

# 大视场星敏感器光学畸变对焦距标定影响建模分析

何贻洋<sup>1</sup>, 王宏力<sup>1</sup>, 陆敬辉<sup>1</sup>, 刘云峰<sup>2</sup>, 崔祥祥<sup>1</sup>

(1. 第二炮兵工程大学控制工程系, 西安 710025; 2. 二炮驻成都地区军事代表室, 成都 610041)

**摘要:** 光学畸变是大视场星敏感器标定的重要误差源之一, 由于各误差之间存在耦合, 光学畸变将会影响焦距标定精度。针对此问题, 基于针孔模型, 建立了光学畸变对焦距标定影响的数学模型, 推导得到了采用最小二乘法时标定用导航星的入射角参考阈值 $\beta_{\max}$ , 为星敏感器的焦距标定提供了理论参考。仿真实验表明, 与标定用导航星的部分或全部入射角大于 $\beta_{\max}$ 时的焦距标定精度相比, 标定用导航星的入射角均小于 $\beta_{\max}$ 时的焦距标定精度分别平均提高了5倍和10倍左右, 有效降低了光学畸变对焦距标定精度的影响。

**关键词:** 大视场星敏感器; 光学畸变; 参考阈值; 焦距标定

中图分类号: V241.62

文献标志码: A

文章编号: 1671-637X(2016)01-0053-04

## Optical Distortion Influence of WFOV Star Sensor on Focal Length Calibration

HE Yi-yang<sup>1</sup>, WANG Hong-li<sup>1</sup>, LU Jing-hui<sup>1</sup>, LIU Yun-feng<sup>2</sup>, CUI Xiang-xiang<sup>1</sup>

(1. Department of Control Engineering, The Second Artillery Engineering University, Xi'an 710025, China;

2. Military Delegate Office of The Second Artillery in Chengdu, Chengdu 610041, China)

**Abstract:** Optical distortion is one of important error sources of Wide Field-of-View (WFOV) star sensor, which has a great effect on focal length calibration due to coupling between the errors. To solve the problem, we established a mathematical model to determine the coupling relationship between optical distortion and focal length based on pinhole model. The referring threshold  $\beta_{\max}$  of guide star incident angle is deduced using least square method to calibrate focal length, which provides the theoretical reference for focal length calibration. Simulation results demonstrate that: compared with calibration accuracy in cases that partial or all the guide star incident angles are greater than  $\beta_{\max}$ , the focal length calibration accuracy in case that all guide star incident angles are less than  $\beta_{\max}$  is increased by five times and ten times respectively. The influence of optical distortion on focal length calibration is effectively reduced.

**Key words:** WFOV star sensor; optical distortion; referring threshold; focal length calibration

## 0 引言

星敏感器作为一种高精度的姿态测量器件, 其定姿精度是目前各种姿态测量器件中最高的, 可达角秒级<sup>[1]</sup>, 其定位精度仅次于GPS, 越来越受到航空航天领域的青睐, 并被广泛应用于卫星、宇宙飞船、中远程弹道导弹以及深空探测器等飞行器。由于制造工艺和设计水平的制约及工作环境的变化, 星敏感器存在各种内部参数误差(主点偏移、焦距误差和光学畸变等)及

安装误差, 将会影响其姿态确定精度。为了提高星敏感器的姿态确定精度, 分析各误差因素对星敏感器的精度影响以及实现各参数标定, 成为星敏感器研制和使用的关键环节之一<sup>[2]</sup>。

目前, 关于星敏感器各误差参数的标定方法, 有文献[3]根据所建立的光学系统误差传递模型, 在实测校准数据的基础上, 采用最小二乘法求解模型参数, 实现星敏感器光学系统误差参数的标定; 有文献[4]提出将像面畸变、像面的倾斜和旋转等光学系统误差放在一起统一考虑, 把视场进行适当的分区, 进行最小二乘拟合建立统一的模型, 仿真结果表明, 测角精度得到明显改善; 有文献[5]重点分析了星敏感器焦距和主点等内部参数的标定方法, 采用扩展卡尔曼滤波方法

收稿日期: 2015-01-14

修回日期: 2015-03-11

基金项目: 陕西省自然科学基金项目(2014JM2-6107)

作者简介: 何贻洋(1991—), 男, 湖南邵阳人, 硕士生, 研究方向为复合制导。

对星图进行处理,仿真结果表明,用扩展卡尔曼滤波方法进行焦距和主点标定,其收敛速度快,精度较高。这些方法基于最小二乘法或卡尔曼滤波方法,在实现星敏感器焦距标定前并未考虑光学畸变的影响,但该项误差将会影响焦距标定精度,从而导致使用精度降低。

本文针对如何降低或消除光学畸变对星敏感器焦距标定精度影响的问题,基于星敏感器的针孔模型,探讨了光学畸变对焦距标定的影响,建立了两者之间误差耦合的数学模型,并进行仿真验证,为提高星敏感器焦距标定精度提供理论参考。

## 1 传统焦距标定方法分析

星敏感器焦距的标定方法多采用最小二乘法<sup>[6]</sup>,其数学模型采用针孔模型,但实际成像模型和针孔模型有较大差异<sup>[7]</sup>,其针孔模型如图 1 所示。

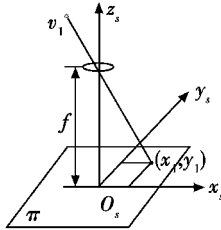


图 1 星敏感器成像原理图

Fig. 1 Principle diagram of star sensor imaging

图中,星敏感器焦距为  $f$ ,主点位于成像平面  $O_s(c_x, c_y)$  处,恒星星光  $v_1$  经光学系统在成像平面  $\pi$  上成像,像点坐标位于  $(x_1, y_1)$ 。

根据针孔模型,不考虑星敏感器的测量噪声和光学畸变,成像平面上的第  $i(1, \dots, N)$  颗恒星星像点坐标为  $(x_i, y_i)$ ,对应的测量矢量可以表示为

$$\mathbf{w}_i = \frac{1}{\sqrt{(x_i - c_x)^2 + (y_i - c_y)^2 + f^2}} \begin{bmatrix} -(x_i - c_x) \\ -(y_i - c_y) \\ f \end{bmatrix} \quad (1)$$

导航星表中与之对应的第  $i(1, \dots, N)$  颗导航星赤经和赤纬坐标为  $(\alpha_i, \delta_i)$ ,参考矢量可表示为

$$\mathbf{v}_i = \begin{bmatrix} \cos \alpha_i \cos \delta_i \\ \sin \alpha_i \cos \delta_i \\ \sin \delta_i \end{bmatrix}. \quad (2)$$

在理想情况下,星敏感器测量的恒星星像点  $\mathbf{w}_i$  和  $\mathbf{w}_j$  之间的角距,与导航星表中与之对应恒星星像点  $\mathbf{v}_i$  和  $\mathbf{v}_j$  之间的角距保持不变。测量矢量与参考矢量满足

$$\mathbf{v}_i^T \mathbf{v}_j \approx \mathbf{w}_i^T \mathbf{w}_j = g_{ij}(c_x^e, c_y^e, f^e) \quad (3)$$

式中:  $(c_x^e, c_y^e, f^e)$  为  $(c_x, c_y, f)$  的估计值,估计值与真实值之间的偏差记作  $(\Delta c_x, \Delta c_y, \Delta f)$ ;理想情况下的星间角距  $\theta_{ij}$  与实际情况下的星间角距  $\hat{\theta}_{ij}$  的方向余弦之间的

偏差  $R_{ij}$ , 可以表示为

$$R_{ij} = \mathbf{v}_i^T \mathbf{v}_j - g_{ij}(c_x^e, c_y^e, f^e) = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_{ij}}{\partial c_x} & \frac{\partial g_{ij}}{\partial c_y} & \frac{\partial g_{ij}}{\partial f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta c_x \\ \Delta c_y \\ \Delta f \end{bmatrix}. \quad (4)$$

对于大视场星敏感器,捕获的有效恒星数量一般大于 3 颗,其得到的  $n(n \geq 3)$  对测量矢量及对应的参考恒星星像点,则可列出超定方程组为

$$\begin{bmatrix} R_{12} \\ R_{13} \\ \vdots \\ R_{n-1,n} \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} \Delta c_x \\ \Delta c_y \\ \Delta f \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中:  $\mathbf{A}$  矩阵是由  $g_{ij}$  的偏导数构成的雅可比矩阵;星间角距的方向余弦偏差构成列向量  $\mathbf{R}$ ,采用最小二乘法求解,可得

$$\Delta \mathbf{z} = (\Delta c_x \quad \Delta c_y \quad \Delta f)^T = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{R} \quad (6)$$

由上式可知,当得到 3 个以上测量矢量对时,可以通过最小二乘法解得  $\Delta \mathbf{z}$ 。

基于最小二乘方法的焦距及主点偏差标定方法,其优点是简单快速,稳定性好。但是大视场星敏感器的光学畸变比较严重,不同误差之间存在的相互耦合作用将影响误差标定精度,而该方法不能消除光学畸变对焦距等参数的标定带来的影响。

## 2 光学畸变对焦距标定影响建模分析

光学畸变主要包括径向畸变、切向畸变和薄棱镜畸变,切向畸变和薄棱镜畸变很小,可以忽略。

径向畸变模型为

$$\delta x = q_1 x r^2 + q_2 x r^4 + q_3 x r^6 + \dots \quad (7)$$

$$\delta y = q_1 y r^2 + q_2 y r^4 + q_3 y r^6 + \dots \quad (8)$$

式中:  $q_1, q_2, q_3, \dots$  为径向畸变系数;  $\delta x, \delta y$  分别为  $x$  轴和  $y$  轴向的畸变量;  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $(x, y)$  为理想星点位置坐标。

畸变模型阶次越高,参数越多,模型也就越复杂,由于计算繁杂等因素,而精度却得不到有效提高<sup>[8]</sup>,因此,畸变模型取一阶径向畸变模型。取式(7)、式(8)的一次项,得一阶径向畸变等式为

$$\delta x = q_1 x r^2 \quad (9)$$

$$\delta y = q_1 y r^2. \quad (10)$$

为建立大视场星敏感器光学畸变与焦距之间耦合影响的数学模型,不失问题一般性,考虑星点落在  $x$  轴上的情况。如图 2 所示,  $P_1(x, 0)$  是导航星  $P$  在成像平面上的理想星点,由于畸变的影响,实际成像的位置是  $P_2$ ,  $P_1$  与  $P_2$  之间的距离即为畸变量  $\delta x$ ,由畸变引起的等效焦距误差为  $\Delta f'$ 。

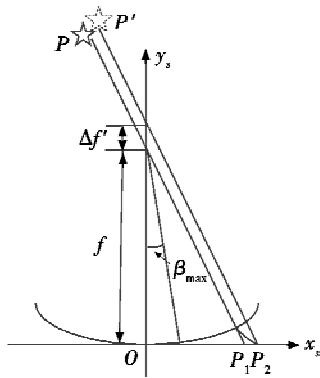


图 2 畸变对焦距的影响示意图

Fig. 2 Distortion effect on focal length

根据小孔成像模型,有如下几何关系

$$\frac{f}{f + \Delta f'} = \frac{x}{x + \delta x} \quad (11)$$

由式(11)可以得到等效焦距误差  $\Delta f'$  与畸变量  $\delta x$  之间的关系式

$$\Delta f' = \frac{f}{x} \delta x \quad (12)$$

同理,可推导出等效焦距误差  $\Delta f'$  与畸变量  $\delta y$  之间的关系为

$$\Delta f' = \frac{f}{y} \delta y \quad (13)$$

将式(9)、式(10)分别代入式(12)、式(13),均可得到在星点  $(x_1, y_1)$  处,由于畸变引起的等效焦距误差为

$$\Delta f' \approx q_1 f r^2 \quad (14)$$

式中,  $r^2 = x_1^2 + y_1^2$ 。由式(14)得  $r = \sqrt{\frac{\Delta f'}{q_1 f}}$ , 此时的入射角为

$$\beta = \arctan\left(\frac{r}{f}\right) = \arctan\left(\sqrt{\frac{\Delta f'}{q_1 f^3}}\right) \quad (15)$$

当畸变引起的等效焦距误差小于给定的某个非常小的值  $\varepsilon$  时,近似认为光学畸变对焦距标定的影响可以忽略。将星敏传感器所给的标准参数  $q_1, f$  及  $\varepsilon$  代入式(15)可以得到相应的入射角阈值  $\beta_{\max}$ , 当星光入射角小于等于  $\beta_{\max}$  时,光学畸变对焦距标定的影响可以忽略不计。否则,需要考虑光学畸变对焦距标定的影响。

### 3 仿真验证及结果分析

为验证大视场条件下,光学畸变对焦距标定存在较严重耦合影响,本文在仿真实验中采用的星敏传感器的主要参数指标如表 1 所示。

相关参数误差根据不同型号的星敏传感器实际加工、装配、测量及经验进行设计,具体如下:焦距误差一般在 2% 以内;主点偏移根据经验一般不超过 10 个像素<sup>[9]</sup>,取  $\Delta c_x \leq 0.15 \text{ mm}, \Delta c_y \leq 0.15 \text{ mm}$ ;根据各种不

同型号的星敏传感器情况,镜头一阶畸变系数取为  $q_1 \leq 5 \times 10^{-4}$ ,仿真验证时,为保证可靠性,取所有光学系统误差均为其误差限的上限,即  $\Delta f = 0.02f = 0.87 \text{ mm}, \Delta c_x = \Delta c_y = 0.15 \text{ mm}, q_1 = 5 \times 10^{-4}$ ,由光学畸变引起的最大等效焦距误差  $\Delta f'_{\max} = 0.05 \text{ mm}$ 。在上述仿真实验条件下,按照式(15)计算得到光学畸变对焦距标定可忽略的入射角阈值  $\beta_{\max} = 2^\circ$ ,在星敏传感器相机光轴向量指向赤经  $10^\circ$ 、赤纬  $35^\circ$  的条件下,产生 100 幅模拟星图。

表 1 星敏传感器主要参数指标

Table 1 Star sensor parameter index

几何参数	指标
视场/ $(^\circ) \times (^\circ)$	20 × 20
焦距/mm	43.56
像元阵列/pixel	1024 × 1024
像元大小/mm	0.015
星等观测阈值/Mv	6.0

本文按以下 3 种条件进行仿真实验分析:

- 1) 导航星的入射角  $\alpha$  均小于入射角阈值  $\beta_{\max}$  ( $\alpha < \beta_{\max}$ );
- 2) 一部分导航星的入射角  $\alpha$  小于  $\beta_{\max}$ , 一部分导航星的入射角  $\alpha$  大于  $\beta_{\max}$  ( $|\alpha - \beta_{\max}| \leq \gamma$ ), 在本仿真实验中取  $\gamma = 1^\circ$ ;
- 3) 导航星的入射角  $\alpha$  均大于入射角阈值  $\beta_{\max}$  ( $\alpha > \beta_{\max}$ )。

在以上 3 种条件下分别选取满足条件的标定用导航星,得到其星点坐标等测试数据,如图 3 所示。

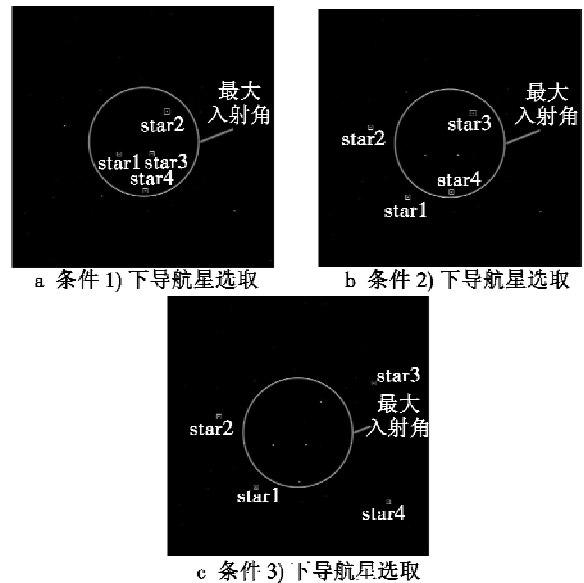


图 3 导航星选取示意图

Fig. 3 Guide star selection diagram

对于得到的 100 幅模拟星图,对每幅星图选取的导航星点数据采用最小二乘法,对焦距误差进行标定,

取100次焦距误差标定的平均值,作为最终焦距误差的标定值,得到标定结果如表2所示。

表2 焦距误差标定结果对比( $\gamma=1^\circ$ )

Table 2 Focal length calibration result contrast( $\gamma=1^\circ$ )

参数条件	导航星入射角 $\alpha$	标定结果/mm	标定精度/mm
$\Delta f=0.02f=0.87\text{ mm}$	$\alpha < \beta_{\max}$	0.8816	0.0116
$\Delta c_x = \Delta c_y = 0.15\text{ mm}$	$ \alpha - \beta_{\max}  \leq \gamma$	0.9261	0.0561
$q_1 = 5 \times 10^{-4}$	$\alpha > \beta_{\max}$	0.9924	0.1224

仿真结果如图4所示。

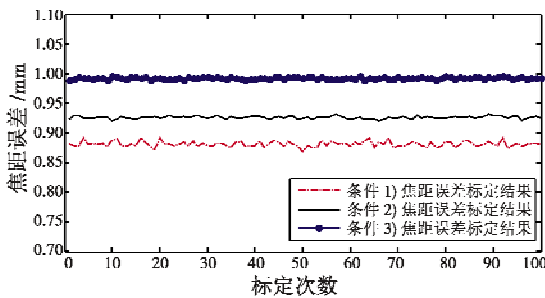


图4 焦距误差标定结果

Fig. 4 Focal length calibration result

由表2可看出,在给定的1),2),3)3种导航星入射角条件下,对某大视场星敏感器的焦距进行标定,其焦距的标定精度分别为0.0116 mm,0.0561 mm,0.1224 mm。可知,在仿真条件1)下选取的导航星作为标定用导航星,焦距标定精度分别比仿真条件2)和3)下平均提高了5倍和10倍左右。因此,随着选取标定用导航星入射角的增大,星敏感器焦距标定的精度也逐渐降低,特别是当选取标定用的导航星入射角大于 $\beta_{\max}$ 时,焦距标定精度的降低尤为显著,图4也可得出更加直观的结果。因此,对于不同参数的大视场星敏感器,为尽量避免或减少由于光学畸变带来星敏感器焦距标定精度的降低,应根据式(15)计算出入射角阈值 $\beta_{\max}$ ,选取入射角小于 $\beta_{\max}$ 的导航星作为星敏感器标定用导航星。

## 4 结论

为了进一步提高星敏感器的姿态确定精度,需要对星敏感器的各参数误差进行标定。本文探讨了在大视场条件下,基于恒星之间角距不变原理,采用最小二乘标定方法进行星敏感器焦距标定时,最小二乘标定方法存在的局限性;建立了在大视场星敏感器条件下,光学畸变与焦距之间耦合影响的数学模型;并进一步理论推导及仿真实验,可知大视场星敏感器焦距标定精度与导航星的选取有关,应选取入射角小于 $\beta_{\max}$ 的导航星作为标定用的导航星。本文研究内容对减小或消除光学畸变对星敏感器焦距的影响、提高大视场星敏感器焦距标定的精度,具有理论意义和参考价值。

## 参考文献

- [1] 贺鹏举,梁斌,张涛,等.大视场星敏感器标定技术研究[J].光学学报,2011,31(10):192-198.(HE P J, LIANG B, ZHANG T, et al. Calibration method for wide field of view star sensor [J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(10):192-198.)
- [2] 刘垒,张路,郑辛,等.星敏感器技术研究现状及发展趋势[J].红外与激光工程,2007,36(s):529-533.(LIU L, ZHANG L, ZHENG X, et al. Current situation and development trends of star sensor technology [J]. Infrared and Laser Engineering, 2007, 36(s):529-533.)
- [3] 王洪涛,罗长洲,王渝,等.星敏感器模型参数分析及校准方法研究[J].电子科技大学学报,2010,39(6):880-885.(WANG H T, LUO C Z, WANG Y, et al. Star sensor model parametric analysis and calibration method study [J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2010, 39(6):880-885.)
- [4] 乔培玉,何昕,魏仲慧,等.高精度星敏感器的标定[J].红外与激光工程,2012,41(10):2779-2784.(QIAO P Y, HE X, WEI Z H, et al. Calibration of high-accuracy star sensor [J]. Infrared and Laser Engineering, 2012, 41(10):2779-2784.)
- [5] 钟红军,杨孟飞,卢欣.星敏感器标定方法研究[J].光学学报,2010,30(5):1313-1318.(ZHONG H J, YANG M F, LU X. Calibration method of star sensor [J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(5):1313-1318.)
- [6] 张辉,田宏,袁家虎,等.星敏感器参数标定及误差补偿[J].光电工程,2005,32(9):1-4.(ZHANG H, TIAN H, YUAN J H, et al. Parameter calibration and error compensation of star sensor [J]. Opto-Electronic Engineering, 2005, 32(9):1-4.)
- [7] 郝雪涛,张广军,江洁.星敏感器模型参数分析与校准方法研究[J].光电工程,2005,32(3):5-8.(HAO X T, ZHANG G J, JIANG J. Parameter analysis and calibration method of star sensor [J]. Opto-Electronic Engineering, 2005, 32(3):5-8.)
- [8] 樊巧云,李小娟,张广军.星敏感器镜头畸变模型选择[J].红外与激光工程,2012,41(3):665-670.(FAN Q Y, LI X J, ZHANG G J. Selection of star sensor lens aberration model [J]. Infrared and Laser Engineering, 2012, 41(3):665-670.)
- [9] 王永胜,王宏力,刘洁梁,等.星敏感器误差模型及参数分析[J].电光与控制,2014,21(2):85-89.(WANG Y S, WANG H L, LIU J L, et al. Error model and parametric analysis of star sensor [J]. Electronics Optics & Control, 2014, 21(2):85-88.)