

基于组稀疏表示的二维全极化散射中心提取

张肖¹, 闫恒庄^{1,2}, 周建江¹, 汪飞¹

(1. 南京航空航天大学电子信息工程学院, 南京 210016; 2. 光电控制技术重点实验室, 河南 洛阳 471000)

摘要: 针对 CP-GTD 模型, 利用全极化雷达回波的组稀疏特性, 提出了一种基于组稀疏表示的二维全极化散射中心参数估计方法。该方法将全极化散射中心参数估计问题转化为组稀疏信号重构问题, 并利用自适应网格细化的方法来划分网格, 最后利用最小二乘法对相干极化散射矩阵的估计进行修正。与基于联合谱估计的方法相比, 该方法无需已知散射中心数, 从而可以避免由于散射中心数估计错误而引起的性能恶化, 且适用范围更广。仿真实验也表明, 该方法具有更好的鲁棒性, 可以有效地用于目标全极化散射中心提取。

关键词: 雷达; 目标散射特性; 二维散射中心; 全极化; CP-GTD 模型; 组稀疏表示

中图分类号: V445; TN957 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-637X(2016)02-0026-05

Extraction of 2D Full Polarization Scattering Centers Based on Group Sparse Representation

ZHANG Xiao¹, YAN Heng-zhuang^{1,2}, ZHOU Jian-jiang¹, WANG Fei¹

(1. College of Electronic and Information Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China; 2. Key Laboratory of Science and Technology on Electro-Optic Control, Luoyang 471000, China)

Abstract: For CP-GTD model, a novel method for two-dimensional full polarization scattering center parameter estimation based on the group sparse representation is proposed by using the group sparse characteristic of full polarization radar echo. In the proposed method, the parameter estimation of full polarization scattering centers is converted to the issue of group sparse signal reconstruction, and the adaptive grid refinement is used to divide the grid. Finally, coherent polarization scattering matrices are modified via the least square method. Compared with the method based on the combined spectral estimation, the proposed method does not need the quantity of scattering centers, which can avoid performance deterioration caused by incorrect scattering center quantity estimation, and can have a wider scope of application. The simulation experiments also show that the proposed method has a better robustness, and it is proved to be effective in full polarization scattering center extraction of target.

Key words: radar; target scattering property; 2D scattering center; full polarization; coherent polarimetric GTD model; group sparse representation

0 引言

随着现代雷达技术的发展, 将高分辨成像技术与全极化测量相结合以进一步提升雷达性能, 已成为一个重要的发展方向。全极化测量描述了雷达目标散射回波的矢量特性, 其与高分辨成像相结合可以更加完整地描述目标散射特性, 同时两种技术又是相辅相成的。高分辨成像能大大提高雷达空间域分辨率以及对目标细微特征的表征能力, 进而提高极化描述的准确

性; 而全极化测量所提取的目标极化信息与其外形、结构对称性、表面粗糙程度等参数均存在本质的联系, 同时极化域的特殊性决定了其应是完整描述目标散射特性所不可或缺的一部分^[1]。理论和实验均表明雷达目标在光学区的总电磁散射可以等效为若干散射中心电磁散射的相干合成, 这大大降低了复杂目标电磁散射机理研究的难度和复杂性^[2]。利用由雷达观测数据提取的目标高精度等效散射中心进行目标 RCS 数据拟合、外推以及自动目标识别也是当前研究领域的热点^[3-6]。

目前对单极化散射中心的提取已经较为成熟, 主要可分为两大类: 一类是基于谱估计的方法^[7-9]; 另一类是基于稀疏表示的方法^[10-13]。而提取全极化散射

收稿日期: 2015-03-02

修回日期: 2015-11-13

作者简介: 张肖 (1985—), 男, 浙江东阳人, 博士生, 研究方向为雷达目标特征提取。

中心通常采用基于联合谱估计的方法^[1,14-15],通过全极化与超分辨信息联合处理,解决了散射中心位置关联、散射中心数目联合估计以及极化相干散射矩阵同时估计等难题,从而实现散射中心各参数的准确估计,但是这类方法需要解决模型定阶、位置配对等问题。而对于复杂目标来说,很难准确估计出散射中心的数目,从而导致这类方法估计性能的恶化。且这类方法都需要利用基于旋转不变特性的空间平滑来构造协方差矩阵,因此也不适用于相对带宽较大^[10-11]和非均匀步进采样的情况^[13]。

通过对全极化雷达目标回波稀疏性的分析,本文基于组稀疏表示提出了一种高准确度的雷达目标二维全极化散射中心提取方法。该方法利用组稀疏的理论对全极化散射中心参数进行联合估计,并采用自适应网格细化的方法来提高估计的精度,降低计算复杂度,最后利用最小二乘法估计相干极化散射矩阵。与基于谱估计的方法相比,所提方法不需要进行散射中心数的预估计和散射中心的配对,且适用于相对带宽较大和非均匀步进采样的情况。

1 二维 CP-GTD 散射模型

以步进频雷达为例,基于 CP-GTD 模型,在宽带小转角条件下,雷达目标各极化通道回波可以表示为^[1]

$$E^r(m, n) = \sum_{i=1}^d A_i^r \left(j \frac{f_m}{f_0} \right)^{\alpha_i} \times \left\{ \exp \left[j \frac{-4\pi f_m}{c} (x_i \cos \theta_n + y_i \sin \theta_n) \right] \right\} + w^r(m, n) \quad (1)$$

式中: r 表示极化类型(如 hh, hv, vh, vv); d 表示等效散射中心的数目; $w^r(m, n)$ 表示二维复高斯白噪声; A_i^r 表示在 r 极化下散射中心的复散射强度系数; $f_m = f_0 + m \times \Delta f (m = 0, 1, \dots, M-1)$,表示步进频雷达采样频点, f_0 表示采样起始频率, Δf 表示频率采样步长; $\theta_n = n \times \Delta \theta (n = 0, 1, \dots, N-1)$,表示雷达采样视角, $\Delta \theta$ 表示角度采样步长; x_i 和 y_i 分别表示等效散射中心在二维空间域的位置坐标; α_i 表示相应等效散射中心的类型因子,其取值范围为 $\{1, 0.5, 0, -0.5, -1\}$,表征了散射中心对应的典型散射结构,如 $\alpha = -1$ 对应尖顶绕射。

2 提出的方法

2.1 基于组稀疏信号表示的参数估计

假设用一个二维空域网格对雷达目标进行剖分,网格的宽度分别为 Δx 和 Δy ,网格数分别为 P 和 Q 。当某一网格上存在散射中心时,该网格点上的复散射强度不为零,反之则为零。由此式(1)也可写为

$$E^r(m, n) = \sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^Q A_{p,q}^r \left(j \frac{f_m}{f_0} \right)^{\alpha_{p,q}} \times$$

$$\left\{ \exp \left[j \frac{-4\pi f_m}{c} (x_{p,q} \cos \theta_n + y_{p,q} \sin \theta_n) \right] \right\} + w^r(m, n) \quad (2)$$

再考虑散射中心类型参数的离散分布特性,可将式(2)写成矩阵形式,即

$$\mathbf{E} = [\mathbf{E}^{hh} \quad \mathbf{E}^{hv} \quad \mathbf{E}^{vh} \quad \mathbf{E}^{vv}] = \mathbf{A}\mathbf{S} + \mathbf{W} \quad (3)$$

式中: \mathbf{E} 为将各通道回波向量化后组成的 $MN \times 4$ 维观测数据矩阵; $\mathbf{A} = [\mathbf{A}_{1,1} \quad \mathbf{A}_{2,1} \quad \dots \quad \mathbf{A}_{P,Q}]$ 为 $MN \times 5PQ$ 维矩阵,对应各网格的位置信息, $\mathbf{A}_{p,q} = [a_{p,q}(-1) \quad a_{p,q}(-0.5) \quad a_{p,q}(0) \quad a_{p,q}(0.5) \quad a_{p,q}(1)]$ 为 $MN \times 5$ 维矩阵,对应网格 $(x_{p,q}, y_{p,q})$ 处散射中心的所有类型信息,

$$a_{p,q}(i) = \left[j^i \exp \left[j \frac{-4\pi f_0}{c} (x_{p,q} \cos \theta_0 + y_{p,q} \sin \theta_0) \right] \left(\frac{jf_1}{f_0} \right)^i \exp \left[j \frac{-4\pi f_1}{c} (x_{p,q} \cos \theta_0 + y_{p,q} \sin \theta_0) \right] \dots \left(\frac{jf_{M-1}}{f_0} \right)^i \exp \left[j \frac{-4\pi f_{M-1}}{c} (x_{p,q} \cos \theta_{N-1} + y_{p,q} \sin \theta_{N-1}) \right] \right]^T;$$

$\mathbf{S} = [\mathbf{S}^{hh} \quad \mathbf{S}^{hv} \quad \mathbf{S}^{vh} \quad \mathbf{S}^{vv}]$ 为 $5PQ \times 4$ 维矩阵; $\mathbf{S}^r = [\mathbf{S}_{1,1}^r \quad \mathbf{S}_{2,1}^r \quad \dots \quad \mathbf{S}_{P,Q}^r]^T$ 为 $5PQ$ 维向量,对应在 r 极化下目标在各个网格点处的复散射强度, $\mathbf{S}_{p,q}^r = [A_{p,q}^{r,-1} \quad A_{p,q}^{r,-0.5} \quad A_{p,q}^{r,0} \quad A_{p,q}^{r,0.5} \quad A_{p,q}^{r,1}]$ 为5维向量,对应网格 $(x_{p,q}, y_{p,q})$ 处各类散射中心的复散射强度信息,且在理想情况下最多只有一个非零元素; \mathbf{W} 为 $MN \times 4$ 维加性白噪声;上标“T”表示转置。由式(3)可知,当网格划分足够细时($P \gg M, Q \gg N$),通过求解式(3)所示方程组得到未知信号 \mathbf{S} ,即可实现全极化散射中心各参数的精确估计。然而此时该方程组是欠定的,因此如果没有 \mathbf{S} 的先验信息,将无法获得唯一解。由于在绝大多数情况下,目标在总雷达观测区域内仅占很小一部分,即网格的总数远大于非零网格的数目,因此目标散射中心在空间域上的分布应是稀疏的,即未知向量 $\{\mathbf{S}^r\}$, r 为 hh, hv, vh, vv 都应是稀疏的。根据这个特性,就可以将式(3)所示方程组求解问题转化为一个稀疏信号表示问题来进行求解^[10-13],即

$$\min \|\mathbf{S}\|_1 \quad (4)$$

$$\text{s. t. } \|\mathbf{E} - \mathbf{A}\mathbf{S}\|_2 \leq \varepsilon$$

式中: $\|\mathbf{S}\|_1 = \|\mathbf{S}^{hh}\|_1 + \|\mathbf{S}^{hv}\|_1 + \|\mathbf{S}^{vh}\|_1 + \|\mathbf{S}^{vv}\|_1$, $\|\mathbf{S}^r\|_1$ 为向量 \mathbf{S}^r 的1范数; ε 为噪声门限,可利用噪声的估计得到。然而式(4)所示方法类似于对各极化通道进行单独处理,因此具有一定的局限性^[1,14-15]。

由式(1)可知,在不同极化下,同一散射中心只存在复散射强度的差异,其位置参数以及类型参数均不随极化的变化而变化,因此 $\{\mathbf{S}^r\}$, r 为 hh, hv, vh, vv 应具有相同的稀疏结构,各个 \mathbf{S}^r 的非零元素应出现在 \mathbf{S} 的同一行中,即 \mathbf{S} 具有组稀疏结构。因此利用 \mathbf{S} 的组稀疏特性,采用组稀疏信号重构的方法^[16]就可以实现

各极化通道散射中心的联合提取,同时也克服了单独处理时存在的一系列问题,即

$$\begin{aligned} \min \|S^o\|_1 \\ \text{s. t. } \|E - AS\|_2 \leq \varepsilon \end{aligned} \quad (5)$$

式中: $S^o = [S_{1,1}^o \ S_{2,1}^o \ \dots \ S_{p,q}^o]^T$ 为 $5PQ$ 维向量; $S_{p,q}^o = [S_{p,q}^{o,-1} \ S_{p,q}^{o,-0.5} \ S_{p,q}^{o,0} \ S_{p,q}^{o,0.5} \ S_{p,q}^{o,1}]$ 为5维向量; $S_{p,q}^{o,i}$ 为 S 中对应位置参数 (p,q) 和类型参数为 i 的行向量的2范数。 A_i^r 为 S^r 的第 i 个元素。求解式(5)所示组稀疏表示问题的方法主要有贪婪算法和凸优化方法,本文利用凸优化方法来求解此问题,具体过程如下。采用二阶锥规划(SOCP)的方法将式(5)转化为如下形式

$$\begin{aligned} \min g \\ \text{s. t. } I^T t \leq g, S_i^o \leq t_i, i=1,2,\dots,5PQ; \|E - AS\|_2 \leq \varepsilon \end{aligned} \quad (6)$$

利用SOCP软件工具包CVX^[17]就可获得式(6)的数值解,从而获得散射中心各参数的估计。

在本文方法中,为了获得散射中心各参数的精确估计,就需要划分较为精细的网格,然而网格的数量直接决定了本文方法的计算复杂度 $O((20PQ)^3)$,对全空间域均匀划分过细的网格将极大地增加计算的复杂度。为了解决这个问题,采用了一种自适应网格细化的方法,具体方法如下所述。

1) 首先构造距离间隔为 $\delta_0 = c/M\Delta f$ 的粗空域网格对目标进行划分,利用式(6)获得散射中心位置参数的粗估计。考虑到一般情况下, $(j_f/f_0)^\alpha \approx 1$,因此,为了进一步降低计算复杂度,在网格较粗时可假设 $\{\alpha_i\}_{i=1}^d$ 均为0。

2) 根据获得的位置参数估计 (\hat{x}_i, \hat{y}_i) ,选择其前后的两个粗网格以距离间隔 $\delta_{i+1} = \delta_i/2$ 划分为更细的网格,再利用式(6)估计散射中心的各参数。

3) 重复步骤2),直到网格足够细。

在理想情况下,通过以上方法获得的散射中心应该是离散分布的,且同一位置处的散射中心也应只有一个类型,即 $\|S_{p,q}^o\|_0 = 1$ 。但在实际中,由于噪声、模型误差等因素的影响,所获得的散射中心位置估计和类型估计都不是完全离散分布的,这也导致了各通道散射中心复散射强度估计的误差。为了解决这个问题,本文采用如下方法来获得散射中心的位置与类型的精确估计:1)首先利用计算结果获得 $\|S^o\| = [\|S_{1,1}^o\|_1 \ \|S_{2,1}^o\|_1 \ \dots \ \|S_{p,q}^o\|_1]$,并构造相应的 $P \times Q$ 维空域谱,再进行二维峰值搜索以获得散射中心位置参数和数目的估计;2)在这些位置上分别选择相应 $S_{p,q}^o$ 中绝对值最大元素所对应的类型,作为该散射中心所对应的类型参数的估计。

2.2 相干极化散射矩阵估计

通过以上步骤即可获得所有散射中心位置和类型

参数的估计值 $\{(\hat{\alpha}_i, \hat{x}_i, \hat{y}_i)\}, i=1,2,\dots,d$,再利用最小二乘法就可获得各散射中心对应的相干极化散射矩阵的修正估计

$$\hat{S} = (\hat{A}^H \hat{A})^{-1} \hat{A}^H E \quad (7)$$

$$\text{式中, } \hat{S} = \begin{bmatrix} \hat{A}_1^{hh} & \hat{A}_1^{hv} & \hat{A}_1^{vh} & \hat{A}_1^{vv} \\ \hat{A}_2^{hh} & \hat{A}_2^{hv} & \hat{A}_2^{vh} & \hat{A}_2^{vv} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \hat{A}_d^{hh} & \hat{A}_d^{hv} & \hat{A}_d^{vh} & \hat{A}_d^{vv} \end{bmatrix} \circ$$

3 仿真实验及性能分析

由于传统谱估计类方法并不适用于相对带宽较大或采样非均匀的情况,而文献[11,13]已经验证了稀疏表示类方法在这两种情况下的有效性。文献[15]中还验证了2D-PL-ESPRIT方法相对于单极化处理方法和2D-MP-MUSIC方法^[1]更具优势。因此,为了便于比较,本仿真实验主要在均匀采样且散射中心数目估计始终正确的情况下,对本文方法和2D-PL-ESPRIT方法的估计性能做比较分析。

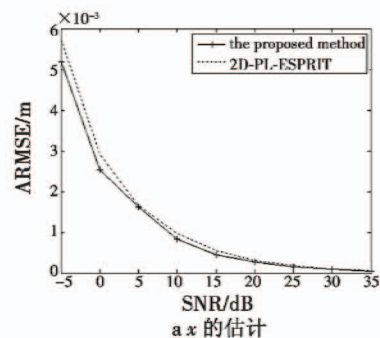
选取雷达的起始频率为7 GHz,带宽为800 MHz,目标相对转角为 3° ,且在频率域和角度域的采样点数均为40。根据表1给出的散射中心各参数(假设目标具有互易性,即 $A_i^{hv} = A_i^{vh}$)生成全极化通道目标散射回波。定义平均均方根误差为 $ARMSE(\theta) = \frac{1}{d} \sum_{i=1}^d RMSE(\theta_i)$,其中 $RMSE(\theta_i)$ 为均方根误差。采用2.1节所示网格划分方法,进行200次蒙特卡罗仿真,比较两种方法在不同信噪比下的估计性能。

表1 散射中心各参数

Table 1 The parameters of scattering centers

Canister number	x/m	y/m	α	A^{hh}	A^{hv}	A^{vv}
1	1	-1	-1	0.707	0	-0.707
2	1	1	-0.5	0.500	0.500	0.500j
3	0	1	1	0.750j	0.433	0.500j
4	-1	0	0	0.750	0.433	0.500j
5	-1	-1	0.5	0.500	-0.500j	-0.500

图1表明了两种方法对散射中心位置参数估计的平均均方根误差随信噪比的变化曲线。



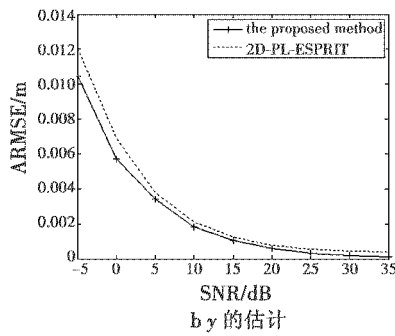


图1 位置参数估计

Fig.1 Estimation of location parameter

可见,两种方法均能有效估计出散射中心的二维位置参数,即使在信噪比为 -5 dB 时也能获得较好的估计精度,且本文方法优于 2D-PL-ESPRIT 方法。这是因为本文方法无需进行插值预处理,从而避免了插值误差;且相对带宽的大小不影响本文方法的估计性能。由于散射中心类型参数为离散取值,因此在图 2 中采用了平均正确率来比较两种方法在不同信噪比下对类型参数的估计性能。可见,与 2D-PL-ESPRIT 方法相比,本文方法对类型参数的估计性能略占优势,但两种方法对噪声都较为敏感。当信噪比低于 0 dB 时,两种方法都几乎无法正确估计类型参数。只有当信噪比高于 20 dB 时平均正确率才能达到 100% ,即所有散射中心的类型参数估计全部正确。

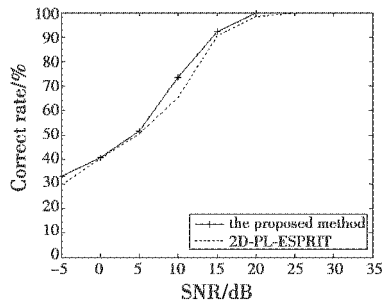
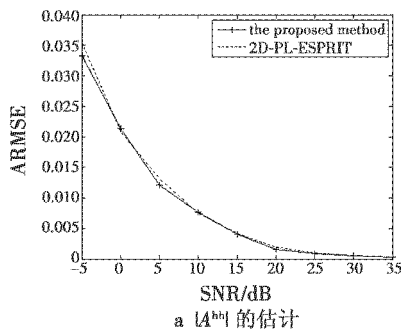


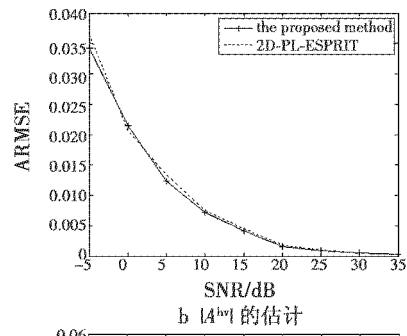
图2 类型参数估计

Fig.2 Estimation of type parameter

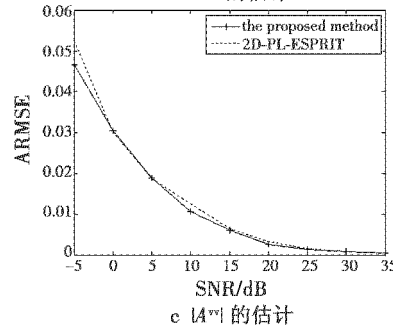
定义相干相位为 $\phi^{hv-hh} = \arg(A^{hv}A^{hh*})$, $\phi^{vv-hh} = \arg(A^{vv}A^{hh*})$ 。图 3 和图 4 表明了两种方法在不同信噪比下对相干极化散射矩阵的估计性能,即各极化通道散射强度以及相干相位估计随信噪比变化的曲线。



a $|A^{hh}|$ 的估计



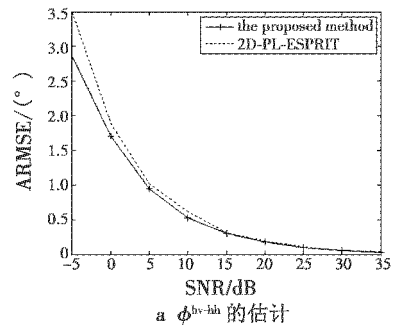
b $|A^{hv}|$ 的估计



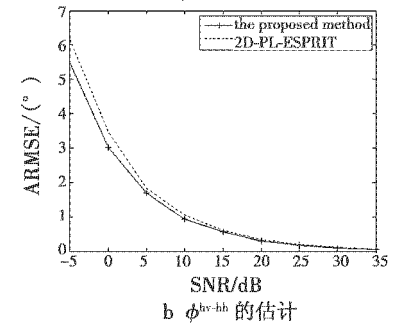
c $|A^{vh}|$ 的估计

图3 散射强度估计

Fig.3 Estimation of scattering strength



a ϕ^{hv-hh} 的估计



b ϕ^{vv-hh} 的估计

图4 相干相位估计

Fig.4 Estimation of coherent phase

可见,即使在信噪比较低时两种方法对相干极化散射矩阵的估计也较为准确,且本文方法略优于 2D-PL-ESPRIT 方法。图 1 ~ 图 4 的仿真结果很好地验证了本文方法的有效性,且与 2D-PL-ESPRIT 方法相比,本文方法的鲁棒性更强。

4 结束语

根据二维 CP-GTD 模型,本文基于组稀疏表示的理论,提出了一种新的二维全极化散射中心提取方法。

该方法利用组稀疏信号重构,成功实现了全极化散射中心的联合提取,且无需对散射中心数进行预估计、二维坐标配对以及预插值处理,还适用于相对带宽较大和非均匀采样的情况,适用性更广。仿真实验也表明了本文方法在估计精度上的优越性。

参 考 文 献

- [1] 代大海. 极化雷达成像及目标特征提取研究[D]. 长沙:国防科学技术大学,2008. (DAI D H. Study on polarimetric radar imaging and target feature extraction[D]. Changsha:National University of Defense Technology, 2008.)
- [2] 黄培康,殷红成,许小剑. 雷达目标特性[M]. 北京:电子工业出版社,2005. (HUANG P K, YIN H C, XU X J. Radar target characteristic[M]. Beijing:Publishing House of Electronics Industry, 2005.)
- [3] ZHOU J X, SHI Z G, CHENG X, et al. Automatic target recognition of SAR images based on global scattering center model[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2011, 49(10):3713-3729.
- [4] GUDNASON J, CUI J J, BROOKES M. HRR automatic target recognition from superresolution scattering center features[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2009, 54(4):1512-1524.
- [5] 唐涛,粟毅. 散射中心特征序贯匹配的 SAR 图像目标识别方法[J]. 系统工程与电子技术, 2012, 34(6):1131-1135. (TANG T, SU Y. Object recognition in SAR imagery using sequential feature matching of scattering centers[J]. Systems Engineering and Electronics, 2012, 34(6):1131-1135.)
- [6] ISMAIL J. Scattering features for target recognition using finite rate of innovation model[C]//IEEE International Symposium on Antennas and Propagation(APSURSI2012), Chicago, 2012:1-2.
- [7] QUINQUIS A, RADOI E, TOTIR F C. Some radar imagery results using superresolution techniques[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2004, 52(5):1230-1244.
- [8] 王菁,周建江,汪飞. 基于 GTD 模型的目标二维散射中心提取[J]. 电子与信息学报, 2009, 31(4):958-962. (WANG J, ZHOU J J, WANG F. 2D scattering centers extraction of objects based on GTD model[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2009, 31(4):958-962.)
- [9] WEI S M, YU J, WEN Y Y, et al. State space processing based approach for extracting scattering center parameters of high resolution SAR target[J]. Journal of Convergence Information Technology, 2012, 7(12):43-51.
- [10] 占荣辉,胡杰民,张军. 基于压缩感知的二维 GTD 模型参数估计方法[J]. 电子与信息学报, 2013, 35(2):419-425. (ZHAN R H, HU J M, ZHANG J. A novel method for parametric estimation of 2D geometrical theory of diffraction model based on compressed sensing[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2013, 35(2):419-425.)
- [11] 叶钊,何峰,张永胜,等. 基于 GTD 模型的多雷达信号二维融合[J]. 电子与信息学报, 2011, 33(1):55-59. (YE F, HE F, ZHANG Y S, et al. Multi-radar signal two-dimensional fusion processing based on sparse representation[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2011, 33(1):55-59.)
- [12] 李飞,纠博,刘宏伟,等. 基于稀疏表示的 SAR 图像属性散射中心参数估计算法[J]. 电子与信息学报, 2014, 36(4):931-937. (LI F, JIU B, LIU H W, et al. Sparse representation based algorithm for estimation of attributed scattering center parameter on SAR imagery[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2014, 36(4):931-937.)
- [13] 周剑雄,石志广,胡磊,等. 基于频域稀疏非均匀采样的雷达目标一维高分辨成像[J]. 电子学报, 2012, 40(5):926-934. (ZHOU J X, SHI Z G, HU L, et al. Radar target one dimensional high resolution imaging based on sparse and non-uniform samplings in frequency domain[J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 40(5):926-934.)
- [14] 邢世其,代大海,王雪松,等. 二维全极化 ESPRIT 超分辨特征提取及性能分析[J]. 电子学报, 2009, 37(12):2681-2687. (XING S Q, DAI D H, WANG X S, et al. Two-dimensional ESPRIT super-resolution feature extraction using fully polarized measurements and its performance analysis[J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(12):2681-2687.)
- [15] 王菁,周建江,廖启新. 基于全极化 GTD 模型的雷达目标二维散射中心提取[J]. 系统工程与电子技术, 2011, 33(12):2643-2648. (WANG J, ZHOU J J, LIAO Q X. Extraction of 2D scattering centers of radar targets based on full polarization GTD model[J]. Systems Engineering and Electronics, 2011, 33(12):2643-2648.)
- [16] MALIOUTOV D, CETIN M, WILLISKY A S. A sparse signal reconstruction perspective for source localization with sensor arrays[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(8):3010-3022.
- [17] GRANT M, BOYD S. CVX:MATLAB software for disciplined convex programming[EB/OL]. [2015-02-10]. <http://cvxr.com/cvx>.