

量测随机丢失的非线性相关系统滤波算法

安喜彬¹, 何兵¹, 秦伟伟¹, 林浩申¹, 钱晓俊²

(1. 火箭军工程大学空间工程系, 西安 710025; 2. 火箭军驻柳州军事代表室, 广西 柳州 545012)

摘要: 针对非线性相关系统中量测数据随机丢失问题, 研究了带有随机量测数据丢失且带有相关噪声的扩展卡尔曼滤波算法。通过引入相关系数和服从伯努利分布的传输系数的方法, 提出了带相关噪声的量测数据随机丢失EKF。最后, 将所提算法应用于空间非合作目标的跟踪问题, 仿真实验验证了算法的有效性。

关键词: 卡尔曼滤波; EKF; 相关噪声; 量测丢失

中图分类号: V412.4 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-637X(2016)10-0018-03

EKF for Nonlinear Relevance Systems with Random Measurement Loss

AN Xi-bin¹, HE Bing¹, QIN Wei-wei¹, LIN Hao-shen¹, QIAN Xiao-jun²

(1. Department of Aerospace Engineering, Rocket Force University of Engineering, Xi'an 710025, China;

2. Military Representative Office of Rocket Force in Liuzhou, Liuzhou 545012, China)

Abstract: To the problem of random measurement loss in nonlinear systems, the Extend Kalman Filter (EKF) with random measurement loss and with relevance noise is studied. By using correlation coefficient and the transmission factor following Bernouli distribution, an EKF with random measurement loss is proposed for nonlinear systems with relevance noise. Finally, the algorithm is applied in tracking space non-collaborate objects, and its validity is proved.

Key words: Kalman filter; EKF; relevance noise; measurement loss

0 引言

随着信息网络的发展, 无线通信逐渐替代有线通信成为信息通信主流。无线通信相比于有线通信摆脱了传播线路的局限, 使信息的传播途径更加宽广^[1]。无线通信给人们带来便捷的同时, 也带来了诸如数据包丢失及数据包传输延时等问题^[1-4]。目前, 非线性滤波方法的研究成为研究热点^[5-8]。常见的非线性滤波方法有扩展卡尔曼滤波(EKF)^[9]、无迹卡尔曼滤波^[5-6]、容积卡尔曼滤波^[7]和粒子滤波^[8]。EKF理论已经非常成熟, 被广泛应用于实际, 性能稳定、可靠性较高, 故本文拟采用EKF对非线性相关系统进行分析。国外的相关学者对线性系统的量测数据丢失问题进行了深入研究^[7-8, 10-11], 并取得了理想的结果, 但关于非线性系统的数据丢失问题, 还没有得到有效解决。前期对线性

系统的相关噪声和量测丢失等单方面影响分别进行了研究^[5-14], 现实中, 非线性相关系统中量测数据随机丢失问题普遍存在, 目前还没有较好的滤波器对该问题进行处理。针对此问题提出了带相关噪声的量测随机丢失的扩展卡尔曼滤波, 在解决非线性相关系统的数据丢失问题上具有重要意义。

1 问题描述

考虑如下非线性系统

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = f(\mathbf{x}_k) + \boldsymbol{\omega}_k \\ \mathbf{z}_k = \gamma_k h(\mathbf{x}_k) + \boldsymbol{\nu}_k \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{x}_k \in \mathbf{R}^m$ 与 $\mathbf{z}_k \in \mathbf{R}^m$ 分别为状态向量和量测向量; $\boldsymbol{\omega}_k \in \mathbf{R}^m$ 和 $\boldsymbol{\nu}_k \in \mathbf{R}^m$ 分别为系统噪声和量测噪声, 且 $\boldsymbol{\omega}_k$ 和 $\boldsymbol{\nu}_k$ 相关。过程噪声的统计特性为 $\boldsymbol{\omega}_k \sim N(0, Q)$, γ_k 为丢失系数, $\gamma_k = 1$ 表示量测数据正常传输且 $\boldsymbol{\nu}_k \sim N(0, R)$, $\gamma_k = 0$ 表示量测数据传输丢失, 量测数据只有噪声, 故认为方差满足 $\boldsymbol{\nu}_k \sim N(0, \delta^2 \mathbf{I})$ 且 $\delta \rightarrow \infty$, 噪声的相关性用互协方差矩阵 \mathbf{M} 表示, 定义为: $E(\boldsymbol{\omega}_i \boldsymbol{\nu}_j^T) = \mathbf{M} \delta_{ij}$, $E[\cdot]$ 表示期望。

收稿日期: 2015-08-17

修回日期: 2016-08-26

基金项目: 国家自然科学基金(61403399); 陕西省基金(2015JQ6213)

作者简介: 安喜彬(1993—), 男, 河南开封人, 硕士, 研究方向为信息融合。

假设通信系统数据传输过程中,为了保证网络畅通,每个数据包仅发一次,并且估计器每次仅能接收一个数据包。本文研究的主要问题是基于观测值 $(\gamma_1 z_1 \ \gamma_2 z_2 \ \cdots \ \gamma_k z_k)$, 求解 k 时刻状态 x_k 的线性最小方差估计值 \hat{x}_k 。当 $\gamma_k = 1$ 、数据正常到达时为滤波器,利用当前量测值对状态进行更新,当 $\gamma_k = 0$ 、数据丢失时为预报器,根据前期量测数据对当前状态进行估计。本文分析了非线性相关系统的量测随机丢失的 EKF,并推导出最小均方差下的最优卡尔曼增益 K 和预测协方差矩阵 P 。

2 含相关噪声的量测随机丢失 EKF

2.1 算法推导

根据最优滤波器的推导过程,可推导得到相应的协方差为

$$\begin{aligned} P_{k+1|k+1} &= E[(z_{k+1} - \hat{z}_{k+1|k+1})(z_{k+1} - \hat{z}_{k+1|k+1})^T | Z_{k+1}, \gamma_{k+1}] = \\ &= P_{k+1|k} - K_k H_k P_{k+1|k} - K_k E[v_k(\varepsilon_k^-)^T] - \\ &= P_{k+1|k} H_k^T K_k^T + K_k H_k P_{k+1|k} H_k^T K_k^T + K_k E[v_k(\varepsilon_k^-)^T] H_k^T K_k^T - \\ &= E[\varepsilon_k^- v_k^T] K_k^T + K_k H_k E[\varepsilon_k^- v_k^T] K_k^T + K_k E[v_k v_k^T] K_k^T \end{aligned} \quad (2)$$

式中, $Z_{k+1} = [z_1 \ z_2 \ \cdots \ z_k]$ 。

当 $\frac{\partial \text{tr}(P_k^*)}{\partial K_k} = 0$ 可得最优卡尔曼增益为

$$K_{k+1} = (P_{k+1|k} H_{k+1} + M)(H_{k+1} P_{k+1|k} H_{k+1}^T + \gamma_{k+1} R + (1 - \gamma_{k+1}) \delta^2 I + H_{k+1} M_{k+1} + M_{k+1}^T H_{k+1}^T)^{-1} \quad (3)$$

当 $\gamma_k = 0$ 时, $\delta \rightarrow \infty$, 所以可推得: $K_{k+1} = 0$ 。经过近似得到

$$K_{k+1} = \gamma_{k+1} (P_{k+1|k} H_{k+1} + M) \times (H_{k+1} P_{k+1|k} H_{k+1}^T + R + H_{k+1} M_{k+1} + M_{k+1}^T H_{k+1}^T)^{-1} \quad (4)$$

由推导出的最小均方差下的最优卡尔曼增益和协方差矩阵可以看出,当 $\gamma_k = 1$ 时,相关噪声项使卡尔曼增益变大,协方差矩阵减小,使量测对估计值的影响加大,收敛速度更快,精度更高。量测数据丢失系数的引入,使得噪声对估计的影响减少,尤其当 $\gamma_k = 0$ 时,量测数据全部是噪声,此时对估计值和协方差矩阵不进行修正,利用一步预测值作为估计值,降低了噪声的影响,与未发生数据丢失的理想 EKF 相比,收敛速度变慢。

2.2 滤波步骤

1) 初始化。

$$\begin{cases} \hat{x}_0^+ = E(x_0) \\ P_0^+ = E[(x_0 - \hat{x}_0^+)(x_0 - \hat{x}_0^+)^T] \end{cases} \quad (5)$$

2) 滤波方程。

$$\begin{cases} \hat{x}_{k+1|k} = A \hat{x}_{k|k}, P_{k+1|k} = A P_k A^T + Q \\ K_{k+1} = \gamma_{k+1} (P_{k+1|k} H_{k+1} + M) \times \\ (H_{k+1} P_{k+1|k} H_{k+1}^T + R + H_{k+1} M_{k+1} + M_{k+1}^T H_{k+1}^T)^{-1} \\ \hat{x}_{k+1|k+1} = \hat{x}_{k+1|k} + \gamma_{k+1} K_{k+1} (y_{k+1} - H_{k+1} \hat{x}_{k+1|k}) \\ P_{k+1|k+1} = P_{k+1|k} - \gamma_{k+1} K_{k+1} (H_{k+1} P_{k+1|k} + M) \end{cases} \quad (6)$$

由式(6)可知,当 $\gamma_k = 1$ 且 $M = 0$ 时,即无数据丢失、噪声不相关时,该算法与标准的 EKF 一致;当 $\gamma_k = 1$ 且 $M \neq 0$ 时,即无数据丢失但含有相关噪声时,该算法与文献[14]中给出的结果一致。当 $\gamma_k < 1$ 且 $M = 0$ 时,即有数据丢失、无相关噪声时,该算法即为仅有数据丢失的 EKF。

3 仿真算例

空间目标跟踪问题为典型的非线性滤波问题。空间监视系统的过程噪声和量测噪声存在较强的相关性,且空间信息传输过程中干扰较强易发生数据包丢失问题。选取空间非合作目标的跟踪问题作为仿真算例。

3.1 仿真模型

1) 运动模型。

在 J2000.0 地心惯性坐标系中,定义目标卫星的状态矢量为 $X = [r^T \ \dot{r}^T]^T$, 其中, r 和 \dot{r} 分别表示在 J2000.0 惯性系下目标卫星的位置和速度矢量。则在二体问题下,卫星运动的状态微分方程可表示为

$$\dot{X}(t) = F(X(t)) = [\dot{r}^T \ \ddot{r}^T]^T \quad (7)$$

式中: $F(\cdot)$ 为状态量 X 的非线性变换; r 为状态矢量, $r = [x \ y \ z]^T$ 。

2) 量测模型。

假设高轨观测平台可以被动获得非合作目标发射的信号或通过光学测量等方式获得目标卫星的方位角 β_k 和俯仰角 ε_k , 定义观测向量为 $Z(k) = [\beta_k, \varepsilon_k]^T$, 则观测方程可表示为状态变量 X 的非线性函数

$$Z(k) = \gamma_k H(X(k)) + n(k) \quad (8)$$

3.2 仿真结果

3.2.1 仅含相关噪声

仿真中假定测角误差为 $\sigma_\beta = \sigma_\varepsilon = 1$ mrad, 滤波周期 $T = 3$ s, 设定初始误差为 $[100 \ 100 \ 100 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1]^T$, 位置 r 单位为 km, 速度 \dot{r} 单位为 km/s。过程噪声方差 $Q = \text{diag}([100 \ 100 \ 100 \ 1 \ 1 \ 1]^2)$, 量测方差 $R = \text{diag}([0.001 \ 0.001]^2)$, 相关性系数 $M = [\text{diag}(0.03, 0.03) \ \text{zeros}(2, 4)]^T$ 。进行 200 次 Monte Carlo 仿真计算。

图 1、图 2 为相关噪声情况下采用带相关噪声 EKF 和标准 EKF 的对比图。

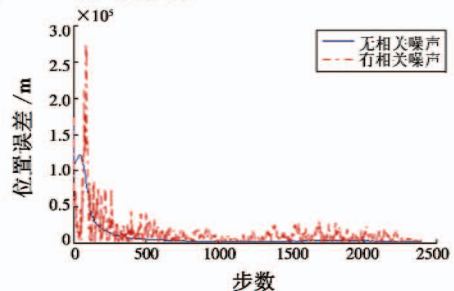


图 1 仿真 1 位置误差

Fig. 1 RMSE of position in Simulation 1

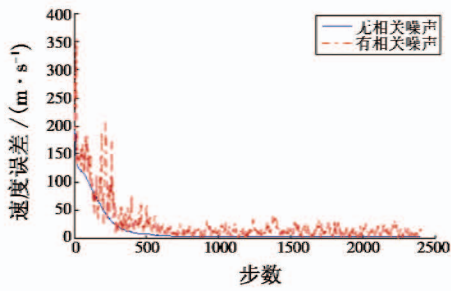


图2 仿真1 速度误差

Fig. 2 RMSE of velocity in Simulation 1

由仿真结果可知,当噪声为相关噪声时,带相关噪声 EKF 的收敛速度比无相关噪声的标准 EKF 的收敛速度快、精度高。

3.2.2 仅含量测丢失

初始误差、过程噪声和量测噪声方差与仿真1 相同。量测丢失概率为 0.2,进行 200 次 Monte Carlo 仿真计算。

图3、图4 为量测部分丢失情况下,采用量测丢失 EKF 和标准 EKF 的对比图。

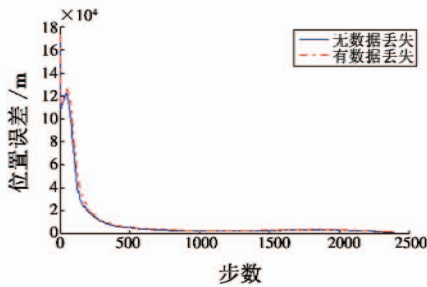


图3 仿真2 位置误差

Fig. 3 RMSE of position in Simulation 2

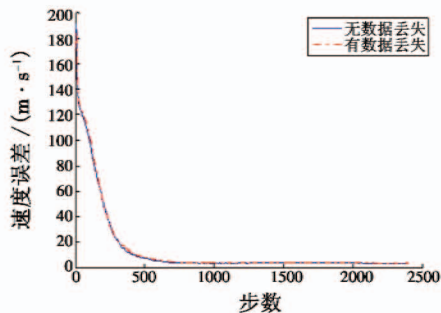


图4 仿真2 速度误差

Fig. 4 RMSE of velocity in Simulation 2

由仿真结果可知,当数据部分丢失时,用估计值填补丢失值,滤波器仍会收敛,但收敛速度将会降低。

3.2.3 带相关噪声的部分量测丢失 EKF

量测丢失概率为 0.2,相关系数与仿真1 相同,如图5、图6 所示。进行 200 次 Monte Carlo 仿真计算。由仿真结果可以看出,当系统带有相关噪声并且量测值部分丢失时,设计的滤波器仍可较快收敛,但收敛速

度、精度有所下降。

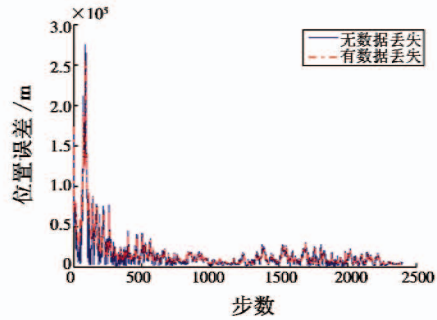


图5 仿真3 位置误差

Fig. 5 RMSE of position in Simulation 3

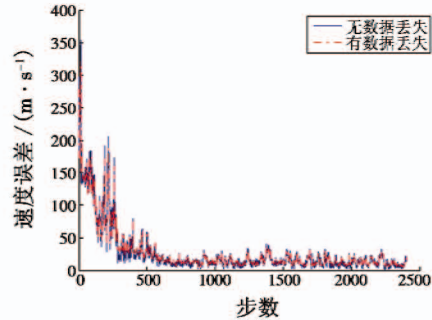


图6 仿真3 速度误差

Fig. 6 RMSE of velocity in Simulation 3

4 总结

本文针对信息传输中实际相关系统的量测随机丢失的情况,设计了带相关噪声的量测数据随机丢失的 EKF。对非线性系统的带有相关噪声和部分量测数据随机丢失的 EKF 进行了研究,并根据 P 阵的变化说明了两种情况对滤波器性能的影响。最后,提出了带有相关噪声的量测随机丢失 EKF,分析了协方差矩阵 P 的变化对滤波器性能的影响,并验证了滤波器的有效性。

参考文献

[1] 逢崇雁,孙书利.带未知观测输入和观测丢失多传感器随机不确定系统的集中式融合滤波[J].黑龙江大学学报(工学版),2015,6(2):74-79. (PANG C Y, SUN S L. Centralized fusion filtering for stochastic uncertain systems with unknown measurement inputs and missing measurements[J]. Journal of Engineering of Heilongjiang University, 2015, 6(2):74-79.)

[2] 赵利强,刘唐江,王建林,等.不完全量测下的 Cubature 卡尔曼滤波方法[J].北京化工大学学报:自然科学版,2015(2):102-106. (ZHAO L Q, LIU T J, WANG J L, et al. Cubature Kalman filter with incomplete measurements

有效性。另外,将本文算法应用于模拟电路的故障检测,从实验结果可以看出,在保证分类器性能不下降的前提下,算法进一步提高了模拟电路的模型训练效率,证实了 DGISVDD 算法的实用性,表明新算法在模拟电路故障检测中具有很大的应用潜力。

参 考 文 献

- [1] TAX D M J, DUIN R P W. Support vector data description [J]. *Machine Learning*, 2004, 54(1):45-66.
- [2] SHIN H J, EOM D H, KIM S S. One-class support vector machines-an application in machine fault detection and classification[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2005, 48(2):395-408.
- [3] ZHUANG J F, LUO J, PENG Y Q, et al. On-line fault detection method based on modified SVDD for industrial process system[C]//IEEE Xplore, Intelligent System and Knowledge Engineering, 2008:567-572.
- [4] XIE L, KRUGER U. Statistical processes monitoring based on improved ICA and SVDD[J]. *Intelligent Computing*, 2006, 4113(3):1247-1256.
- [5] TAX D M J. One-class classification [D]. Netherlands: Technische Universiteit Delft, 2001.
- [6] CHU C S, TSANG I W, KWOK J T. Scaling up support vector data description by using core-sets[C]//IEEE International Joint Conference on Neural Networks, 2004: 425-430.
- [7] 杜敏杰,蔡金燕. 基于样本约简的实时 SVDD 算法与电路故障检测应用[J]. *微电子学与计算机*, 2013, 30(7): 86-90. (DU M J, CAI J Y. A real time SVDD algorithm based on samples-reduced and its fault detection application in circuit[J]. *Microelectronics & Computer*, 2013, 30(7):86-90.)
- [8] TAX D M J, LASKOV P. Online SVM learning: from classification to data description and back[C]//Proceedings of IEEE International Workshop on Neural Networks for Signal Proceeding, 2003:499-508.
- [9] CAUWENBERGHS G, POGGIO T. Incremental and decremental support vector machine learning[J]. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 2001, 13(5):409-415.
- [10] GALMEANU H, ANDONIE R. Implementation issues of an incremental and decremental SVM [C]//The 18th International Conference on Artificial Neural Networks, 2008:325-335.
- (上接第 20 页)
- [J]. *Journal of Beijing University of Chemical Technology; Natural Science Edition*, 2015(2):102-106.)
- [3] LI H, WU Q H, HUANG H. Control of spatially interconnected systems with random communication losses [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2010, 36(2):258-266.
- [4] MA W G, SHAO C. Stochastic stability for networked control systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2007, 33(8): 878-882.
- [5] SIMON D. 最优状态估计: 卡尔曼, H_∞ 及非线性滤波 [M]. 北京:国防工业出版社, 2013. (SIMON D. *Optimal state estimation: Kalman, H_∞ and nonlinear approaches* [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2013.)
- [6] 杨小军. 基于 Unscented 信息滤波器的分布式目标融合跟踪[J]. *吉林大学学报:工学版*, 2015, 45(2):658-662. (YANG X J. Distributed fusion and target tracking based on Unscented information filter[J]. *Journal of Jilin University: Engineering and Technology Edition*, 2015, 45(2):658-662.)
- [7] 林浩申,黄璜,刘刚,等. 基于 SCKF 算法的空间机动目标跟踪研究[J]. *光电与控制*, 2015, 22(3):64-68. (LIN H S, HUANG H, LIU G, et al. Tracking of maneuvering spatial target based on SCKF [J]. *Electronics Optics & Control*, 2015, 22(3):64-68.)
- [8] 赵光琼,陈绍刚,付奎,等. 基于变尺度变换减少 Sigma 点的粒子滤波算法研究[J]. *自动化学报*, 2015, 41(7):1350-1355. (ZHAO G Q, CHEN S G, FU K, et al. A particle filter algorithm based on scaled UKF with reduced Sigma points[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2015, 41(7): 1350-1355.)
- [9] 余辉荣,夏侯恺顺,叶景志,等. 基于扩展卡尔曼滤波的自适应混合估计算法[J]. *自动化与仪表*, 2014(1):6-10. (YU H R, XIAHOU K S, YE J Z, et al. Self-adaptive hybrid estimation algorithm based on extended Kalman filter[J]. *Automatic & Instrumentation*, 2014(1):6-10.)
- [10] MA J, SUN S L. Information fusion estimators for systems with multiple sensors of different packet dropout rates [J]. *Information Fusion*, 2011, 12(3):213-222.
- [11] LIU X, GOLDSMITH A J. Kalman filtering with partial observations [C]//IEEE Conference Decision Control, 2004:1413-1418.
- [12] MAO Y H, HAN C Z, DUAN Z S. Dynamic error spectrum for estimation performance evaluation: a case study on interacting multiple model algorithm [J]. *The Institution of Engineering and Technology*, 2014, 8(2):202-210.
- [13] SUN S L. Optimal estimator for systems with finite consecutive packet dropouts [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2009, 16(7):557-560.
- [14] 许大星. 非线性系统的几种滤波算法研究 [D]. 杭州:杭州电子科技大学, 2013. (XU D X. *Research on several filtering algorithms with non-linear system* [D]. Hangzhou: Hangzhou Dianzi University, 2013.)