

## 基于天文定位的坐标转换方法研究

刘先一, 周召发, 张志利, 张新帅  
(第二炮兵工程大学, 西安 710025)

**摘要:** 天文定位中常用四参数模型进行坐标转换, 在建立四参数模型时未考虑坐标尺度系数和坐标轴之间的夹角变化, 因此四参数模型是天文定位中坐标转换的参数简化模型。为了验证四参数简化模型的适用性, 在四参数简化模型的基础上建立了六参数模型。从模型建立角度上推导了四参数和六参数模型在定位精度和倾角补偿上的差异性, 并对两种模型进行了比较。实验数据的分析结果表明两种模型在天文定位的精度上基本一致, 也证明了四参数简化模型的适用性。

**关键词:** 参数模型; 定位精度; 倾角补偿

**中图分类号:** P232      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1671-637X(2016)01-0011-04

## Research on the Transformation of Coordinates in Astronomical Fixation

LIU Xian-yi, ZHOU Zhao-fa, ZHANG Zhi-li, ZHANG Xin-shuai  
(The Second Artillery Engineering University, Xi'an 710025, China)

**Abstract:** The four-parameter model is often used in astronomical fixation, but the coordinate scale and change of the angle between the coordinate axis are not taken into consideration. Therefore, the four-parameter model is only a simplified model for coordinate transformation of astronomical fixation. In order to verify the applicability of the model, and improve the precision when dealing with the transition between the tangential coordinate and the CCD image coordinate, a six-parameter model was built up based on the four-parameter model. Contrastive analysis was made to the two models in the aspects of positioning accuracy and tilt angle compensation. The analysis result to data obtained from the experiments demonstrated that the two models have basically the same precision, thus the applicability of the four-parameter model was proved.

**Key words:** parameter model; positioning precision; tilt angle compensation

### 0 引言

数字天顶仪是一种高精度的天文定位仪器。在对测站点位置进行解算的过程中, 通过建立图像量测坐标系和切平面坐标系之间的映射关系<sup>[1]</sup>, 再进行数次迭代运算后最终实现对测站点位置的精确定位。在天文定位的过程中会受到各种因素的干扰<sup>[2]</sup>, 其中, 坐标转换对最终定位结果的精度尤为关键。国外对于数字天顶仪的研究起步较早, 德国学者 HIRT C 在天文定位的过程中采用了四参数坐标转换模型<sup>[3]</sup>。国内对于数

字天顶仪的研究在一定程度上借鉴了国外研究的经验, 因此四参数坐标转换模型在天文定位中得到了较多的运用<sup>[4-5]</sup>。然而四参数坐标转换模型也存在着不足<sup>[6]</sup>, 由于它是一种简化模型, 在建立四参数坐标转换模型时未考虑坐标轴尺度系数的微小变化和坐标轴之间的夹角误差。为了验证四参数坐标转换模型的适用性, 将坐标轴尺度系数和坐标轴之间的夹角误差考虑在内, 建立六参数坐标转换模型。

本文首先在四参数模型的基础上推导建立了六参数模型, 然后分别从解算精度和倾角补偿精度两个方面进行了理论推导和分析比较, 最后对实验数据进行分析处理, 比较四参数简化模型与六参数模型的异同。

### 1 六参数坐标转换模型的建立

在对测站点目标进行解算时, 引入了切平面坐标

收稿日期: 2015-01-20

修回日期: 2015-12-07

基金项目: 国家自然科学基金(41174162); 青年科学基金(41404022)

作者简介: 刘先一(1991—), 男, 河南信阳人, 硕士生, 研究方向为定位定向与基准传递技术。

系  $o-\xi\eta$  和 CCD 图像中的量度坐标系  $o'-xy$ , 分别求出识别恒星的切平面坐标  $(\xi, \eta)$  和 CCD 量度坐标  $(x, y)$ , 建立切平面坐标系与量度坐标系之间的映射关系, 最终实现对测站点位置的定位。

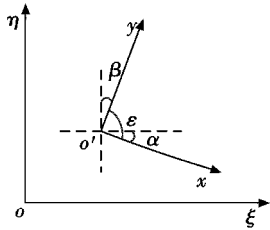


图1 参数模型的建立示意图

Fig. 1 The model of parameter

参数模型的建立如图1所示。图中:  $o'$  为量度坐标  $(x, y)$  的原点;  $o$  为切平面  $(\xi, \eta)$  的原点;  $x$  轴与  $\xi$  轴的夹角为  $\alpha$ ;  $y$  轴与  $\eta$  轴的夹角为  $\beta$ ;  $x$  轴和  $y$  轴单位长度变化的尺度系数分别为  $m$  和  $n$ 。可得

$$\begin{cases} \eta = -mx\sin\alpha + ny\sin\beta + c_1 \\ \xi = mx\cos\alpha + ny\sin\beta + c_2 \end{cases} \quad (1)$$

若令  $m = n, \alpha = \beta$ , 即坐标轴尺度系数相同, 坐标轴之间严格正交, 则有了四参数简化模型, 即

$$\begin{cases} \eta = -ax + by + c_1 \\ \xi = bx + ay + c_2 \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $a = mx\sin\alpha; b = m\sin\alpha$ 。

不改变原式模型, 可得六参数模型为

$$\begin{cases} \eta = a_1x + b_1y + c_1 \\ \xi = a_2x + b_2y + c_2 \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $a_1 = -mx\sin\alpha; b_1 = ny\sin\beta; a_2 = mx\cos\alpha; b_2 = ny\sin\beta$ 。

## 2 六参数模型对精度的影响

在四参数模型的基础上推导了六参数模型, 相对于四参数简化模型而言, 六参数模型将坐标的尺度系数和坐标轴之间的夹角考虑在内, 这将对最终的定位结果及其精度造成一定的影响。

### 2.1 定位精度的比较

在四参数坐标转换模型的基础上得出六参数模型

$$\begin{cases} \eta = -ax + by + c_1 \\ \xi = (b + \Delta b)x + (a + \Delta a)y + c_2 \end{cases} \quad (4)$$

因为  $m$  和  $n$  同为尺度系数,  $\alpha$  和  $\beta$  分别为  $x$  轴与  $\xi$  轴的夹角和  $y$  轴与  $\eta$  轴的夹角, 在理想的状况下, 尺度系数以及两坐标轴的夹角都是相等的, 但因底片安装不精确、CCD 形变等原因造成尺度系数发生改变的量非常小, 角度之间的差值也非常小。则有  $m = n + \Delta n, \alpha = \beta + \Delta\beta$ , 其中,  $\Delta n$  和  $\Delta\beta$  都为极小值, 有  $\sin\Delta\beta = \Delta\beta$ ,

$$\Delta a = n\sin\beta - m\sin\alpha = -n\Delta\beta\cos\beta - \Delta n\sin\beta \quad (5)$$

同理可得

$$\Delta b = -n\Delta\beta\sin\beta + \Delta n\cos\beta \quad (6)$$

将六参数与四参数比较, 可得差值表达式为  $\Delta bx + \Delta ay + c_2$ 。由于两坐标系原点不重合造成坐标的偏移量  $c_2$  的值要远远大于  $\Delta bx + \Delta ay$ , 所以有

$$\Delta bx + \Delta ay + c_2 \approx c_2 \quad (7)$$

即最终六参数模型可以转化为四参数模型

$$\begin{cases} \eta = -ax + by + c_1 \\ \xi = bx + ay + c_2 \end{cases} \quad (8)$$

即在定位精度上四参数简化模型与六参数模型的解算结果基本一致。

### 2.2 倾角仪补偿的比较

如图2所示, 运用数字天顶仪进行天文定位时, 要对数字天顶仪进行调平。在实际操作过程中使仪器保持高精度水平状态的难度很大, 而且在操作的过程中数字天顶仪的旋转会使仪器本身产生晃动, 因此需要运用倾角仪测量倾斜角的大小, 并对天文的定位经纬度数值进行补偿。假设正交放置的双轴倾角仪的读数分别为  $n_1, n_2$ , 采用四参数法解算出的量测坐标轴与切平面坐标之间的角度为  $\beta_0$ , 而由六参数法解算出的夹角值分别为  $\alpha, \beta$ 。令  $\beta = \beta_0 + \Delta\beta_1, \alpha = \beta_0 + \Delta\beta_2$ , 则可知采用六参数模型得到的经纬度补偿值为

$$\Delta\phi = (\sin(\theta + \beta)n_1 + \cos(\theta + \alpha)n_2) / \cos\delta = (\sin(\theta + \beta_0)n_1 + \Delta\beta_1\cos(\theta + \beta_0)n_1 + \cos(\theta + \beta_0)n_2 - \sin(\theta + \beta_0)n_2\Delta\beta_2) / \cos\delta \quad (9)$$

$$\Delta\delta = \cos(\theta + \beta)n_1 - \sin(\theta + \alpha)n_2 = \cos(\theta + \beta_0)n_1 - \Delta\beta_1\cos(\theta + \beta)n_1 - \sin(\theta + \beta_0)n_2 - n_2\cos(\theta + \beta_0)\Delta\beta_2 \quad (10)$$

式中:  $\phi, \delta$  表示测站点的经纬度;  $\theta$  表示倾角仪的安装误差。

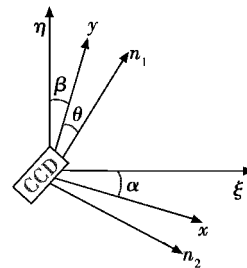


图2 倾角补偿示意图

Fig. 2 The compensation of inclination

与四参数简化模型相比较, 经度补偿角的差值为

$$h = \frac{\Delta\beta_1\cos(\theta + \beta_0)n_1 - \Delta\beta_2\sin(\theta + \beta_0)n_2}{\cos\delta} \quad (11)$$

纬度补偿角的差值为

$$l = -\Delta\beta_1\sin(\theta + \beta_0)n_1 - \Delta\beta_2\cos(\theta + \beta_0)n_2 \quad (12)$$

从表达式可知, 夹角变化值的大小直接影响着补偿值

的大小,即当六参数模型的坐标轴之间的夹角接近直角时,则认为  $\Delta\beta_1, \Delta\beta_2$  很小,此时运用四参数模型和六参数模型对补偿值的影响不大,可以忽略;当构建的六参数模型的两坐标轴之间的夹角与正交直角坐标系有一定的差距时,那么这两种模型对补偿值的大小将造成一定的影响,从而最终影响定位的结果。

在运用数字天顶仪进行天文定位的过程中,因底片安装不精确、CCD 形变等原因造成角度之间的差值非常小,即可认为  $\Delta\beta_1, \Delta\beta_2$  很小,所以得出四参数和六参数的补偿值近似相等。

### 3 实验数据的处理与分析

实验过程中采用的数字天顶仪的 CCD 像素为  $4096 \times 4096$ ,视场角大小为  $3^\circ \times 3^\circ$ ,可得表 1 所示的一组匹配的部分恒星数据。

表 1 CCD 坐标与部分识别恒星视位置坐标

Table 1 The CCD and apparent coordinates of the stars

x 坐标/像素	y 坐标/像素	恒星经度/ ( $^\circ$ )	恒星纬度/ ( $^\circ$ )
3177.194959	1994.001483	108.868158	35.260906
1412.866310	1460.529412	109.816251	33.880934
1489.292543	1405.151052	109.855316	33.955266
1343.507232	2963.621986	108.316046	33.535571
2865.500000	1503.500000	109.444181	35.093108
2871.625995	3481.421751	107.422548	34.709972
1490.233227	3631.734824	107.610464	33.524657
1696.413174	3278.580838	107.915259	33.768173
740.016484	2507.434066	108.914343	33.118698

对实验所得的数据进行处理,可得构建的六参数模型的部分坐标轴之间的夹角值,见表 2。表 3 给出了其中 4 组实验数据的夹角值。

表 2 六参数模型的坐标轴之间的部分夹角

Table 2 The intersection angle between the axis in the six-parameter model

	1	2	3	4
夹角值/ $^\circ$	89.989	89.987	89.980	89.979

从数据可验证出六参数模型不是严格的正交直角坐标系,即表明了构建的六参数模型的不完全正交性。

表 3 部分  $\Delta\beta_1$  和  $\Delta\beta_2$  的值

Table 3 Partial values of  $\Delta\beta_1$  and  $\Delta\beta_2$

	1	2	3	4
$\Delta\beta_1$ / $''$	32.292	25.467	25.023	50.351
$\Delta\beta_2$ / $''$	-8.050	-20.675	-48.382	-24.120

从解算的夹角差值可以看出,四参数简化模型和六参数模型之间夹角的差值较小。分别采用六参数模型和四参数简化模型对实验数据进行解算,如图 3 所示。

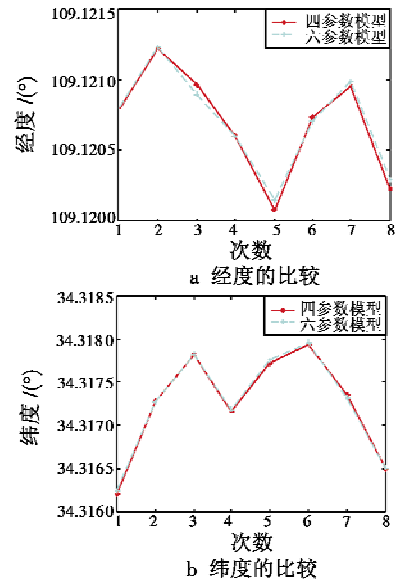


图 3 模型的比较

Fig. 3 Comparison of the two models

从图 3 可以看出,两种模型具有相同的变化趋势,两者值的大小几乎一致。四参数和六参数模型经度的定位精度分别为  $0.4037''$  和  $0.4039''$ ,纬度的定位精度分别为  $0.3579''$  和  $0.3580''$ ,可得出两种模型在定位的精度上基本一致,两种模型在倾角补偿上的比较如图 4 所示。

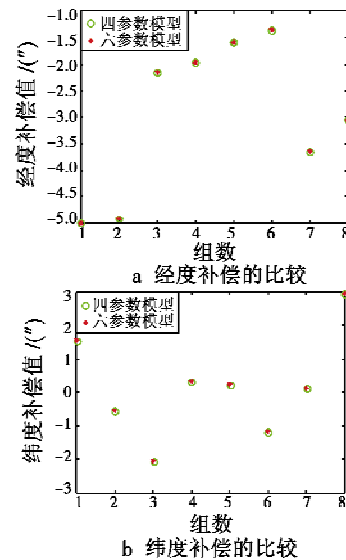


图 4 两种模型在倾角补偿上的比较

Fig. 4 Comparison of the two models in the compensation of inclination

从图 4 中可以明显看出,通过倾角仪进行的经纬度补偿值基本一致,定位经度补偿的差值在  $10^{-5}''$ ,纬度的补偿差值达到了  $10^{-6}''$ 。所以经度和纬度的差值可以忽略。四参数和六参数经度补偿值的标准差分别为  $1.43736''$  和  $1.43743''$ ,纬度补偿值的标准差分别为

1.55677"和 1.5568",即在经度补偿和纬度补偿上四参数模型和六参数模型的精度基本一致。

实验数据的处理结果表明,在定位精度和倾角补偿上六参数模型和四参数简化模型基本一致,即在天文定位中采用四参数简化模型解算的结果是适用的。

#### 4 结论

在进行天文定位的过程中,运用四参数进行坐标转换是一种参数简化模型。为了论证四参数简化模型的适用性,在考虑坐标轴尺度系数的微小变化和坐标轴之间的夹角误差后建立了六参数转换模型,并从理论上对两种模型进行了推导,证明了四参数模型和六参数模型在天文定位的解算精度上和倾角补偿值上基本一致,即运用四参数简化模型在天文定位中进行坐标转换具有适用性,这样能够简化计算,减小计算量。

#### 参 考 文 献

- [1] 王博,田立丽,王政,等.数字化天顶望远镜观测图像及数据处理[J].科学通报,2014,59(12):1100-1107. (WANG B, TIAN L L, WANG Z, et al. The image and data processing in digital zenith camera [J]. Chinese Science Bulletin, 2014, 59(12):1100-1107.)
- [2] 王永海,张超,董明,等.星表系统对大地天文测量的影响分析[J].测绘科学技术学报,2012,29(5):344-348. (WANG Y H, ZHANG C, DONG M, et al. Influence of star catalogue system to geodetic astronomy[J]. Journal of Geomatics Science and Technology, 2012, 29(5):344-348.)
- [3] HIRT C, BÜRKI B, SOMIESKI A. Modern determination of vertical deflections using digital zenith cameras [J]. Journal of Surveying Engineering, 2010, 1(1):1-12.
- [4] 田立丽,郭金运,韩延本,等.我国的数字化天顶望远镜样机[J].科学通报,2014,59(12):1094-1099. (TIAN L L, GUO J Y, HAN Y B, et al. Digital zenith telescope prototype of China[J]. Chinese Science Bulletin, 2014, 59(12):1094-1099.)
- [5] 翟广卿,艾贵斌.数字天顶摄影天文定位测量的工程实现[J].测绘科学技术学报,2014,31(3):232-235. (ZHAI G Q, AI G B. Digital zenith camera astronomical positioning measurement of project implementation [J]. Journal of Geomatics Science and Technology, 2014, 31(3):232-235.)
- [6] 李东明,金文敬,夏一飞.天体测量方法—历史、现状和未来[M].北京:中国科学技术出版社,2006:70-101. (LI D M, JIN W J, XIA Y F. The history, current situation and future of the astronomy [M]. Beijing: China Science Press, 2006:70-101.)

### 电光与控制入选 RCCSE 中国核心学术期刊 A

2015年6月8日,接武汉大学中国科学评价研究中心通知,《电光与控制》入选2015-2016“RCCSE中国核心学术期刊(A)”。此次入选航空航天类核心期刊的共计15种,《电光与控制》排名第8位,相比上一届提前4个名次,并从核心期刊A-级上升至A级,《电光与控制》已第4次入围RCCSE期刊评选。



请扫描二维码关注我刊