相互独立;2) 杂波 RFS 也服从泊松分布,且与目标产生的量测相互独立;3) 预测多目标状态 RFS 也服从泊松分布。假设 1), 2) 符合实际情况,假设 3) 在无自生目标时成立,其他情况也可近似成立。由此,从式(5)、式(6)可得出 PHD 滤波器的递推式为

$$v_{k|k-1}(x) = \int \phi_{k|k-1}(x, \zeta) v_{k-1}(\zeta) d\zeta + \gamma_k(x) \quad (7)$$

$$v_k(x) = [1 - p_{D,k}(x)] v_{k|k-1}(x) + \sum_{z \in Z_k} \frac{\psi_{k,z}(x) v_{k|k-1}(x)}{K_k(z) + \int \psi_{k,z}(\xi) v_{k|k-1}(\xi) d\xi} \quad (8)$$

式中, $\phi_{k|k-1}(x, \zeta) = p_{S,k}(\zeta) f_{k|k-1}(x | \zeta) + \beta_{k|k-1}(x | \zeta)$, 其中 $p_{S,k}(\zeta)$ 表示 $k-1$ 时刻到 k 时刻目标状态的存活概率, $f_{k|k-1}(x | \zeta)$ 表示单目标的状态转移密度函数, $\beta_{k|k-1}(x | \zeta)$ 表示由 $k-1$ 时刻目标状态 ζ 衍生出 k 时刻目标状态 x 的 RFS 强度函数; $\psi_{k,z} = p_{D,k}(x) g(z | x)$, 其中 $p_{D,k}(x)$ 表示 k 时刻目标状态 x 被探测到为量测 z_k 的概率, $g(z | x)$ 表示单目标的似然密度函数; $K_k(z) = \lambda_k c_k(z)$, 其中泊松参数 λ_k 表示虚警目标个数的期望, $c_k(z)$ 表示虚警点在量测空间的概率分布; $\gamma_k(x)$ 表示 k 时刻自生目标状态 RFS 的强度函数。

文献[9]给出了 PHD 的实际仿真应用,下文将给出一种高斯混合概率假设密度 (GM-PHD) 滤波器的多目标跟踪实现算法。

2 高斯混合概率假设 (GM-PHD) 滤波器

在提出基于 GM-PHD 滤波器的多目标跟踪实现之前,先介绍多目标的高斯线性模型,由此得到 PHD 递推式(7)、式(8)的封闭形式。

2.1 多目标高斯线性模型

本文建立的多目标高斯线性模型需要满足下面的假设条件。

1) 多目标中的每一个目标模型都可以用一个高斯线性运动模型和一个高斯线性量测模型来表示为

$$f_{k|k-1}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\zeta}) = N(\mathbf{x}; \mathbf{F}_{k-1}\boldsymbol{\zeta}, \mathbf{Q}_{k-1}) \quad (9)$$

$$g(\mathbf{z}|\mathbf{x}) = N(\mathbf{z}; \mathbf{H}_k\mathbf{x}, \mathbf{R}_k) \quad (10)$$

式中: $N(\cdot; \mathbf{m}, \mathbf{P})$ 表示均值为 \mathbf{m} 、协方差矩阵为 \mathbf{P} 的高斯分布; \mathbf{F}_{k-1} 表示状态转移矩阵; \mathbf{Q}_{k-1} 表示动态过程噪声的协方差矩阵; \mathbf{H}_k 表示观测矩阵; \mathbf{R}_k 表示观测过程噪声的协方差矩阵。

2) 每个目标存活概率和检测概率都是相互独立的,不妨记为

$$p_{S,k}(\mathbf{x}) = p_{S,k} \quad (11)$$

$$p_{D,k}(\mathbf{x}) = p_{D,k} \circ \quad (12)$$

3) 衍生目标和他生目标的 RFS 的强度函数满足如下高斯混合形式

$$\gamma_k(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{J_{\gamma,k}} w_{\gamma,k}^{(i)} N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{\gamma,k}^{(i)}, \mathbf{P}_{\gamma,k}^{(i)}) \quad (13)$$

$$\beta_{k|k-1}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\zeta}) = \sum_{j=1}^{J_{\beta,k}} w_{\beta,k}^{(j)} N(\mathbf{x}; \mathbf{F}_{\beta,k-1}^{(j)}\boldsymbol{\zeta} + \mathbf{d}_{\beta,k-1}^{(j)}, \mathbf{Q}_{\beta,k-1}^{(j)}) \quad (14)$$

式中: $J_{\gamma,k}$, $w_{\gamma,k}^{(i)}$, $\mathbf{m}_{\gamma,k}^{(i)}$, $\mathbf{P}_{\gamma,k}^{(i)}$, $i=1, \dots, J_{\gamma,k}$ 表示自生目标的强度形式的模型参数; $J_{\beta,k}$, $w_{\beta,k}^{(j)}$, $\mathbf{F}_{\beta,k-1}^{(j)}$, $\mathbf{d}_{\beta,k-1}^{(j)}$, $\mathbf{Q}_{\beta,k-1}^{(j)}$, $j=1, \dots, J_{\beta,k}$ 表示由前一时刻衍生目标的强度形式的模型参数。

与 PHD 滤波算法假设条件类似,满足泊松分布的线性模型也满足高斯线性分布,假设 1), 2), 3) 均符合实际情况,这种假设条件在处理多目标跟踪问题时被普遍采用。

2.2 GM-PHD 递推公式

在建立了多目标高斯线性模型的基础上,式(7)、式(8)可由下面两个定理代表,这两个定理表述的是后验强度函数的高斯项以解析形式传递到下一时刻的过程。

定理 1 如果假设 2.1 节的 1) ~ 3) 成立, $k-1$ 时刻后验强度是如下一个高斯混合形式

$$v_{k-1}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{J_{k-1}} w_{k-1}^{(i)} N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{k-1}^{(i)}, \mathbf{P}_{k-1}^{(i)}) \quad (15)$$

那么, k 时刻的预测后验强度仍然是一个高斯混合形式,即

$$v_{k|k-1}(\mathbf{x}) = \nu_{S,k|k-1}(\mathbf{x}) + \nu_{\beta,k|k-1}(\mathbf{x}) + \gamma_k(\mathbf{x}) \quad (16)$$

式中: $\nu_{S,k|k-1}(\mathbf{x}) = p_{S,k} \sum_{j=1}^{J_{\beta,k}} w_{\beta,k-1}^{(j)} N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{S,k|k-1}^{(j)}, \mathbf{P}_{S,k|k-1}^{(j)})$, $\mathbf{m}_{S,k|k-1}^{(j)} = \mathbf{F}_{k-1}\mathbf{m}_{k-1}^{(j)}$, $\mathbf{P}_{S,k|k-1}^{(j)} = \mathbf{Q}_{k-1} + \mathbf{F}_{k-1}\mathbf{P}_{k-1}^{(j)}\mathbf{F}_{k-1}^T$; $\nu_{\beta,k|k-1}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{J_{\beta,k}} \sum_{l=1}^{J_{\beta,k}} w_{\beta,k-1}^{(j)} w_{\beta,k-1}^{(l)} N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{\beta,k|k-1}^{(j,l)}, \mathbf{P}_{\beta,k|k-1}^{(j,l)})$, $\mathbf{m}_{\beta,k|k-1}^{(j,l)} = \mathbf{F}_{\beta,k-1}^{(l)}\mathbf{m}_{k-1}^{(j)} + \mathbf{d}_{\beta,k-1}^{(l)}$, $\mathbf{P}_{\beta,k|k-1}^{(j,l)} = \mathbf{Q}_{\beta,k-1}^{(l)} + \mathbf{F}_{\beta,k-1}^{(l)}\mathbf{P}_{\beta,k-1}^{(j)}(\mathbf{F}_{\beta,k-1}^{(l)})^T$ 。

定理 2 如果假设 2.1 节的 1) ~ 3) 成立, k 时刻的预测后验强度是如下一个高斯混合形式

$$v_{k|k-1}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{J_{k|k-1}} w_{k|k-1}^{(i)} N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i)}, \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i)}) \quad (17)$$

那么, k 时刻的后验强度函数仍然是一个高斯混合形式,即

$$v_k(\mathbf{x}) = (1 - p_{D,k})v_{k|k-1}(\mathbf{x}) + \sum_{z \in \mathcal{Z}_k} v_{D,k}(\mathbf{x}; z) \quad (18)$$

式中, $v_{D,k}(\mathbf{x}; z) = \frac{\sum_{j=1}^{J_{k|k-1}} w_k^{(j)}(z) N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{k|k-1}^{(j)}(z), \mathbf{P}_{k|k-1}^{(j)}(z))}{p_{D,k} \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}} w_{k|k-1}^{(j)}(z) q_k^{(j)}(z)}$, $q_k^{(j)}(z) = N(\mathbf{z}; \mathbf{H}_{k-1}\mathbf{m}_{k|k-1}^{(j)}, \mathbf{R}_k + \mathbf{K}_k(z) + p_{D,k} \sum_{l=1}^{J_{k|k-1}} w_{k|k-1}^{(l)} q_k^{(l)}(z))$, $\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1}^{(j)} \mathbf{H}_k^T$, $\mathbf{m}_{k|k-1}^{(j)}(z) = \mathbf{m}_{k|k-1}^{(j)} + \mathbf{K}_k^{(j)}(z - \mathbf{H}_k \mathbf{m}_{k|k-1}^{(j)})$, $\mathbf{P}_{k|k-1}^{(j)} = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_k^{(j)} \mathbf{H}_k] \mathbf{P}_{k|k-1}^{(j)}$, $\mathbf{K}_k^{(j)} = \mathbf{P}_{k|k-1}^{(j)} \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1}^{(j)} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1}$ 。

这两个定理的证明需要用到下面两个引理。

引理 1 在 $\mathbf{F}, \mathbf{d}, \mathbf{Q}, \mathbf{m}, \mathbf{P}$ 满足合适的维数,且 \mathbf{Q} 和 \mathbf{P} 为正定矩阵的条件下,下面等式成立

$$\int N(\mathbf{x}; \mathbf{F}\boldsymbol{\zeta} + \mathbf{d}, \mathbf{Q}) N(\boldsymbol{\zeta}; \mathbf{m}, \mathbf{P}) d\boldsymbol{\zeta} = N(\mathbf{x}; \mathbf{F}\mathbf{m} + \mathbf{d}, \mathbf{Q} + \mathbf{F}\mathbf{P}\mathbf{F}^T) \quad (19)$$

引理 2 在 $\mathbf{H}, \mathbf{R}, \mathbf{m}, \mathbf{P}$ 满足合适的维数,且 \mathbf{R} 和 \mathbf{P} 为正定矩阵的条件下,下面等式成立

$$N(\mathbf{z}; \mathbf{H}\mathbf{x}, \mathbf{R}) N(\mathbf{x}; \mathbf{m}, \mathbf{P}) = q(\mathbf{z}) N(\mathbf{x}; \tilde{\mathbf{m}}, \tilde{\mathbf{P}}) \quad (20)$$

式中: $q(\mathbf{z}) = N(\mathbf{z}; \mathbf{H}\mathbf{m}, \mathbf{R} + \mathbf{F}\mathbf{P}\mathbf{F}^T)$; $\tilde{\mathbf{m}} = \mathbf{m} + \mathbf{K}(\mathbf{z} - \mathbf{H}\mathbf{m})$; $\tilde{\mathbf{P}} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}\mathbf{H})\mathbf{P}$, $\mathbf{K} = \mathbf{P}\mathbf{H}^T(\mathbf{H}\mathbf{P}\mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1}$ 。

文献[10]中给出了这两个引理的详细证明,将式(9), (11), (13) ~ (15) 代入 PHD 预测式(7)中,应用引理 1 中式(19)即可求出式(16); 将式(10), (12), (17) 代入 PHD 预测式(8)中,应用引理 2 中式(20)即可求出式(18)。

根据定理 1, 2 可知,如果初始后验强度 ν_0 是高斯混合的(如 $\nu_0 = 0$), 随后所有的预测强度 $\nu_{k|k-1}$ 和后验强度 ν_k 都是高斯混合的。定理 1, 2 构成了 GM-PHD 滤波器递推公式的预测步和更新步,同时也能得出如下两个推论,对目标个数进行估计。

推论 1 在满足定理 1 的条件下,预测目标个数的

$$\text{均值为 } \hat{N}_{k|k-1} = \hat{N}_{k-1} (p_{S,k} + \sum_{j=1}^{J_{\beta,k}} w_{\beta,k}^{(j)}) + \sum_{j=1}^{J_{\gamma,k}} w_{\gamma,k}^{(j)} \circ$$

推论 2 在满足定理 2 的条件下,更新目标个数的

$$\text{均值为 } \hat{N}_k = \hat{N}_{k|k-1} (1 - p_{D,k}) + \sum_{z \in \mathcal{Z}_k} \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}} w_k^{(j)}(z) \circ$$

由前面定理构成的滤波器存在两个问题: 1) 随着时间的递推,高斯项数会无限增长,这将导致计算复杂度急剧增加,因此需要对权重低于预设值的高斯项进行剪枝,并将距离小于预设值的高斯项进行合并; 2) 只适用于线性模型,类似于扩展卡尔曼滤波,可以对非线性方程求一阶导数进行线性化处理。对于非线性状态传递模型和观测传递模型 $\begin{cases} \mathbf{x}_k = \varphi_k(\mathbf{x}_{k-1}) + \boldsymbol{\zeta}_k \\ \mathbf{z}_k = \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_{k-1}) + \boldsymbol{\varepsilon}_k \end{cases}$, 本文提

出的算法具体实现步骤如下所述。

步骤 0 初始化。

在 $k = 0$ 时刻,初始强度 ν_0 包含 J_0 项高斯成分,

$$v_0(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{J_0} w_0^{(i)} N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_0^{(i)}, \mathbf{P}_0^{(i)}), \text{ 每个高斯成分项的标记组成集合 } T_0 = \{T_0^{(1)}, \dots, T_0^{(J_0)}\}, \text{ 令 } k = 1.$$

步骤 1 预测。

根据式(16)进行预测,此处需要对模型系数进行改进,以适应非线性跟踪问题。类似 EKF,求运动模型雅可比矩阵,

$$\mathbf{G}_{k-1}^{(i)} = \frac{\partial \varphi_k(\mathbf{x}_{k-1}, 0)}{\partial \mathbf{x}_{k-1}} \Big|_{\mathbf{x}_{k-1} = \mathbf{m}_{k-1}^{(i)}}, \mathbf{F}_{k-1}^{(i)} = \frac{\partial \varphi_k(\mathbf{x}_{k-1}, 0)}{\partial \mathbf{x}_{k-1}} \Big|_{\mathbf{x}_{k-1} = \mathbf{m}_{k-1}^{(i)}} \text{ 衍生和他生目标的递推按照定理 1 进行,存活目标的均值和协方差更新改为: } \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i)} = \varphi_k(\mathbf{m}_{k-1}^{(i)}, 0), \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i)} = \mathbf{G}_{k-1}^{(i)} \mathbf{Q}_{k-1} [\mathbf{G}_{k-1}^{(i)}]^T + \mathbf{F}_{k-1}^{(i)} \mathbf{P}_{k-1}^{(i)} (\mathbf{F}_{k-1}^{(i)})^T,$$

同时,更新高斯项标记集合(包括衍生和他生目标),高斯项个数为 $J_{k|k-1} = J_{\beta_k} + J_{k-1} + J_{\gamma_k}$ 。

步骤 2 更新。

根据式(18)进行更新,类似 EKF,求量测模型雅可比

$$\text{矩阵, } \mathbf{H}_k^{(j)} = \frac{\partial h_k(\mathbf{x}_k, 0)}{\partial \mathbf{x}_k} \Big|_{\mathbf{x}_k = \mathbf{m}_{k|k-1}^{(j)}}, \mathbf{U}_k^{(j)} = \frac{\partial h_k(\mathbf{m}_{k|k-1}^{(j)}, \boldsymbol{\varepsilon}_k)}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_k} \Big|_{\boldsymbol{\varepsilon}_k = 0}$$

为适用非线性改进定理 2 中部分递推公式,对 L 个量测, $\boldsymbol{\eta}_{k|k-1}^{(j)} = h_k(\mathbf{m}_{k|k-1}^{(j)}, 0)$, $\mathbf{K}_k^{(j)} = \mathbf{P}_{k|k-1}^{(j)} [\mathbf{H}_k^{(j)}]^T [\mathbf{S}_k^{(j)}]^{-1}$, $\mathbf{S}_k^{(j)} = \mathbf{U}_k^{(j)} \mathbf{R}_k [\mathbf{U}_k^{(j)}]^T + \mathbf{H}_k^{(j)} \mathbf{P}_{k|k-1}^{(j)} [\mathbf{H}_k^{(j)}]^T$, $\mathbf{P}_{k|k-1}^{(j)} = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_k^{(j)} \mathbf{H}_k^{(j)}] \mathbf{P}_{k|k-1}^{(j)}$, $l \in 1, \dots, L, j = 1, \dots, J_{k|k-1}$, $\mathbf{P}_k^{(U_{k|k-1}+j)} = \mathbf{P}_{k|k-1}^{(U_{k|k-1}+j)}$, $\mathbf{m}_k^{(U_{k|k-1}+j)} = \mathbf{m}_{k|k-1}^{(U_{k|k-1}+j)} + \mathbf{K}_k^{(j)} (\mathbf{z} - \boldsymbol{\eta}_{k|k-1}^{(j)})$, $w_k^{(U_{k|k-1}+j)} = p_{D,k} w_{k|k-1}^{(j)} N(\mathbf{z}; \boldsymbol{\eta}_{k|k-1}^{(j)}, \mathbf{S}_k^{(j)}) = \frac{w_k^{(U_{k|k-1}+j)}}{K_k(\mathbf{z}) + \sum_{i=1}^{J_{k|k-1}} w_k^{(U_{k|k-1}+i)}}$ 。高斯

项个数更新为 $J_k = LJ_{k|k-1} + J_{k|k-1}$ 。

步骤 3 剪枝与合并(剪枝门限 T ,合并门限 U)。

令 $l=0, I = \{i = 1, \dots, J_k | w_k^{(i)} > T\}$,重复下面过程:

$$l = l + 1, j = \arg \max_{i \in I} w_k^{(i)},$$

$$L = \{i \in I | (\mathbf{m}_k^{(i)} - \mathbf{m}_k^{(j)})^T (\mathbf{P}_k^{(i)})^{-1} (\mathbf{m}_k^{(i)} - \mathbf{m}_k^{(j)}) \leq U\},$$

$$\tilde{w}_k^{(l)} = \sum_{i \in L} w_k^{(i)}, \tilde{\mathbf{m}}_k^{(l)} = \frac{1}{\tilde{w}_k^{(l)}} \sum_{i \in L} w_k^{(i)} \mathbf{x}_k^{(i)},$$

$$\tilde{\mathbf{P}}_k^{(l)} = \frac{1}{\tilde{w}_k^{(l)}} \sum_{i \in L} w_k^{(i)} (\mathbf{P}_k^{(i)} + (\tilde{\mathbf{m}}_k^{(l)} - \mathbf{m}_k^{(i)}) (\tilde{\mathbf{m}}_k^{(l)} - \mathbf{m}_k^{(i)})^T),$$

$I = I \setminus L$,直到 $I = \Phi$ 。

如果 $l > J_{\max}$ (J_{\max} 为设定的最大高斯项数),则取 l 中前 J_{\max} 个最大的高斯项来替代 $\{w_k^{(i)}, \mathbf{m}_k^{(i)}, \mathbf{P}_k^{(i)}\}_{i=1}^l, \{w_k^{(i)}, \mathbf{m}_k^{(i)}, \mathbf{P}_k^{(i)}\}_{i=1}^l$ 为剪枝合并后的高斯项集合。

步骤 4 状态估计。

经过合并与剪枝后,选择权值大于预先设定值(通常取为 0.5)的高斯项集合作为目标状态集。取 $\hat{\mathbf{X}}_k$ 为

空集, $i = 1, \dots, J_k$, 当 $w_k^{(i)} > 0.5$ 时更新 $\hat{\mathbf{X}}_k = [\hat{\mathbf{X}}_k, \mathbf{m}_k^{(i)}]$, 最终 $\hat{\mathbf{X}}_k$ 为 k 时刻的状态估计集。

就算法计算复杂度而言,虽然 NN 方法最小,但其在回波密度较大或跟踪多个目标时极易关联出错;JP-DA 方法随着目标数目和杂波增大会出现组合爆炸,成为一个 NP-hard 问题;MHT 方法计算复杂度也随目标个数和杂波数目增加呈指数增长;当维数大于等于 3 时基于多维分配也是一个 NP-hard 问题。相对来说,GM-PHD 滤波算法的计算复杂度较低,为 $O(NM)$,其中 N 为被跟踪目标的个数, M 为一个周期内探测器探测到的量测个数,不同于 MHT 的延迟逻辑,该算法实时性相对较好^[1,6]。

3 建模仿真

本文拟对三维空间中的单站机载红外探测多目标跟踪模型:状态向量 $\mathbf{x} = [p_x, v_x, p_y, v_y, p_z, v_z]$, 其四个元素分别表示目标和载机的三向位置和速度;观测向量 $\mathbf{z} = [\theta, \bar{\omega}]$, 其两个元素分别表示目标机相对于载机的方位和俯仰,以载机为坐标原点,建立相对运动和量测模型为

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k = \mathbf{F} \mathbf{x}_{k-1} + \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{w}_k \\ \mathbf{z}_k = [\arctan(\frac{p_{y_k}}{p_{x_k}}), \arctan(\frac{p_{z_k}}{\sqrt{(p_{x_k})^2 + (p_{y_k})^2}})] + \boldsymbol{\varepsilon}_k \end{cases} \quad (21)$$

不妨进一步假设,目标机和载机处在同一高度,此时变为两维平面内的多目标跟踪,目标量测也只有方位信息。状态向量、量测向量和量测模型变为 $\mathbf{x} = [p_x, v_x, p_y, v_y]$, $\mathbf{z} = [\theta]$, $\tilde{z}_k = \arctan(\frac{p_{y_k}}{p_{x_k}}) + \boldsymbol{\varepsilon}_k$ 。

量测区间为 $[-8000, 10000] * [-10000, 15000]$, 5 条仿真轨迹的初始状态分别为: $[-200, 70, 1000, 150]^T, [0, -100, 0, 50]^T, [0, 100, 0, -100]^T, [100, 100, 100, -100]^T, [-100, -200, -200, -100]^T$ (单位为 m), 系统噪声(二维)和量测噪声均值为零,协方差(阵)值为 10, 检测概率 $p_D = 0.9$, 存活概率 $p_S = 0.95$, 传递矩阵和噪声矩阵取值为:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \boldsymbol{\Gamma} = \begin{bmatrix} T^2/2 & 0 \\ T & 0 \\ 0 & T^2/2 \\ 0 & T \end{bmatrix}.$$

编写 Matlab 仿真程序,对上面建立的模型进行仿真,程序共运行 80 个时间点,图 1 和图 2 给出了采用 GM-PHD 算法和采用 MHT 算法的跟踪轨迹,图 3 对比显示了两种算法的距离误差曲线,图 4 显示 GM-PHD 算法对目标个数的估计值。

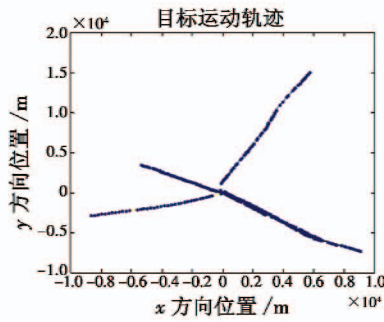


图1 MHT跟踪效果图

Fig. 1 Tracking effect of MHT

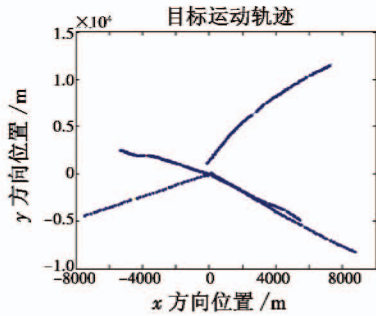


图2 GM-PHD跟踪效果图

Fig. 2 Tracking effect of GM-PHD

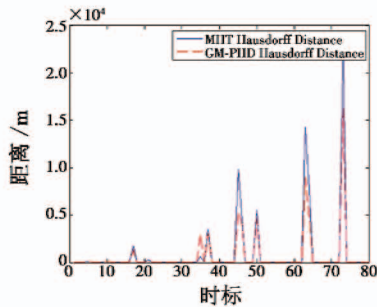


图3 两种跟踪算法 Hausdorff 距离对比

Fig. 3 Hausdorff distance of the two tracking algorithms

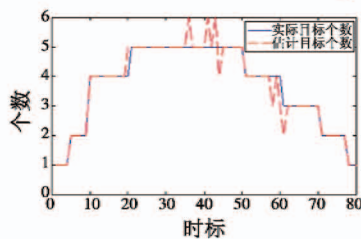


图4 GM-PHD 算法目标个数估计值与真值对比

Fig. 4 Estimated and true target number of GM-PHD

从图1和图2可看出,当目标距离较远时两者相差不大,但当两条航迹距离较近时,GM-PHD算法能做出区分,而MHT则只给出一条航迹信息,说明GM-PHD算法提高了跟踪性能。Hausdorff距离是一种衡量多目标性能的指标,其值越低表示算法估值精度越高,从图3中能直接看出在Hausdorff距离较小时两种算法相差不大,但是在Hausdorff距离较大时,GM-PHD算法提高了估值精度。针对多目标跟踪中目标的数目

未知且不断变化这个问题,GM-PHD算法能够对目标个数给出实时的估计,从图4可以看出该算法估计的目标个数和真实目标相差不大,具有较好的估计效果。

4 结论

本文结合IRST纯角度非线性特点提出一种扩展的GM-PHD多目标跟踪算法,使其能够适用于高斯非线性跟踪模型。该算法克服了传统的基于数据关联的多目标跟踪算法在目标个数时变和强杂波等条件下数据关联困难的缺点,在提高了跟踪效果和精度的同时也能对目标个数做出较好的估计,该算法提高了IRST多目标跟踪的使用范围和跟踪效果。

参考文献

- [1] 张洪建. 基于有限集统计学的多目标跟踪算法[D]. 上海:上海交通大学,2009. (ZHANG H J. Finite-set statistics based multiple target tracking [D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2009.)
- [2] VO B N, VO B T, SINGH S. Sequential Monte Carlo methods for multi-target filtering with random finite sets [C]//Intelligent Sensors, Sensor Networks and Information Processing Conference, 2004:313-318.
- [3] VO B N, MA W K. The Gaussian mixture probability hypothesis density filter [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2006, 54(11):4091-4104.
- [4] 王晓,韩崇昭,连峰. 基于随机有限集的目标跟踪方法研究及最新进展[J]. 工程数学学报,2012,29(4):567-578. (WANG X, HAN C Z, LIAN F. Survey of target tracking based on random finite set [J]. Chinese Journal of Engineering Mathematics, 2012, 29(4):567-578.)
- [5] GULMEZOGLU B, GULDOGAN M B, GEZICI S. Multi-person tracking with a network of ultrawideband radar sensors based on Gaussian mixture PHD filters [J]. IEEE Sensors Journal, 2015, 15(4):2227-2237.
- [6] MAHLER R. Multitarget Bayes filtering via first-order multitarget moments [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2003, 39(4):1152-1178.
- [7] MAHLER R. PHD filters of higher order in target number [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2007, 43(4):1525-1543.
- [8] VO B N. A closed-form solution for the probability hypothesis density filter [C]//Information Fusion, 8th International Conference, 2005:25-28.
- [9] VO B N, SINGH S, DOUCET A. Sequential Monte Carlo implementation of the PHD filter for multi-target tracking [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2005, 41(4):1224-1245.
- [10] HO Y C, LEE R C K. A Bayesian approach to problems in stochastic estimation and control [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1964, 9(4):333-339.