

基于 σ^2 比值法的自适应窗口 DAVAR 改进算法

杨浩天, 汪立新, 朱战辉, 孙田川
(火箭军工程大学, 西安 710025)

摘要: 动态 Allan 方差(DAVAR)法是分析非平稳性信号的有效工具,窗函数选取固定使得在辨识噪声时存在功率泄漏和定量单一的缺陷。为此,提出了一种以 σ^2 比值法(F 值)为判据标准,自适应调整窗口长度的 DAVAR 改进算法。首先用 F 值反映随机信号的突变特征,进而根据实时变化的 F 值计算窗函数的长度,并且自动对信号进行截取,最终将所计算的 DAVAR 绘制在三维图形内。对实际采集的陀螺仪随机信号的分析表明,该方法能准确反映动态噪声的变化特征,保证实时的突变跟踪能力和良好的置信度,为研究在各种干扰因素下陀螺仪组成的 IMU 误差建模与补偿提供了理论参考和评价依据。

关键词: 陀螺仪; σ^2 比值法; 自适应滑动窗; 动态 Allan 方差法

中图分类号: U666.12 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-637X(2016)10-0031-05

A DAVAR Improved Algorithm Based on Adaptive Window of σ^2 Ratio

YANG Hao-tian, WANG Li-xin, ZHU Zhan-hui, SUN Tian-chuan
(Rocket Force University of Engineering, Xi'an 710025, China)

Abstract: Dynamic Allan Variance(DAVAR) is an effective tool for the analysis of non-stationary signal. Since the window function is selected fixed, it has the defects of power leakage and single quantity in the identification of noise. Thus we put forward an improved DAVAR algorithm based on adaptive sliding window taking σ^2 ratio (F value) as the criteria. Firstly, the F value is used to reflect the mutation characteristics of stochastic signal. Then, the length of the window function is calculated out according to the real-time change of F value, and stochastic signal is intercepted automatically. Finally, the piecewise Allan value is drawn on 3-D graphics. Analysis is made to the collected gyroscope signal. The result shows that the method can accurately reflect the change of dynamic noise characteristics, and ensure implementation of mutation tracking ability and good degree of confidence, which provides a theoretical reference for the study of inertial navigation system composed by gyroscopes under interference factors.

Key words: gyroscope; σ^2 ratio; adaptive window; dynamic Allan variance

0 引言

动态 Allan 方差(DAVAR)法是由 GALLEANI L 等学者提出的一种分析原子钟时变稳定性的工具,它可以捕捉和描述信号的非平稳特征,揭示各种干扰因素对原子钟造成的影响^[1-4]。

DAVAR 法是 Allan 方差法的延伸和拓展,其本质是通过使用窗函数在不同的时间间隔内计算 Allan 方

差,并且将其结果绘制在三维图形内。DAVAR 法根据 Allan 方差与功率谱密度之间的关系来反映和辨识噪声参数,但是,由于引入窗函数的选取会不可避免地造成功率泄漏等缺陷,所以必然会对分析结果产生不利影响。

文献[5]通过采集在振动和变温条件下的实测数据,采用 DAVAR 法分析光纤陀螺的各种噪声系数在动态环境下的变化情况,较为准确地反映了其动态特性;文献[6]利用二维表示法定量描述 FOG 各主要噪声项的变化过程,分析了 FOG 的非平稳信号;文献[7]针对 DAVAR 法具有分析数据量大、运算时间长的缺点,提出了一种基于选择相关时间序列 τ 的改进型快

收稿日期:2015-11-30

修回日期:2016-01-05

基金项目:国家自然科学基金青年科学基金(61503390)

作者简介:杨浩天(1991—),男,陕西西安人,硕士,研究方向为半球谐振陀螺 IMU 导航算法与误差分析。

速计算方法,运算效率有所提高;文献[8]将窗函数引入 Allan 方差计算中,动态提取 MEMS 陀螺随机误差系数,得到的系数变化在均值范围内波动;文献[9]利用 DAVAR 法对机抖激光陀螺静态输出数据进行分析,有效分离了陀螺随机误差源的各分项,并根据方差随时间的变化观察了方差信号的平稳性;文献[10]采用 DAVAR 法对 MEMS 陀螺仪和加速度计进行随机误差项的辨识和时变特性分析;现有的研究方法基本都是采用一种窗口对信号进行截取,文献[11]提出的窗函数组合法在一定程度上满足了噪声辨识的要求,减少了能量泄漏,但是仍然不能很精确地反映其变化特性。

针对传统的 DAVAR 法存在的能量泄漏和定量表示单一的缺陷,本文提出一种以 σ^2 比值法作为判据,实时监测信号的突变程度,并自动调节窗函数长度的算法。通过对采集的陀螺随机实测数据进行分析,证实了该方法能够准确辨识各类噪声系数,并且提高了信号跟踪能力和具有更高的置信度。

1 DAVAR 法基本原理及 σ^2 比值法

1.1 DAVAR 法分析过程

DAVAR 法是 Allan 方差法的扩展和改进,首先,对于一个给定的分析点,采用以其为中心的固定长度截取原始信号,暂不考虑窗口以外的数据,然后,以截取样本为研究对象,计算其 Allan 方差。通过移动窗口分段估计,呈现不同时间的 Allan 方差估计结果,最终将所有的 Allan 方差按顺序排列起来,以一种更直观的方式将信号的时域稳定性和频域稳定性用三维图形体现出来,其具体计算过程如下:

- 1) 固定一个分析时间点 $t = t_1$;
- 2) 用中心点在 t_1 长度为 $W(t_1)$ 窗函数截断随机信号 $x(t)$;
- 3) 计算 Allan 方差 $\sigma_x^2(t_1, \tau)$;
- 4) 选择另一个时间分析点,比如 $t = t_2$ (选择的时间点 t_2 应使截断数据与前一时间点 t_1 的数据交叠,重复步骤 2) ~ 4), 得到 $\sigma_x^2(t_2, \tau)$, 以此类推,可以得到 Allan 方差集合 $\sigma_x^2(t_N, \tau)$;

5) 将 $\sigma_x^2(t_N, \tau)$ 按照时间顺序绘制在三维图形中,对各种噪声随时间的变化规律进行分析,可以直观地观察到各项误差系数的动态特性。

1.2 方差 σ^2 及判据方法

方差是概率论和统计方差衡量随机数据的有效度量,方差的定义为:设 x 为一个随机变量,方差可表示为

$$\sigma^2 = E\{[X - E(X)]^2\} \quad (1)$$

方差检验法在诸多领域也有所应用,本文即将各个时间区间内的方差值 σ_i^2 与随机信号的整体方差 σ^2 的比

值 F 作为稳定性判据的标准,其判别式定义为

$$F = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right) / \sigma^2 \quad (2)$$

由式(2)易得,当信号发生较大波动时,区间方差变化增大, F 值不断增加,反之亦然,因此,可以根据 F 值的变化来反映信号突变特征。

2 窗函数对 DAVAR 法的影响

由于 DAVAR 法的窗函数的类型和长度可以自由选择,因此其对 DAVAR 法的跟踪能力和置信度会有较大影响。具体分析如下。

1) 窗函数类型。

各种窗函数的幅频响应都存在明显的主瓣和旁瓣,两者的幅值衰减特性决定了窗函数的应用。基本的窗函数选择标准为:① 窗函数频谱的主瓣应尽可能窄;② 尽量减小旁瓣的相对幅度和数量。

2) 窗口的长度。

窗函数长度对准确分析信号的动态特性有着至关重要的作用。长窗口选取的样本数据较多,更有利于方差的计算,在相对平稳的随机过程中,其各项噪声系数基本稳定,窗口长度越长,方差估计置信度越高,但是当有干扰成分出现时,无法对突变点进行准确跟踪,容易造成误差;短窗口可以及时追踪信号突变,但会导致方差的置信度降低。

本文基于以上分析,以 F 值为判据准则,分析反映区间信号的突变程度,具体计算过程是利用该区间信号的 F 值来计算下一个窗口的长度,本文设计的改进窗长函数为

$$W(t+1) = \begin{cases} \lambda_1 & W(t) < \lambda_1 \\ W(t) - \text{sign}(F(t) - \tilde{F}) * \Delta W & \lambda_1 \leq W(t) \leq \lambda_2 \\ \lambda_2 & W(t) > \lambda_2 \end{cases} \quad (3)$$

式中: λ_1 和 λ_2 是常数,且 $\lambda_2 > \lambda_1$, 为自适应窗口长度的上下限,可以根据待分析信号的长度及平稳状况的实时信息来取值; \tilde{F} 为 $F(t)$ 稳态条件下的均值; ΔW 为窗口调节的步长,可以决定窗口每次增加或者缩小的范围。从式中可以看出:如果 t 时刻发生动态变化, $F(t)$ 就会大于稳态条件下的 \tilde{F} , $t+1$ 时刻窗口会自动变窄, $F(t)$ 越大窗宽缩小得越多;相反,如果 t 时刻计算得到的 $F(t)$ 小于 \tilde{F} , 窗口会自动变宽,逐步增加参与计算的样本个数,这样就能保证随着信号的变化程度来实时改变窗口长度。

3 F-DAVAR 改进算法

本文提出的以 F 值为判据标准自适应截取信号进

行 DAVAR 法计算的方法,其详细步骤如下^[12]所述。

1) 确定随机信号 $x(t)$,分析时间起始点 t_1 。

2) 用中心点为 t_1 、起始宽度为 $W(t_1)$ 的窗函数截断随机信号 $x(t)$,获得窗口截断信号 $y_T(t_1)$,支撑变量 t' 描述窗内渐渐的时间。

$$t - W(t_1)/2 \leq t' \leq t + W(t_1)/2 \quad (4)$$

$P_W(t')$ 为长度 $W(t_1)$ 的矩形窗函数,其定义为

$$P_W(t') = \begin{cases} 1 & |t'| \leq W/2 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (5)$$

截取得到的信号为

$$y_T(t_1, t') = y(t') P_W(t_1 - t') \quad (6)$$

3) 根据式(1)计算截断信号 $y_T(t_1, t')$ 的 $F(t_1)$,按照窗宽函数方程式(2)来确定 t_2 段信号的截取长度 $W(t_2)$ 。

4) 建立一个增量过程 $\Delta(t_1, t', \tau)$,定义为截断信号 $y_T(t_1, t')$ 同 Allan 窗口 $h_\tau(t')$ 的卷积,为

$$\Delta(t_1, t', \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} h_\tau(t' - t'') y_T(t_1, t'') dt'' \quad (7)$$

其中各变量需满足条件

$$t_1 - (W/2 - \tau) \leq t' \leq t_1 + (W/2 - \tau) \quad (8)$$

式中, $0 \leq \tau \leq \tau_{\max}$, τ_{\max} 为最大观测量,通常取 $W/3$,则可以定义为

$$\sigma_y^2(t_1, \tau) = \frac{1}{2} \langle \Delta^2(t_1, t', \tau) \rangle = \frac{1}{2(T - 2\tau)} \int_{t-L/2+\tau}^{t+L/2-\tau} \Delta^2(t_1, t', \tau) dt' \quad (9)$$

在 t_1 时刻的 Allan 方差可以被定义为

$$\sigma_y^2(t_1, \tau) = \frac{1}{2} E[\langle \Delta^2(t_1, t', \tau) \rangle] \quad (10)$$

5) 通过最小二乘拟合分离出 t_1 时刻陀螺的噪声系数

$$\sigma^2(t_1, \tau) = \sum_{i=-2}^2 A_i \tau^i \quad (11)$$

6) 将窗口滑动到 t_2 ,按照步骤3)计算所得的窗宽 $W(t_2)$ 截断信号 $x(t)$,获得窗口截断信号 $y_T(t_2)$,即重复步骤2)~5),得到 $\sigma_y(t_2, \tau)$,以此类推,可以得到时间域的方差序列 $\sigma_y(t_N, \tau)$ 和噪声拟合系数 $A(t_N)_1, \dots, A(t_N)_5$ 。其中,以 t_{n+1} 为中心的截断窗最好与以 t_n 为中心的截断窗相重叠。离散信号下的 DAVAR 算式为

$$\sigma^2(n, k) = \frac{1}{2(k\tau_0)^2(N - 2k)} \times \sum_{m=n-N/2+k}^{n+N/2-k-1} (x[m+k] - 2x[m] + x[m-k])^2 \quad (12)$$

式中: m 为平均因子, $1 \leq m \leq N - 1$; τ_0 为采样周期。

7) 最终将动态 Allan 方差序列 $\sigma_y^2(t_N, \tau)$ 按时间顺序绘制在同一幅 $\sigma_y - \tau - t$ 三维图上,准确观测随机误差的变化特性。

4 实验结果及分析

为了验证本文提出方法的有效性,实测采集某陀螺仪输出信号,并进行预处理后,得到其随机误差输出值,采样数据为 3600 个,采样周期 30 ms,如图 1 所示。

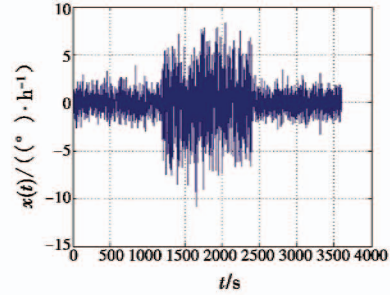


图 1 陀螺仪随机信号输出

Fig.1 Original data of random signal output

分别用窗口长度为 171, 501 的传统 DAVAR 法和本文提出的基于 F 值的自适应窗口 DAVAR 法进行分析,其中,阈值上下限 λ_1 和 λ_2 分别取 171 和 501, ΔL 取值为 4, \bar{F} 为稳态条件下的值 3.3,结果如图 2 所示。

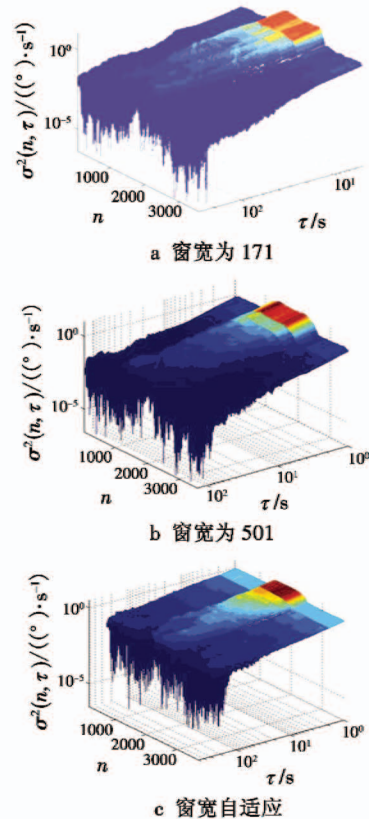


图 2 不同窗宽的 DAVAR 分析

Fig.2 DAVAR analysis under different window lengths

对图 2 分析可知:在传统的 DAVAR 法中,短窗口虽然在 1200 和 2400 采样点的时间跟踪上非常准确,但方差估计波动很大,置信度低。长窗口的方差值比较圆滑,但是对突变的跟踪能力很差。而 F-DAVAR 算

法将两者的优点结合起来,信号波动大的地方能够很好地反映其捕捉突变特性,在其他位置表现得很平滑。

在本文提出的算法中,如图3、图4所示,由 F 值与窗口长度的变化过程,可以清楚地观察到 F 值在采样点 1200 和 2400 处迅速地捕捉到其突变特性,同时,窗口长度也在随着 F 值的变化而变化,进而对信号进行自适应的截取。

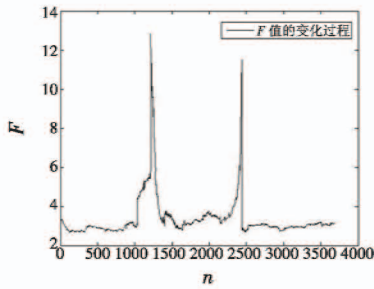


图3 F 值的变化过程

Fig.3 The changing process of F value

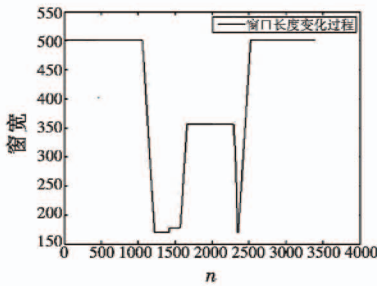


图4 窗口长度的变化过程

Fig.4 The changing process of window length

不同窗长下 DAVAR 跟踪能力比较如表 1 所示。

表1 不同窗长下 DAVAR 跟踪能力比较表

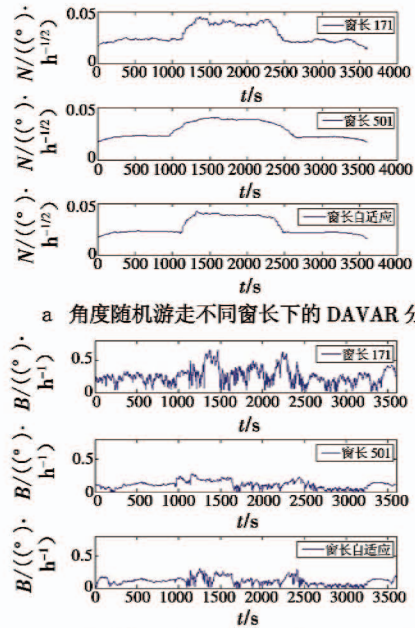
Table 1 Comparison of DAVAR analysis under different window lengths

	突变起始点	突变结束点
突变基准值	1200	2400
窗长 171	1050	2450
窗长 501	968	2640
自适应窗长	1150	2380

对表1中数据分析可知,改进的自适应窗口算法在跟踪信号突变能力上与短窗口基本一致,优于长窗口。

利用最小二乘拟合 Allan 方差,可以得到角度随机游走 N 和零偏不稳定性 B 在不同窗长条件下量值随时间变化的趋势。这两个值也是影响陀螺精度的主要因素。对图5分析可知:在窗宽 171 时,采集计算的样本数据少,造成方差计算值波动很大,置信度很低;窗宽 501 时,样本数据较大,置信度高,但方差计算值相对稳定平滑。F-DAVAR 算法在发生动态变化的时间段有效地跟踪到了信号的突变,又提高了信号的置信

度水平。



a 角度随机游走不同窗长下的 DAVAR 分析

b 零偏稳定性不同窗长下的 DAVAR 分析

图5 各噪声系数在不同窗长下的 DAVAR 分析

Fig.5 DAVAR analysis of noise factors under different window lengths

表2是在采样点 2500 和 3500 之间的各项噪声的均值同标准值的比较表,可以清晰地看出本文所提出的方法最接近标准值。

表2 稳定条件下噪声系数的估计值

Table 2 Noise coefficient estimation under stable condition

噪声系数	标准值	F-DAVAR	DAVAR171	DAVAR501
$Q/\mu\text{rad}$	0.324 5	0.281 3	0.380 4	0.315 9
$N/((^\circ) \cdot h^{-1/2})$	0.175 2	0.017 7	0.018 1	0.018 4
$B/((^\circ) \cdot h^{-1})$	0.134 6	0.152 2	0.427 6	0.245 8
$K/((^\circ) \cdot h^{-3/2})$	0.825 8	1.298 1	1.922 5	1.452 7
$R/((^\circ) \cdot h^{-2})$	1.587 4	3.867 5	6.348 6	5.372 1

由分析可知:对于低频噪声 K 和 R 来说,DAVAR 法不能很好地辨识出噪声系数,与标准值相差较大,具体原因在于 DAVAR 通过窗口截取的方法来处理信号,不可避免地造成能量泄漏的问题。而对于高频噪声 Q, B, N , DAVAR 则能够清晰地表征噪声系数,与标准值的差异很小。在平稳过程中, F-DAVAR 算法的各项噪声的均值与长窗口时基本一致,即信号比较平滑,置信度较高,并且能够保持短窗口跟踪突变特性的能力,因此,本文所提出的改进算法同时兼顾了长、短窗口的优点,对陀螺仪随机误差分析提供了更加有效的途径。

5 结论

DAVAR 法能否准确有效地对动态环境下惯性传

感器输出信号进行分析,窗函数的选择是极为关键的一个环节。本文通过 σ^2 比值法表征陀螺输出的动态变化,以 F 值为变量设计窗宽函数,自适应调节窗宽截取原始数据,对 DAVAR 法进行了有效改进。通过实测数据分析证明,该算法既能有效地跟踪信号的动态变化,又能以较高的置信度对信号进行分析,兼顾了长、短窗口的优点。将本文改进的算法应用于陀螺漂移误差信号的分析,可以准确地跟踪和描述信号的非平稳过程,不仅有利于惯性器件误差的建模与补偿,还将在导航设备应用方面具有重要的实际推广价值。

参考文献

- [1] GALLEANI L, TAVELLA P. Interpretation of the dynamic Allan variance of non-stationary clock data [C]//IEEE Frequency Control Symposium(FCS)/The 21st European Frequency and Time Forum(EFTF). Geneva, Switzerland, 2007:992-997.
- [2] NUNZI E, GALLEANI L, TAVELLA P. Detection of anomalies in the behavior of atomic clocks[J]. IEEE Transactions on instrumentation and Measurement, 2007, 56(2): 523-528.
- [3] GALLEANI L. The dynamic Allan variance [J]. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 2009, 56(3): 450-462.
- [4] GALLEANI L. The dynamic Allan variance IV: characterization of atomic clock anomalies[J]. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 2015, 62(5): 791-801.
- [5] 李冀辰,高凤岐,王广龙,等. 光纤陀螺振动和变温条件下的 DAVAR 分析[J]. 中国激光, 2013, 40(9): 09080041-09080047. (LI J C, GAO F Q, WANG G L, et al. Analysis of dynamic Allan variance for fiber optic gyro under vibration and variable temperature conditions [J]. Chinese Journal of Laser, 2013, 40(9): 09080041-09080047.)
- [6] 高伟伟,王广龙,高凤岐,等. 一种基于 DAVAR 的 FOG 随机信号处理新方法[J]. 解放军理工大学学报:自然科学版, 2014, 15(4): 330-334. (GAO W W, WANG G L, GAO F Q, et al. New random signal processing method for FOG based on DAVAR [J]. Journal of PLA University of Science and Technology: Natural Science Edition, 2014, 15(4): 330-334.)
- [7] 张谦,王玮,王蕾,等. 基于动态 Allan 方差的光纤陀螺随机误差分析及算法改进[J]. 光学学报, 2015, 35(4): 57-63. (ZHANG Q, WANG W, WANG L, et al. Research on random errors of fiber optic gyro based on dynamic Allan variance and algorithm improvement [J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(4): 57-63.)
- [8] 徐定杰,苗志勇,沈锋,等. MEMS 陀螺随机漂移误差系数的动态提取[J]. 宇航学报, 2015, 36(2): 217-223. (XU D J, MIAO Z Y, SHEN F, et al. Dynamic extraction MEMS gyro random error coefficients [J]. Journal of Astronautics, 2015, 36(2): 217-223.)
- [9] 魏国,龙兴武. 基于动态 Allan 方差的光纤陀螺随机误差研究[J]. 中国激光, 2010, 37(12): 2975-2979. (WEI G, LONG X W. Research on stochastic errors of dithered ring laser gyroscope based on dynamic Allan variance [J]. Chinese Journal of Laser, 2010, 37(12): 2975-2979.)
- [10] 陈帅,赵开斌,赵琳. 基于动态 Allan 方差 MEMS 惯性测量单元的性能评价[J]. 应用科技, 2013, 40(5): 71-74. (CHEN S, ZHAO K B, ZHAO L. Performance evaluation of MEMS inertial measurement unit based on dynamic Allan variance [J]. Applied Science and Technology, 2013, 40(5): 71-74.)
- [11] 张娜,李绪友. 动态 Allan 方差的理论改进及其应用研究[J]. 光学学报, 2011, 31(11): 70-75. (ZHANG N, LI X Y. Research on theoretical improvement of dynamic Allan variance and its application [J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(11): 70-75.)
- [12] 汪立新,朱战辉,黄松涛. 基于峭度和自适应滑动窗的陀螺动态特性分析方法[J]. 中国惯性技术学报, 2015, 23(4): 533-539. (WANG L X, ZHU Z H, HUANG S T. Analysis method for gyroscope dynamic characteristics based on kurtosis and adaptive sliding window [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2015, 23(4): 533-539.)

欢迎投稿 <http://www.dgykz.com>