

摆式陀螺寻北仪悬带的力学传递分析

常振军, 张志利, 周召发

(第二炮兵工程大学兵器发射理论与技术国家重点学科实验室, 西安 710025)

摘要: 外界扰动是通过摆式陀螺寻北仪的悬带从基座传递到陀螺房, 为了分析悬带对外力矩的传递规律, 从摆式陀螺寻北仪结构出发, 由拉格朗日方程建立悬带摆角模型, 在瞬时冲击力、常外值力和简谐外力作用到基座时分别解算悬带摆角模型, 在小角度时由悬带摆角反映陀螺房所受外力矩。通过实验验证, 在一定条件下, 悬带摆角频率近似单摆频率; 在瞬时冲击力和常值力的作用下, 悬带摆角从受力时刻开始简谐振动, 摆幅由外力决定; 在简谐外力作用下, 悬带摆角为单摆频率与外力频率两者振动的线性叠加, 当简谐外力频率与单摆的固有频率相近时, 将发生共振。

关键词: 陀螺寻北; 力学传递; 悬带摆角; 运动分析

中图分类号: V241.5 文献标志码: A 文章编号: 1671-637X(2015)08-0101-04

Mechanical Transfer Analysis to Suspension Tape of Pendulous Gyroscope

CHANG Zhen-jun, ZHANG Zhi-li, ZHOU Zhao-fa

(State Key Lab of Weapon' Launching Theory and Technology, The Second Artillery Engineering University, Xi'an 710025, China)

Abstract: External disturbance is transferred from the base to gyro room through the suspension tape of pendulous gyroscope. In order to analyze the transfer rule of the external moment of suspension tape, a model for the swing angle of suspension tape is established by Lagrange's equation based on the structure of pendulous gyro north finder, and is solved under the condition that instantaneous impact force, constant external force and simple harmonic external force are acted on the base. The swing angle of suspension tape reflects the moment of external force borne by gyro room when the angle is small. It is proved by experiment that: 1) under certain conditions, frequency of the swing angle of suspension tape approaches to that of a simple pendulum; 2) under the instantaneous impact force and constant force, the swing angle of suspension tape becomes to simple harmonic vibration from the moment of being stressed, of which, the swing amplitude depends on the external force; and 3) under a simple harmonic external force, the swing angle of suspension tape is a linear superposition of vibration by both the frequency of simple pendulum and external force, and resonance appears when the frequency of simple harmonic external force approaches to the inherent frequency of simple pendulum.

Key words: gyroscope north-seeking; mechanical transfer; swing angle of suspension tape; movement analysis

0 引言

陀螺寻北仪是近些年来兴起的常用定向仪器, 其中的摆式陀螺寻北仪在航空、航天、探测、隧道、军事等领域得到广泛应用^[1]。随着科技与生产力的发展, 相关行业对寻北精度的要求日益提高, 尤其是在实验室条件下建立方位基准。寻北测量往往受到外界各种冲

击力矩或者常值力矩等干扰, 由于摆式陀螺寻北仪的结构形式决定了外界的干扰力矩都是通过悬带由基座向陀螺房传递的, 要进一步提高寻北精度, 就要分析干扰力矩如何通过悬带对陀螺房产生影响^[2-4]。本文建立悬带力学传递模型, 通过拉格朗日方程解算传递关系, 考虑瞬时冲击力矩、常值力矩和简谐力矩3种不同情况, 最后通过仿真实验验证其运动规律。

1 摆式陀螺寻北仪结构

如图1所示, 摆式陀螺寻北仪由与外壁固连的金属悬带、陀螺房壳、陀螺转子及配重等组成。其中, 金

收稿日期: 2014-09-26

修回日期: 2014-10-20

基金项目: 国家自然科学基金(41174162)

作者简介: 常振军(1984—), 男, 山东阳谷人, 硕士, 讲师, 研究方向为全方位快速寻北技术。

属悬带连接外壁与陀螺房壳,陀螺房壳中装有陀螺转子,房壳起到保护和屏蔽的作用,陀螺转子装在万向支架上,具有 3 个方向的自由度,配重使转子缺少一个方向上的自由度。平时存放时,由下面支撑装置将整个陀螺灵敏部托起,工作时灵敏部下放,由悬带吊起,进行寻北^[5-6]。

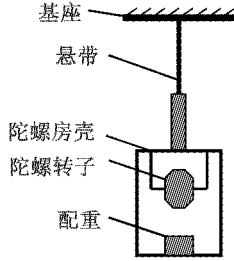


图 1 摆式陀螺寻北仪结构

Fig. 1 Configuration of pendulum gyroscope

由于整个陀螺房吊起后,受到外界干扰都是通过悬带传递下去的,所以下文将对悬带的力学传递规律进行分析。

2 悬带力学传递建模

首先假设悬带在陀螺房重力的作用下始终处于拉直状态,不考虑弯曲变形。如图 2 所示, PQ 为悬带, P 点为悬带与外壁基座连接点,为受力点,作用在 P 点上的力可以分解为铅垂 z 方向和水平 x 方向上两个力, y 轴与 x 轴和 z 轴垂直, Q 点为悬带与陀螺房连接点, l 为绳长, γ 角为悬带与铅垂方向夹角。

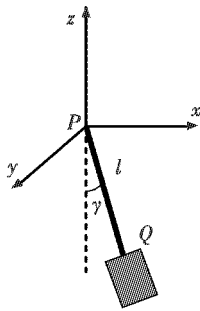


图 2 悬带力学传递模型

Fig. 2 Model of mechanics transferring of suspension band

设 x_p, y_p 和 z_p 为 P 点位移, x_q, y_q 和 z_q 为 Q 点位移,则有^[7-10]

$$\begin{cases} x_q = x_p + l \sin \gamma \\ y_q = y_p \\ z_q = z_p + l \cos \gamma \end{cases} \quad (1)$$

对式(1)取一阶导数

$$\begin{cases} \dot{x}_q = \dot{x}_p + l \dot{\gamma} \cos \gamma \\ \dot{y}_q = \dot{y}_p \\ \dot{z}_q = \dot{z}_p - l \dot{\gamma} \sin \gamma \end{cases} \quad (2)$$

设水平面 Pxy 的势能为零,则拉格朗日函数为

$$K = T - V = \frac{1}{2} m [\dot{x}_p^2 + \dot{l}^2 + \dot{\gamma}^2 l^2 + 2\dot{x}_p(\dot{l} \sin \gamma + l \dot{\gamma} \cos \gamma) + \dot{y}_p + \dot{z}_p + 2\dot{z}_p(\dot{l} \cos \gamma - l \dot{\gamma} \sin \gamma)] + mgl \cos \gamma \quad (3)$$

式中, m 为 Q 点质量,可看作整个陀螺房质量。根据拉格朗日方程式可得 $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{\gamma}} \right) - \frac{\partial K}{\partial \gamma} = 0$, 其中: $\frac{\partial K}{\partial \dot{\gamma}} = ml^2 \dot{\gamma} + m \dot{x}_p l \cos \gamma - m \dot{z}_p l \sin \gamma$; $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{\gamma}} \right) = ml^2 \ddot{\gamma} + 2ml \dot{l} \dot{\gamma} + m \ddot{x}_p l \cos \gamma + m \dot{x}_p \dot{l} \cos \gamma - m \dot{x}_p l \dot{\gamma} \sin \gamma + m \dot{x}_p \dot{l} \cos \gamma - m \dot{x}_p l \dot{\gamma} \sin \gamma - m \ddot{z}_p l \sin \gamma - m \dot{z}_p \dot{l} \sin \gamma - m \dot{z}_p l \dot{\gamma} \cos \gamma$; $\frac{\partial K}{\partial \gamma} = m \dot{x}_p \dot{l} \cos \gamma - m \dot{x}_p l \dot{\gamma} \sin \gamma - m \dot{z}_p \dot{l} \sin \gamma - m \dot{z}_p l \dot{\gamma} \cos \gamma - mgl \sin \gamma$ 。代入拉格朗日方程式得到

$$l^2 \ddot{\gamma} + 2l \dot{l} \dot{\gamma} + \dot{x}_p l \cos \gamma - \dot{z}_p l \sin \gamma + gl \sin \gamma = 0 \quad (4)$$

因为 γ 角的变化反映了陀螺房水平位移的变化,所以 $\ddot{\gamma}$ 可表征陀螺房因为干扰力矩所受的水平方向上的力矩,即通过分析 γ 的变化规律,可以由作用在基座上的干扰力矩得到通过悬带传递后陀螺房受到的干扰力矩。

在此做几点假设:

- 1) 由于悬带的材料选取保证了绳长几乎没有变化,所以假设绳长 l 不变;
- 2) 悬带摆角很小,其正弦余弦值可做适当简化;
- 3) 由于悬带摆角很小,铅垂方向上的力矩几乎全部直接作用到陀螺房上,篇幅所限,这里只研究水平方向干扰力矩通过悬带的传递。

由以上假设,有 $\dot{l} = 0, \dot{z}_p = 0, \sin \gamma \approx \gamma, \cos \gamma \approx 1$, 所以式(4)可转化为

$$\ddot{\gamma} + \frac{g}{l} \gamma + \frac{\ddot{x}_p}{l} = 0 \quad (5)$$

3 干扰力矩的力学传递

常见的干扰力矩可以分为瞬时冲击力矩、常值阶跃力矩和简谐力矩 3 种形式,具体如下文所述。

3.1 瞬时冲击力矩的力学传递

假设冲击加速度作用时间 Δt 极短,冲击加速度很大(设为 A_1), 设 $t = 0^-$, 摆角 $\gamma(0^-) = 0$, 摆角速度为 $\dot{\gamma}(0^-) = 0$, 则在 Δt 时间内,满足

$$\ddot{\gamma} + \frac{g}{l} \gamma + \frac{A_1}{l} = 0 \quad (6)$$

由初始条件 $\gamma(0^-) = 0, \dot{\gamma}(0^-) = 0$, 解得 $\gamma = \frac{A_1}{g} \cos \sqrt{\frac{g}{l}} t - \frac{A_1}{g}$, 所以 $\gamma(0^+) = \frac{A_1}{g} (\cos \sqrt{\frac{g}{l}} \Delta t - 1), \dot{\gamma}(0^+) = -\frac{A_1}{\sqrt{gl}} \sin \sqrt{\frac{g}{l}} \Delta t$ 作为冲击后方程的初始条件。

在冲击力矩作用后,运动方程为

$$\ddot{\gamma} + \frac{g}{l}\gamma = 0 \quad (7)$$

由初始条件解得

$$\gamma = A_2 \sin(\sqrt{\frac{g}{l}}t + \varphi) \quad (8)$$

式中: $A_2 = \frac{A_1 \sqrt{2 - 2\cos\sqrt{g/l}\Delta t}}{g}$; $\varphi = \arctan \frac{1 - \cos\sqrt{g/l}\Delta t}{\sin\sqrt{g/l}\Delta t}$ 。

则 $l\gamma$ 为下悬挂点的位移,所以陀螺房受到的水平力矩 $mld\ddot{\gamma} = -mA_2gd\sin(\sqrt{\frac{g}{l}}t + \varphi)$,其中, d 为下悬挂点至陀螺转子轴中心的距离。

3.2 常值阶跃力矩的力学传递

假设 $t=0$ 时刻施加幅值为 A_2d 的常值阶跃力矩,式(5)化为

$$\ddot{\gamma} + \frac{g}{l}\gamma + \frac{A_2}{l} = 0 \quad (9)$$

设初始条件为 $\gamma(0^-) = 0, \dot{\gamma}(0^-) = 0$,解得

$$\gamma = \frac{A_2}{g} \cos\sqrt{\frac{g}{l}}t - \frac{A_2}{g} \quad (10)$$

同样, $l\gamma$ 为下悬挂点的位移,所以陀螺房受到的水平力矩为: $mld\ddot{\gamma} = -mA_2d\cos\sqrt{\frac{g}{l}}t$ 。

3.3 简谐力矩的力学传递

假设水平方向受力加速度为正弦形式,即 $\ddot{x}_p = A\sin kt$,式(5)转化为

$$\ddot{\gamma} + \frac{g}{l}\gamma + \frac{A}{l}\sin kt = 0 \quad (11)$$

方程的解为

$$\gamma = C\sin(\sqrt{\frac{g}{l}}t + \varphi) + \frac{A}{lk^2 - g}\sin kt \quad (12)$$

则陀螺房受到的水平力矩为

$$mld\ddot{\gamma} = -mCdgsin(\sqrt{\frac{g}{l}}t + \varphi) - \frac{mdlAk^2}{lk^2 - g}\sin kt \quad (13)$$

由初始条件 $\gamma(0^-) = 0, \dot{\gamma}(0^-) = 0$,解得 $\varphi = 0$,

$C = \frac{-kA}{lk^2 - g}\sqrt{\frac{l}{g}}$ 。由上文可知,在悬带夹角为微小量的前提下,悬带摆角变化是两部分振动的叠加,一部分是固有频率为 $\sqrt{\frac{g}{l}}$ 的单摆式运动,即基座固定不动时的摆动,另一部分是基座振动造成的摆动,而且施加的正弦形式的外力频率如果接近悬带摆角的固有频率,悬带摆角会趋于无穷大,即发生共振。

4 仿真与结论

利用 Adams 软件建立摆式陀螺寻北仪^[11],对基座

分别施加瞬时冲击力、常值干扰力和简谐力,得到基座和陀螺房的位置运动曲线,在悬带摆角为小角度的情况下,基座和陀螺房的运动曲线之差可以表征悬带摆角的运动规律以及陀螺房的受力情况。瞬时冲击力的力学传递关系如图 3 所示。

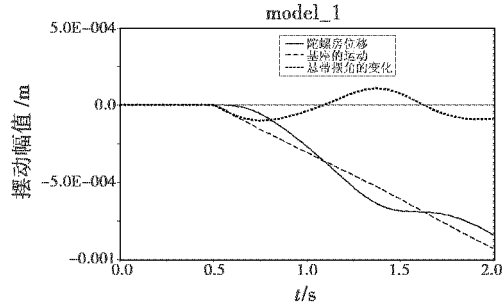


图 3 瞬时冲击力矩下的悬带摆角

Fig.3 Angle of suspension band under instantaneous shock torque

图 3 中,实线代表陀螺房位移,与其相交的虚直线代表基座的运动,两者之差可表征悬带摆角的变化,由结果可见,悬带摆角变化是以零为中心的正弦曲线,验证了式(8)的推导。

常值力矩的力学传递结果如图 4 所示。

从图 4 的仿真结果可以看出,悬带摆角是与施加力方向相反的以某个常值为中心的正弦摆动,验证了式(10)的推导。

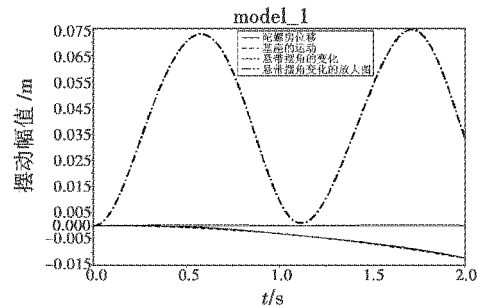


图 4 常值干扰力矩下的悬带摆角

Fig.4 Angle of suspension band under constant disturbance torque

简谐干扰力矩的力学传递结果如图 5 所示(实验方法同图 4)。

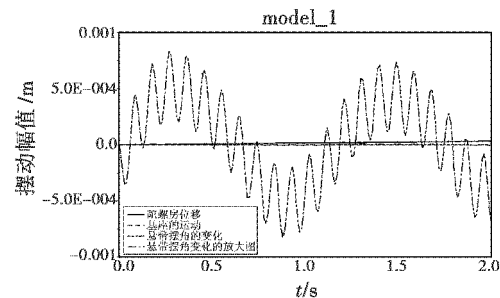


图 5 简谐干扰力矩下的悬带摆角

Fig.5 Angle of suspension band under sine disturbance torque

由图 5 的仿真结果可以看出,悬带摆角是由两个

频率不同的简谐运动叠加构成,以零为摆动中心,验证了式(12)的推导。

取简谐干扰外力的频率接近于悬带摆角的固有频率,从而得到图 6 的结果(实验方法同图 3)。

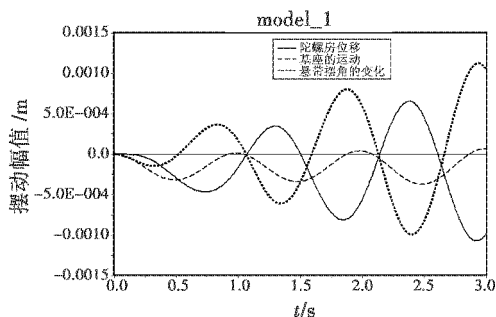


图 6 悬带摆角发生共振

Fig. 6 Angle resonance of suspension band

由图 6 的仿真结果可以看出,若简谐外力的频率接近于悬带摆角的固有频率,则悬带摆幅越来越大,发生共振,验证了前文的推论。

本文结合摆式陀螺寻北仪结构建立了悬带力学传递模型,通过拉格朗日方程推导出悬带摆角的模型并结合实际进行简化,考虑常见的瞬时冲击力、常值阶跃力和简谐干扰力作用在陀螺仪基座上,分别建立并解算模型,然后通过对于下悬挂点位移的仿真来观察陀螺仪受力情况,最后得出结论:在一定近似条件下,悬带摆角变化频率满足单摆频率,在瞬时冲击力和常值力的作用下,悬带摆角在力的作用时刻起开始做简谐振动,摆幅由外力大小决定,在简谐外力作用下,悬带摆角为单摆与该简谐外力两种频率简谐振动的叠加,当简谐外力与单摆的固有频率相近时,将发生共振,这是在摆式陀螺寻北仪实际操作环境中需要避免的。

参 考 文 献

- [1] CHAUMET B, LEVERRIER B, ROUGEOT C, et al. A new silicon tuning fork gyroscope for aerospace applications [C]//Symposium Gyro Technology 2009, Karlsruhe, Germany, 2009:1-5.
- [2] 郭秀中,于波,陈云相.陀螺仪理论及应用[M].北京:航空工业出版社,1987:63-67. (GUO X Z, YU B, CHEN Y X. Gyro theory and application[M]. Beijing: Aviation Industry Press, 1987:63-67.)
- [3] 刘希珠,雷田玉.陀螺力学基础[M].北京:清华大学出版社,1987:91-99. (LIU X Z, LEI T Y. Gyro mechanical basis[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1987:91-99.)
- [4] 刘延柱.陀螺力学[M].2版.北京:科学出版社,2009:53-63. (LIU Y Z. Gyro mechanics[M]. 2nd ed. Beijing: Science Press, 2009:53-63.)
- [5] 姜春福.悬挂式二自由度陀螺经纬仪运动规律的研究[D].北京:北京工业大学,2000. (JIANG C F. Study of the motion law of suspended two-degree-of-freedom gyro compass[D]. Beijing: Beijing University of Technology, 2000.)
- [6] 王缜,贾智东,丁扬斌,等.摆式陀螺罗盘的运动特性及其分析[J].宇航计测技术,2006,26(4):13-14. (WANG Z, JIA Z D, DING Y B, et al. The motion analysis of gyrocompass[J]. Journal of Astronautic Metrology and Measurement, 2006, 26(4):13-14.)
- [7] 郝育新,雷纪刚,杨莉.浅析影响悬带式陀螺仪悬挂带摆动的因素[J].北京机械工业学院学报,2006,21(2):33-35. (HAO Y X, LEI J G, YANG L. Kinematic analysis of the suspended band for the suspended two-degree-of-freedom gyrocompass[J]. Journal of Beijing Institute of Mechanical Industry, 2006, 21(2):33-35.)
- [8] 王赣城,金长明,陈云文,等.吊杆式船载起重机吊绳非线性动力学建模与分析[J].噪声与振动控制,2010(2):23-25. (WANG G C, JIN C M, CHEN Y W, et al. Nonlinear dynamic modeling and analysis of cable in boom ship-mounted crane[J]. Noise and Vibration Control, 2010(2):23-25.)
- [9] 李天鹰.动基座条件下防摆技术研究[D].哈尔滨:哈尔滨工程大学,2010. (LI T Y. Anti-sway technology research for mobile base[D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2010.)
- [10] 余会荣.基于 Simulink 的岸边集装箱起重机减摇系统仿真[J].港口科技,2011(1):30-32. (YU H R. Imitation of swaying-reducing system for shore-based container crane based on Simulink[J]. Science & Technology of Ports, 2011(1):30-32.)
- [11] 倪进峰,聂宏. ADAMS 的陀螺仪建模及特性仿真分析[J].机械与电子,2009(10):65-66. (NI J F, NIE H. Modeling and characteristics simulation analysis of gyroscope based on ADAMS[J]. Mechanical and Electronic, 2009(10):65-66.)