

非均匀杂波协方差矩阵的知识辅助估计方法

苗旭炳¹, 简涛^{1,2}, 丁彪¹

(1. 海军航空工程学院信息融合技术研究所, 山东烟台 264001;

2. 西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室, 西安 710071)

摘要: 针对非均匀环境下的雷达目标自适应检测问题, 提出了一种知识辅助的杂波协方差矩阵估计方法。假设非均匀环境杂波服从协方差矩阵为随机矩阵的复高斯分布, 选取逆 Wishart 分布作为先验分布引入, 依据贝叶斯方法推导了杂波协方差矩阵的后验概率密度函数, 进而得到了协方差矩阵的最大后验估计。仿真结果表明, 与传统杂波协方差矩阵估计方法相比, 所提出的知识辅助估计方法能够有效提升非均匀环境下的雷达目标检测效果。

关键词: 机载雷达; 目标检测; 非均匀环境; 知识辅助; 最大后验估计

中图分类号: TN957.51 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-637X(2016)10-0045-04

A Knowledge-Aided Method for Covariance Matrix Estimation of Heterogeneous Clutter

MIAO Xu-bing¹, JIAN Tao^{1,2}, DING Biao¹

(1. Research Institute of Information Fusion, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China;

2. National Key Laboratory of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: Considering the adaptive target detection of radar in heterogeneous environments, we proposed a knowledge-aided method for clutter covariance matrix estimation. The clutter in heterogeneous environments was supposed to subject to complex Gaussian distribution with covariance matrix as the random covariance matrix. The inverse Wishart distribution was employed as the priori distribution. According to Bayesian methods, we derived the posteriori probability density function of clutter covariance matrix. Then the maximum a posteriori estimation of covariance matrix was obtained. The simulation results show that the proposed knowledge-aided estimation method can effectively improve the target detection performance of radar under heterogeneous environments.

Key words: airborne radar; target detection; heterogeneous environments; knowledge-aided; maximum a posteriori estimation

0 引言

针对机载预警雷达的杂波抑制问题, 空时自适应处理(Space-Time Adaptive Processing, STAP)技术于1973年由 REED 等人提出^[1], 该技术的核心思想是利用辅助数据估计杂波协方差矩阵, 而后用以计算滤波权值。文献[1]对杂波抑制问题的研究是在均匀环境下进行的, 即假设环境杂波服从协方差矩阵确定但未知的高斯分

布模型, 所采用的协方差矩阵估计方法被称为采样协方差矩阵估计(Samples Covariance Matrix Estimation, SCME)方法。该方法是一种无偏估计方法, 在后续均匀环境下自适应检测方法的研究中得到了广泛应用。

然而在实际应用过程中, 机载雷达由于其平台特殊性, 所面临的探测环境往往是非均匀的^[2]。非高斯杂波环境即是一种典型的非均匀环境。在该环境下, 利用球不变随机过程可将环境杂波建模为复合高斯分布模型, 针对该模型, 归一化采样协方差矩阵估计(Normalized Samples Covariance Matrix Estimation, NSCME)方法被提出^[3]。该估计方法可以有效消除杂波功率水平变化所带来的不确定性, 保证所得协方差矩阵估计是恒虚警率(Constant False Alarm Rate, CFAR)的^[4]。

收稿日期: 2015-09-18

修回日期: 2015-10-19

基金项目: 国家自然科学基金(61102166, 61471379); 中国博士后科学基金(2013M540733, 2014T70904)

作者简介: 苗旭炳(1990—), 男, 山东青岛人, 硕士生, 研究方向为雷达信号处理技术。

在非均匀杂波环境下,除杂波功率水平不断变化之外,杂波协方差矩阵的结构特性也常常是快速变化的^[5]。此时,杂波统计特性不再满足独立同分布的均匀假设条件,因而用以估计主数据杂波特性的辅助数据往往很有限,导致使用常规协方差矩阵估计方法构建的检测器效果很差,为解决这个问题,常常需要引入一定的先验知识^[6]。贝叶斯方法^[7]在引入先验知识方面具有独特优势,与非贝叶斯方法相比,该方法可以更加有效地利用先验知识,降低辅助数据的规模需求,进而提升对雷达目标的检测性能。

基于协方差矩阵随机变化的复高斯分布模型,本文提出了一种知识辅助的杂波协方差矩阵贝叶斯估计方法。本文假设杂波协方差矩阵为服从某种分布的随机矩阵,选取逆 Wishart 分布^[8]作为协方差矩阵的先验分布引入,通过有限的辅助数据,利用贝叶斯方法推导了协方差矩阵的后验概率密度函数,进而得到了协方差矩阵的最大后验估计(Maximum a Posteriori Estimation, MAPE)。为验证所提协方差矩阵估计方法的有效性,本文选用经典的自适应匹配滤波器(Adaptive Matched Filter, AMF)^[9]作为检测框架,在非均匀杂波环境下与传统的 SCME 及 NSCME 方法进行了仿真对比。

1 问题描述

非均匀环境下的雷达目标检测问题可以描述为二元假设检验的形式。假设经空时采样后得到的雷达回波信号为 N 维复向量,用符号 \mathbf{y} 表示,则目标检测问题可以表示为

$$\begin{cases} H_0: \mathbf{y} = \mathbf{c} \\ H_1: \mathbf{y} = \mathbf{s} + \mathbf{c} \end{cases} \quad (1)$$

式中: \mathbf{s} 为目标回波信号; \mathbf{c} 为杂波(噪声和杂波)信号,二者同为 N 维复向量。当待检测目标真实存在时,则其回波信号 \mathbf{s} 可以表示为 $\mathbf{s} = \alpha \mathbf{p}$, 其中, α 为目标回波幅度, \mathbf{p} 为 N 维导向矢量。

若接受 H_0 假设,则表明雷达接收到的回波信号只包含杂波信号,即目标不存在;若接受 H_1 假设,则表明雷达接收到的回波信号中包含目标回波信号,即目标被检测到。

2 杂波协方差矩阵的 MAPE

为刻画非均匀环境杂波 \mathbf{c} 的统计特性,选用协方差矩阵 \mathbf{M} 为随机矩阵的复高斯分布来对其建模,则杂波信号 \mathbf{c} 在已知 \mathbf{M} 时的条件概率密度函数为

$$p(\mathbf{c}|\mathbf{M}) = \frac{1}{\pi^N |\mathbf{M}|} \exp[-(\mathbf{c}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{c})] \quad (2)$$

式中: $|\mathbf{M}|$ 为协方差矩阵 \mathbf{M} 的行列式; \mathbf{c}^H 为杂波信号

\mathbf{c} 的共轭转置。

除主数据外,还需要邻近距离单元的若干辅助数据来刻画主数据中的杂波特性。这里选取 K 个彼此之间相互独立的辅助数据,假设其分别为 $\mathbf{c}_i = [c_{i1}, c_{i2}, \dots, c_{iN}]$, $i = 1, 2, \dots, K$, 则其联合条件概率密度函数为

$$p(\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \dots, \mathbf{c}_K | \mathbf{M}) = \frac{1}{\pi^{KN} |\mathbf{M}|^K} \exp[-\sum_{i=1}^K \mathbf{c}_i^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{c}_i] \quad (3)$$

为方便后续推导,将自然底数的指数项表示为

$$\sum_{i=1}^K \mathbf{c}_i^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{c}_i = \text{tr}(\mathbf{M}^{-1} \mathbf{S}) \quad (4)$$

式中, $\text{tr}(\cdot)$ 表示矩阵的迹,

$$\mathbf{S} = \sum_{i=1}^K \mathbf{c}_i \mathbf{c}_i^H \quad (5)$$

则此时式(3)可以表示为

$$p(\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \dots, \mathbf{c}_K | \mathbf{M}) = \frac{1}{\pi^{KN} |\mathbf{M}|^K} \exp[-\text{tr}(\mathbf{M}^{-1} \mathbf{S})] \quad (6)$$

依据贝叶斯准则,协方差矩阵 \mathbf{M} 的后验概率密度函数可以表示为

$$p(\mathbf{M} | \mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \dots, \mathbf{c}_K) = \frac{p(\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \dots, \mathbf{c}_K | \mathbf{M}) p(\mathbf{M})}{p(\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \dots, \mathbf{c}_K)} \quad (7)$$

式中, $p(\mathbf{M})$ 是未知的,需要替换为选定的先验分布。

然而选择合适的先验分布并不是一件简单的事情,所选先验分布必须既能够很好地拟合协方差矩阵 \mathbf{M} 的统计特性,同时又方便进行推导运算。逆 Wishart 分布作为一种共轭分布,可以同时满足上述两个条件^[10],因而在 \mathbf{M} 的先验分布选择上备受青睐。

这里同样选用逆 Wishart 分布描述杂波协方差矩阵的随机性。假设 \mathbf{M} 服从均值为 $L\mathbf{\Sigma}_0$ 、自由度为 L ($L \geq N$) 的逆 Wishart 分布,则其概率密度函数 $f(\mathbf{M})$ 可以表示为

$$f(\mathbf{M}) = \frac{|\mathbf{M}^{-1}|^{L+N}}{h(L, N) \cdot |(L\mathbf{\Sigma}_0)^{-1}|^L} \exp[-\text{tr}(L\mathbf{\Sigma}_0 \mathbf{M}^{-1})] \quad (8)$$

式中,

$$h(L, N) = \pi^{N(N-1)/2} \prod_{n=1}^N \Gamma(L - n + 1) \quad (9)$$

其中: $\Gamma(\cdot)$ 表示 Gamma 函数; $\mathbf{\Sigma}_0$ 为 $N \times N$ 的正定阵,其值的选取主要取决于地形因素或环境的物理散射模型^[11]; 自由度 L 则反映了 $\mathbf{\Sigma}_0$ 作为先验信息的置信度, L 越大则 $\mathbf{\Sigma}_0$ 的置信度越高。

利用式(8)可以求得式(7)中的分母项,即

$$p(\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \dots, \mathbf{c}_K) = \int p(\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \dots, \mathbf{c}_K | \mathbf{M}) f(\mathbf{M}) d\mathbf{M} = \frac{h(L + K, N) |\mathbf{L}\mathbf{\Sigma}_0|^L}{\pi^{KN} h(L, N) |\mathbf{S} + \mathbf{L}\mathbf{\Sigma}_0|^{L+K}} \quad (10)$$

将式(6)、式(8)及式(10)代入式(7),整理可得协方差矩阵 \mathbf{M} 的后验概率密度函数为

$$p(\mathbf{M} | \mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \dots, \mathbf{c}_K) =$$

$$\frac{\exp\{-\text{tr}[(S+L\Sigma_0)\mathbf{M}^{-1}]\}}{|\mathbf{M}|^{L+N+K}h(L+K,N)} \quad (11)$$

则协方差矩阵 \mathbf{M} 的 MAPE 为

$$\hat{\mathbf{M}} = \underset{\mathbf{M}}{\text{argmax}} \{ \exp\{-\text{tr}[(S+L\Sigma_0)\mathbf{M}^{-1}]\} |\mathbf{M}^{-1}|^{L+N+K} \} \quad (12)$$

对式(3)~式(12)右边取对数,可得

$$\hat{\mathbf{M}} = \underset{\mathbf{M}}{\text{argmax}} \{ -\text{tr}[(S+L\Sigma_0)\mathbf{M}^{-1}] + (L+N+K)\ln|\mathbf{M}^{-1}| \} \quad (13)$$

其中,根据相关矩阵运算法则^[12]及 $a\lg x - Nx^{1/N} \leq a(N \cdot \lg a - N)$ ^[13], $a=L+N+K, x>0$,式(13)满足如下不等式

$$\begin{aligned} &-\text{tr}[(S+L\Sigma_0)\mathbf{M}^{-1}] + (L+N+K)\ln|\mathbf{M}^{-1}| \leq \\ &(L+N+K)\ln|(S+L\Sigma_0)\mathbf{M}^{-1}| - \\ &N|(S+L\Sigma_0)\mathbf{M}^{-1}|^{1/N} - (L+N+K)\ln|S+L\Sigma_0| \leq \\ &(L+N+K)[N\ln(L+N+K) - N - \ln|S+L\Sigma_0|] \quad (14) \end{aligned}$$

且当 $\mathbf{M} = (S+L\Sigma_0)/(L+N+K)$ 时等号成立,即

$$\hat{\mathbf{M}} = \frac{S+L\Sigma_0}{L+N+K} \quad (15)$$

至此便得到了协方差矩阵 \mathbf{M} 的知识辅助 MAPE。

3 仿真分析

为比较所提出的协方差矩阵贝叶斯估计方法与传统估计方法的性能优劣,本文选取 SCME 和 NSCME 方法作为比较对象,以经典的两步检测器 AMF 作为检测框架,在非均匀杂波环境下进行了仿真对比。其中,AMF,SCME 和 NSCME 的表达式分别为

$$\frac{|\mathbf{y}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{p}|^2}{\mathbf{p}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{p}} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \eta \quad (16)$$

$$\hat{\mathbf{M}}_{\text{SCME}} = \frac{1}{K} \mathbf{S} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \mathbf{c}_i \mathbf{c}_i^H \quad (17)$$

$$\hat{\mathbf{M}}_{\text{NSCME}} = \frac{N}{K} \sum_{i=1}^K \frac{\mathbf{c}_i \mathbf{c}_i^H}{\mathbf{c}_i^H \mathbf{c}_i} \quad (18)$$

用相应的估计形式替换 AMF 检测表达式中的协方差矩阵 \mathbf{M} ,即可获得相应的自适应检测器。将式(15)所得的估计结果代入式(16),即可获得知识辅助的自适应匹配滤波器(Knowledge-Aided Adaptive Matched Filter, KA-AMF)。

仿真过程中,信杂比的定义为 $R_{s,c} = 10\lg(|s|^2/|c|^2)$,虚警概率设为 $P_{fa} = 0.01$,待检测目标的导向矢量为 $\mathbf{p} = (1/\sqrt{N})[1, 1, \dots, 1]^T$,辅助数据与主数据维数均为 $N=5$,辅助数据规模为 $K=6$ 。 Σ_0 为单位阵型确定已知矩阵^[13-14],其定义为

$$\Sigma_0(i,j) = \rho^{|i-j|} \quad (19)$$

式中, ρ 为一步相关系数。在每次仿真循环中,选用均值为 $\Sigma_1(i,j) = 0.9^{|i-j|}$ 、自由度为 V 的 Wishart 分布^[15]分别随机生成主数据和辅助数据的杂波协方差矩阵,使得

每一次仿真中主数据和辅助数据的杂波协方差矩阵都不同,因此,仿真环境是非均匀的。仿真结果如图1所示。

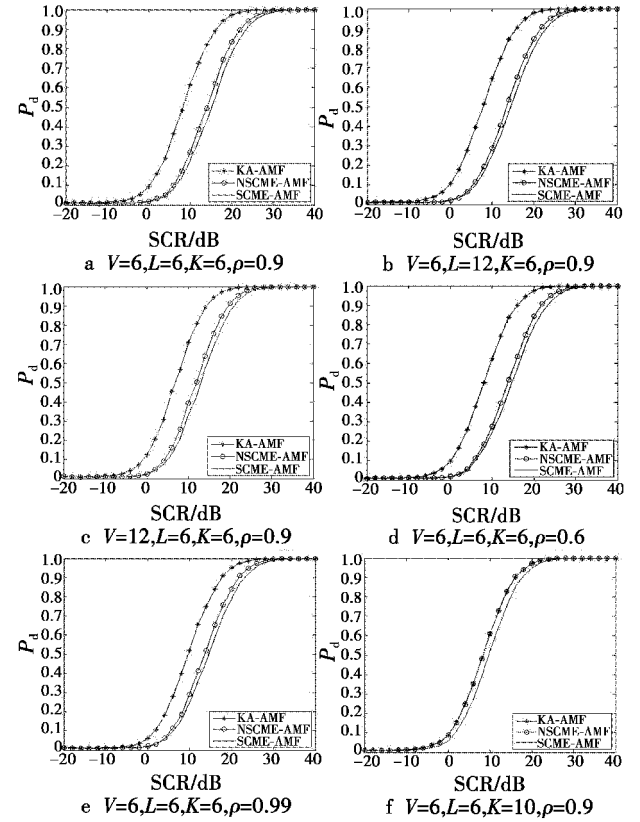


图 1 不同参数下,3 种方法的检测性能对比

Fig. 1 Detection performance comparison of the three methods under different parameters

结果显示,在非均匀杂波环境下,KA-AMF 的雷达目标检测效果要远优于传统的采用 NSCME 和 SCME 等非贝叶斯方法的 AMF。在辅助数据十分有限的情况下($K=6$),KA-AMF 在检测概率 $P_d = 0.9$ 处实现了约 2~6 dB 的性能提升,这表明,本文所提出的知识辅助协方差矩阵估计方法能够显著提升雷达的目标检测性能。

对比图 1a、图 1b 可以看出,随着自由度参数 L 的不断增大,先验知识的置信度逐渐上升,检测性能的提升也逐渐增大。而对于固定参数 L ,参数 V 的变化则对 KA-AMF 的检测性能提升影响不大,但对其自身检测概率有一定的影响,如图 1a、图 1c 所示,当参数 V 增大时,意味着所生成杂波的协方差矩阵偏离 Σ_1 的程度越来越小,因而在令 $\rho = 0.9$ 时,与 Σ_1 严格相等的 Σ_0 作为先验信息的置信度很高,在相同 SCR 下 KA-AMF 的检测概率有所提升。

本文还考察了参数 ρ 对检测效果的影响,如图 1a、图 1d 和图 1e 所示。当 ρ 趋近于 1 时,KA-AMF 的检测性能下降明显,而当 $\rho = 0.6$ 时,检测性能反而有所提

升。这表明,对于由复高斯分布建模的杂波环境而言,杂波协方差矩阵的结构对检测效果有非常显著的影响。当杂波协方差矩阵为对角占优矩阵时,检测效果普遍较好;而当矩阵对角优势不明显时,检测效果会有所下降。

当辅助数据的规模较大时($K \geq 2N$),KA-AMF 不再具备检测性能方面的优势,只略优于 SCME-AMF,与 NSCME-AMF 性能基本相同,如图 1f 所示。然而在实际非均匀环境下,辅助数据的规模十分有限,因此,本文所提出的知识辅助协方差矩阵估计方法具备广泛的实际应用价值。

4 结束语

针对非均匀杂波环境下杂波协方差矩阵结构快速变化的特点,本文提出了一种知识辅助的非均匀杂波协方差矩阵估计方法。为验证所提出方法的有效性,本文利用 AMF 作为检测器框架,将所提方法与 SCME 和 NSCME 方法进行了性能对比。仿真结果表明,相比于传统的非贝叶斯估计方法,所提出的知识辅助方法对检测器性能提升更有帮助,在辅助数据缺失的实际应用环境中,具备更高的应用价值。此外,本文还分析了不同条件参数对检测效果的影响,得出了相应结论,为先验知识的优化选择、参数选取提供了参考,为进一步提升检测器检测性能打下了良好基础。

参 考 文 献

- [1] REED I S, MALLETT J D, BRENNAN L E. Rapid convergence rate in adaptive arrays[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1974, 10(6):853-863.
- [2] 王永良,刘维建,谢文冲,等. 机载雷达空时自适应检测方法研究进展[J]. 雷达学报,2014,3(2):201-207. (WANG Y L, LIU W J, XIE W C. et al. Research progress of space-time adaptive detection for airborne radar [J]. Journal of Radars, 2014, 3(2):201-207.)
- [3] CONTE E, LOPS M, RICCI G. Adaptive matched filter detection in spherically invariant noise[J]. IEEE Signal Processing Letters, 1996, 3(8):248-250.
- [4] LIU P Z, SHUI P L, HUI M, et al. A new adaptive CFAR detection algorithm[J]. Journal of Information and Computational Science, 2015(12):845-853.
- [5] WANG P, LI H B, WANG Z, et al. Knowledge-aided parametric adaptive matched filter with automatic combining for covariance estimation[C]//IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), 2014:6108-6112.
- [6] BANG J H, MELVIN W L, LANTERMAN A D. Model-based clutter cancellation based on enhanced knowledge-aided parametric covariance estimation[J]. IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems, 2015, 51(1):154-166.
- [7] LI N, CUI G, YANG H, et al. Knowledge-aided Bayesian detection for MIMO radar in compound-Gaussian clutter with inverse Gamma texture[Z]. Radar Conference (RadarCon), IEEE, 2015.
- [8] HAFF L R. Estimation of the inverse covariance matrix: random mixtures of the inverse Wishart matrix and the identity[J]. Annals of Statistics, 1979, 7(6):1264-1276.
- [9] ROBEY F C, FUHRMANN D R, KELLY E J, et al. A CFAR adaptive matched filter detector[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1992, 28(1):208-216.
- [10] SVENSSON L, LUNDBERG M. On posterior distributions for signals in Gaussian noise with unknown covariance matrix[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(9):3554-3571.
- [11] GURRAM P R, GOODMAN N A. Spectral-domain covariance estimation with a priori knowledge[J]. IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems, 2006, 42(3):1010-1020.
- [12] BHATIA R. Matrix analysis[M]. New York: Springer, 1997:1-17.
- [13] MAIO D, FARINA A A, FOGLIA G. Knowledge-aided Bayesian radar detectors & their application to live data[J]. IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems, 2010, 46:170-183.
- [14] 周宇,张林让,刘楠. 贝叶斯雷达自适应检测算法研究[J]. 西安电子科技大学学报,2012,39(1):28-33. (ZHOU Y, ZHANG L R, LIU N. Research on Bayesian radar adaptive detection[J]. Journal of Xidian University, 2012, 39(1):28-33.)
- [15] MAIWALD D, KRAUS D. On moments of complex Wishart and complex inverse Wishart distributed matrices[C]//IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1997:3817-3820.