

一种具有速度交汇角约束的最优导引律

徐兴元¹, 郭晨鲜², 潘晓东³, 宋晓娜¹

(1. 河南科技大学, 河南 洛阳 471023; 2. 中州大学信息工程学院, 郑州 450044;
3. 中国航空工业集团公司洛阳电光设备研究所, 河南 洛阳 471000)

摘要: 为了增强拦截弹对目标的精确打击效果, 在末制导段控制拦截弹和目标的速度交汇角是一种有效的措施。提出了一种具有速度交汇角约束的拦截弹最优导引律, 能够同时对脱靶量和速度交汇角进行控制。与现有的具有角度约束的导引律不同, 所提出的导引律适用于拦截高速机动目标, 而且在满足厘米级脱靶量的情况下, 拦截弹在交汇点处不需要过大的横向加速度指令。仿真结果证明了这种导引律的有效性。

关键词: 拦截弹; 速度交汇角; 最优导引律; 目标机动

中图分类号: V249.12 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-637X(2015)08-0008-04

An Optimal Guidance Law with Velocity Rendezvous Angle Constraint

XU Xing-yuan¹, GUO Chen-xian², PAN Xiao-dong³, SONG Xiao-na¹

(1. Henan University of Science and Technology, Luoyang 471023, China; 2. Information Engineering College, Zhongzhou University, Zhengzhou, 450044, China; 3. Luoyang Institute of Electro-Optical Equipment, AVIC, Luoyang 471000, China)

Abstract: In order to increase the effectiveness of interception missile for target attacking, control of velocity rendezvous angle is required in the terminal engagement. An optimal guidance law with velocity rendezvous angle constraint is proposed for the interception missile, which can control velocity rendezvous angle and terminal miss distance simultaneously. Different from previous research on this issue, the proposed law is suitable for intercepting high-speed maneuvering target. In addition, in the case of centimeter level miss distance, the proposed guidance law requires lesser guidance command to avoid command saturation near the terminal time. Numerical simulation result proved the effectiveness of the guidance law.

Key words: interception missile; velocity rendezvous angle; optimal guidance law; target maneuver

0 引言

随着制导武器的发展, 对导引律提出了更高的要求, 针对机动目标的攻击导引技术是当前导引律研究的重点。在某些特殊应用中, 不仅希望获得最小脱靶量, 往往还希望以最佳的角度命中目标, 以发挥战斗部的最大效能并取得最佳毁伤效果。例如, 希望反导导弹能够迎头碰撞来袭导弹, 反坦克导弹能够以一定落角命中薄弱的顶装甲, 钻地弹垂直攻击地面能够取得最大穿深等^[1]。

传统的比例导引律不能实现对终端碰撞角度的控制, 但是比例导引律的变种形式, 可以实现预先确定的碰撞角度^[1-4]。文献[1]提出的偏差比例导引律(BPNG)引起了很多人的兴趣, 该导引律是在传统的比例导引律的基础上再加上一个随时间变化的偏差项, 这个偏差项可以使导弹以特定的角度碰撞目标; 文献[2]借鉴文献[1]的基本思想, 在三维空间中重新设计偏置项来同时约束俯仰和偏航碰撞角, 提出了带碰撞角约束的三维纯比例导引律; 椭圆弧导引律^[3]是一种针对静止目标的偏差比例导引律, 这种方法控制导弹沿一条预先确定的连接导弹和目标的椭圆弧飞行, 导弹速度方向位于椭圆弧的切线上, 因此可在命中目标的同时满足碰撞角度要求; 带有角度约束的变系数比例导引律^[4]是根据弹目运动的数学模型, 通过在线调整导引系数以满足终端角度约束的一类导引律。

收稿日期: 2014-07-21

修回日期: 2014-10-22

基金项目: 中国博士后科学基金(2013M542002); 航空科学基金(20130142002)

作者简介: 徐兴元(1972—), 男, 河南洛阳人, 博士后, 研究方向为导航、制导与控制。

上述几种比例导引律的变种形式都具有制导形式简单、对导航信息偏差的敏感性低的优点,但所得到的导引律依赖于各种假设与简化,制导精度不高。

随着目标机动性日益增强,比例导引已难以满足精确制导的要求。更好的制导性能引起人们对以最优控制理论为基础的现代制导规律的关注。文献[5]研究了匀速导弹具有碰撞角度和控制量约束的最优导引律;文献[6]提出了基于李雅普诺夫稳定理论和参数最优化方法的碰撞角控制导引律;文献[7]提出了同时控制时间和碰撞角度的最优导引律;文献[8]提出的最优导引律在代价函数中包含了空气密度和导弹速度变化的影响;文献[9]设计了同时满足终端角度和加速度约束的最优导引律,不仅有效地避免了制导指令饱和,还为抑制外界干扰留出一定的控制裕量;针对反舰导弹协同攻击和无人机限时抵达的问题,文献[10]推导了同时满足终端角度约束和飞行时间约束的最优导引律。

总体来讲,上述各种具有角度约束的制导算法,针对静止目标或者缓慢移动的目标(如坦克、军舰等)具有较好的性能,而对于高速机动目标,这些导引律往往并不具备足够高的精度。原因在于高速目标往往需要拦截弹在交汇点处提供很大的横向加速度,甚至造成制导指令被限幅,引起脱靶。本文提出的导引律可以实现对脱靶量和速度交汇角的控制,并且能够克服现有导引律的不足。

1 问题的描述与建模

末制导段的弹目运动关系如图1所示。本文的研究内容服从以下几条假设:1) 拦截弹和目标的运动为二维平面飞行;2) 拦截弹和目标均当作质点;3) 拦截弹和目标的速度均为常量;4) 忽略弹目双方所受的重力作用;5) 目标保持恒定的横向机动;6) 拦截弹和目标速度与初始视线的夹角为小量,运动方程可以沿初始视线线性化。

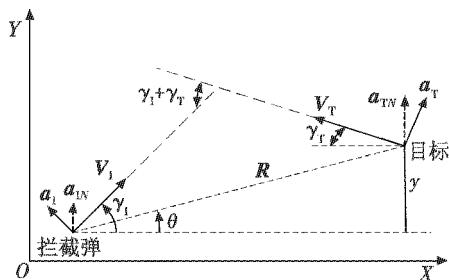


图1 拦截弹和目标平面飞行简图

Fig. 1 Plane flight sketch of the interceptor and target

图1中: X 轴沿初始视线方向; V_I 和 V_T 分别为拦截弹和目标的速度; a_I 和 a_T 分别为拦截弹和目标的横

向加速度; γ_I 和 γ_T 分别为拦截弹和目标的弹道倾角;弹目相对距离为 R ; θ 为视线角;弹目双方偏离初始视线的相对位移表示为 y 。 a_I 和 a_T 垂直于 X 轴的分量表示为 a_{IN} 和 a_{TN} ,且 $a_{IN} = a_I \cos \gamma_I$, $a_{TN} = a_T \cos \gamma_T$ 。

根据图1中各个物理量的定义,弹目相对运动方程为^[11]

$$\dot{\theta} = \frac{-V_I \sin(\gamma_I - \theta) + V_T \sin(\gamma_T + \theta)}{R} \quad (1)$$

$$\dot{R} = -V_I \cos(\gamma_I - \theta) - V_T \cos(\gamma_T + \theta) \quad (2)$$

$$\dot{\gamma}_T = a_T / V_T \quad (3)$$

$$\dot{\gamma}_I = a_I / V_I \quad (4)$$

系统状态方程为

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \quad (5)$$

为了较好地表达本文的研究思想,假定拦截弹是零阶滞后的系统,即

$$\mathbf{a}_I(t) = u(t) \quad (6)$$

式中, $u(t)$ 为拦截弹的制导指令。

根据上文描述,给出如下线性系统模型

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = a_T \cos \gamma_T - a_I \cos \gamma_I \\ \dot{x}_3 = \frac{u_T - a_T}{\tau_T} \\ \dot{x}_4 = a_T / V_T + a_I / V_I \end{cases} \quad (7)$$

式中:状态变量 $x_1 = y$; x_2 为弹目相对横向加速度; x_3 为目标的横向加速度; x_4 为期望的速度交汇角度, $x_4 = \gamma_I + \gamma_T$ 。根据式(7)得

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \gamma_{T0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/V_T & 0 \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$\mathbf{B} = (0 \quad -\cos \gamma_{T0} \quad 0 \quad 1/V_I)^T \quad (9)$$

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T \quad (10)$$

假定弹目双方在飞行中段制导律的作用下能够大致形成如图1所示的飞行三角形,且弹目双方在飞行末段偏离该三角形不太大,则期望的速度交汇角大约为 $\gamma_I + \gamma_T$,剩余飞行时间可估计为^[11]

$$t_g = -\frac{R}{\dot{R}} \quad (11)$$

2 最优导引律的推导

考虑到终端状态误差最小和最少的能量消耗,定义线性二次型性能指标为^[12]

$$J = \frac{1}{2} \mathbf{e}^T(t_f) \mathbf{S} \mathbf{e}(t_f) + \frac{1}{2} \int_0^{t_f} \mathbf{u}^T(\tau) \mathbf{R} \mathbf{u}(\tau) d\tau \quad (12)$$

式中: $\mathbf{e}(t_f) = \mathbf{x}(t_f) - \mathbf{x}_f$, $\mathbf{e}(t_f)$ 为终端状态误差; \mathbf{x}_f 为期望的终端状态; $\mathbf{e}^T(t_f)\mathbf{S}\mathbf{e}(t_f)$ 表示对终端状态误差的约束; $\mathbf{u}^T(\tau)\mathbf{R}\mathbf{u}(\tau)$ 表示对控制量的约束; 通过最小化代价函数(12), 得到最优控制量 $u(t)$ 。由于只要求对脱靶量和速度交汇角度进行控制, 也就是控制状态 x_1 和 x_4 , 通过下式对系统状态简化

$$\mathbf{Z}(t) = \mathbf{D}\mathbf{\Omega}(t_f, t)\mathbf{x}(t) \quad (13)$$

式中: $\mathbf{\Omega}(t_f, t)$ 为状态转移矩阵; \mathbf{D} 的表达式为

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (14)$$

通过求解齐次方程 $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t)$ 得到

$$\mathbf{\Omega}(t_f, t) = \begin{pmatrix} 1 & t_f - t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (t_f - t)\cos\gamma_T & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{t_f - t}{V_T} & 1 \end{pmatrix} \quad (15)$$

$$\dot{\mathbf{\Omega}}(t_f, t) = -\mathbf{e}^{\mathbf{A}(t_f - t)}\mathbf{A} = -\mathbf{\Omega}(t_f, t)\mathbf{A} \quad (16)$$

$\mathbf{Z}(t_f)$ 为

$$\mathbf{Z}(t_f) = \mathbf{D}\mathbf{\Omega}(t_f, t)\mathbf{x}(t) = \mathbf{D}\mathbf{x}(t_f) = \begin{pmatrix} x_1(t_f) \\ x_4(t_f) \end{pmatrix} \quad (17)$$

利用变量 $\mathbf{Z}(t)$, 并选取加权矩阵

$$\begin{cases} \mathbf{S} = \begin{pmatrix} a_1 & 0 \\ 0 & a_2 \end{pmatrix} \\ \mathbf{R} = (1) \end{cases} \quad (18)$$

其中, a_1 和 a_2 为非负常数。定义 $\gamma_f = \gamma_1 + \gamma_T$, $t_g = t_f - t$, 代价函数(12)变为

$$J = \frac{a_1}{2}Z_1^2(t_f) + \frac{a_2}{2}[Z_2(t_f) - \gamma_f]^2 + \frac{1}{2}\int_0^{t_f} u(t)^2 dt \quad (19)$$

$\mathbf{Z}(t)$ 的导数为

$$\dot{\mathbf{Z}}(t) = \mathbf{D}\mathbf{\Omega}(t_f, t)\mathbf{B}\mathbf{u}(t) = \begin{pmatrix} -t_g \cos\gamma_{10} \\ 1/V_1 \end{pmatrix} u \quad (20)$$

拦截弹的横向加速度指令垂直于初始视线的分量为 $u = u_1 \cos\gamma_{10}$, 拦截弹速度垂直于初始视线的分量为 $V_1' = V_1 \cos\gamma_{10}$, 则式(20)变为

$$\begin{cases} \dot{Z}_1 = -t_g u \\ \dot{Z}_2 = u/V_1' \end{cases} \quad (21)$$

最小化代价函数(19), 得到拦截弹的最优导引律

$$u^*(t) = \frac{C_1}{t_g^2}Z_1(t) + C_2 \frac{V_1'}{t_g}[Z_2(t) - \gamma_f] \quad (22)$$

式中

$$\begin{cases} C_1 = \frac{3a_1 t_g^3}{3 + a_1 t_g^3} + \frac{a_2 W_3(t_g) W_2(t_g) t_g^2}{W_1(t_g) + V_1'^2} \\ C_2 = \frac{a_2 W_3(t_g) t_g}{W_1(t_g) + V_1'^2} \end{cases} \quad (23)$$

$$\begin{cases} W_1(t_g) = \frac{a_2(a_1 t_g^4 + 12t_g)}{4(3 + a_1 t_g^3)} \\ W_2(t_g) = \frac{3a_1 t_g^2}{2(3 + a_1 t_g^3)} \\ W_3(t_g) = \frac{a_1 t_g^3 - 6}{2(3 + a_1 t_g^3)} \end{cases} \quad (24)$$

引入状态变量 $Z_1(t)$ 和 $Z_2(t)$ 不仅简化了问题, 而且 $Z_1(t)$ 和 $Z_2(t)$ 还有重要的物理意义。 $Z_1(t)$ 表示零控脱靶量, $Z_2(t)$ 表示零控速度交汇角, 则 $Z_2(t) - \gamma_f$ 表示零控速度交汇角误差。 $Z_1(t)$ 和 $Z_2(t)$ 算式为

$$Z_1(t) = y + \dot{y}t_g + a_T \cos\gamma_T t_g^2/2 \quad (25)$$

$$Z_2(t) = t_g a_T/V_T + \gamma_T + \gamma_1 \quad (26)$$

为了应用式(22)所示的最优导引律, 拦截弹需要获取必要的信息, 例如 $Z_1(t)$, $Z_2(t)$, t_g , V_1' 等参数。在偏离如图1所示的飞行三角形小量的假定条件下, 且拦截弹能够获取视线角 $\theta(t)$ 的信息, 则弹目偏离初始视线的相对距离 y 可以表示为

$$y \approx \theta \mathbf{R} \quad (27)$$

把式(27)代入式(25), 得到

$$Z_1(t) = -\dot{\theta} \mathbf{R} t_g^2 + a_T t_g^2/2 \quad (28)$$

式中: V_1' , γ_1 , \mathbf{R} 可以直接通过惯性导航系统测得; $\dot{\theta}$ 可以通过另外的探测器测得; γ_T , a_T , t_g , V_T 可以通过相应的公式估算得到。在获取这些变量的过程中会引进噪声, 影响测量精度, 可以通过卡尔曼滤波等方法处理噪声问题。由于本文的研究重点是如何获取具有速度交汇角约束的最优导引律, 因此滤波问题可以作为一个新的专题研究。

3 性能分析

利用表1所示的参数验证所提出导引律的有效性, 所得的仿真结果如图2~图5所示。图2表示具有各种速度交汇角的弹目飞行轨迹; 图3表示对应图2中各条飞行轨迹的拦截弹最优制导指令; 图4表示零控脱靶量; 图5表示零控速度交汇角。仿真结果表明, 在满足0.1 m脱靶量的情况下, 能够同时控制速度交汇角, 且在交汇点处所需的制导指令不大, 可以避免指令被限幅。在仿真时, 假定拦截弹和目标的速度均为1500 m/s, 即拦截弹相对于目标并没有速度优势, 这说明所提出的导引律适用于拦截高速机动目标。理论上讲, 提出的最优导引律可以实现任意的速度交汇角。但是, 当设定的速度交汇角太大时, 拦截弹的最大制导指令明显变大(如图3所示), 有可能造成制导指令被限幅, 在工程中应避免这种情况发生。解决的办法是, 根据特定的交汇角度选择合适的初始角度从而减小最

大制导指令。

表 1 最优导引律仿真的初始参数

Table 1 Initial parameters for optimal guidance law simulation

参数	取值
拦截弹初始位置/m	(0,0)
目标初始位置/m	(0,10 000)
拦截弹速度/(m·s ⁻¹)	1500
目标速度/(m·s ⁻¹)	1500
拦截弹初始弹道倾角/(°)	0
目标初始弹道倾角/(°)	0
目标的最大机动能力/(m·s ⁻²)	50
脱靶量/m	0.1
常数 a ₁	10 ⁵
常数 a ₂	10 ⁸

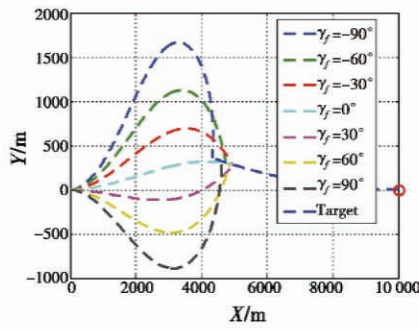


图 2 最优导引律的弹目飞行轨迹

Fig. 2 Interceptor and target's flight path of the optimal guidance law

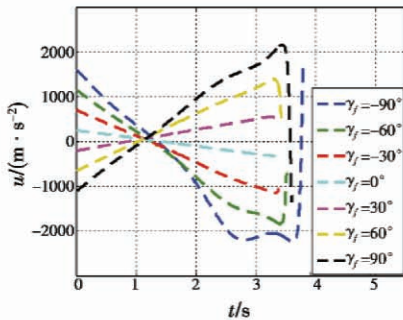


图 3 最优导引律的制导指令

Fig. 3 The optimal guidance command

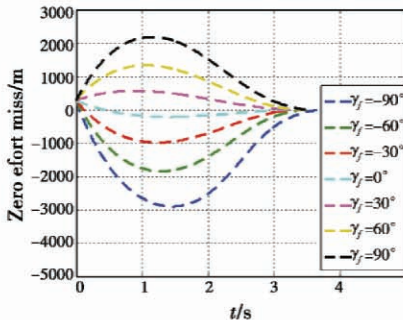


图 4 最优导引律的零控脱靶量

Fig. 4 The optimal guidance law's zero-effort miss distance

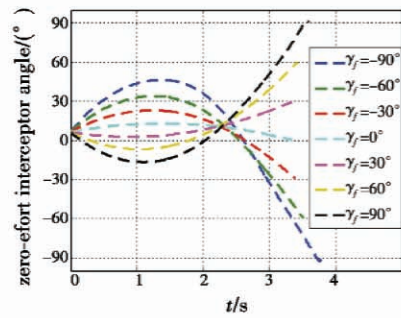


图 5 最优导引律的零控速度交汇角

Fig. 5 The optimal guidance law's zero-effort velocity rendezvous angle

总之,所提出的具有角度约束的最优导引律在满足厘米级脱靶量的情况下,制导指令在交汇点处趋于收敛,这是其相对于现有类似导引律的一大优势。以引起人们广泛关注的 BPNG 为例,BPNG 要求拦截弹相对于目标有一定的速度优势,且这种速度优势越大,制导性能越好,另外,当要求的脱靶量较小时(米级),BPNG 的制导指令在交汇点处趋于发散。

4 结束语

特定的碰撞角度可以有效提高拦截弹的精确打击效果,因此,具有角度约束的导引律引起了很多国内外学者的兴趣。本文给出了一种具有速度交汇角约束的最优导引律较详细的推导过程并通过数字仿真验证了其有效性。当脱靶量为厘米级、目标保持恒定的横向机动且拦截弹和目标具有相同初始速度的情况下,仿真结果表明,所提出的导引律可以同时控制脱靶量和速度交汇角,不会造成指令被限幅。最优导引律的性能依赖精确估计剩余飞行时间,当剩余飞行时间估计误差较大时,精度急剧下降,因此研究更精确的估计剩余飞行时间的方法是必要的。另外,拦截弹初始发射角度对制导性能有很重要的影响,对于特定的终端速度交汇角,选择合适的初始角度可以减小最大制导指令,因此,提出关于初始发射角度和速度交汇角度的成功拦截区域也是今后的一个研究内容。

参考文献

[1] KIM K S, JUNG B, KIM Y. Practical guidance law controlling impact angle[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, 2007, 221(1):29-36.

[2] 李朝旭,郭军,李雪松.带有碰撞角约束的三维纯比例导引律研究[J].电光与控制,2009,16(5):9-12. (LI C X, GUO J, LI X S. Study on three-dimensional PPN with impact angle constraint[J]. Electronic Optics & Control, 2009, 16(5):9-12.)

4 结束语

本文提出了一种基于偏振的水下目标深度信息获取方法,该方法将偏振信息应用在目标深度信息获取之中,提高了获取的精度,通过实验对比,表明该算法性能好且执行效率高。

参考文献

- [1] OAKLEY J P, SATHERLEY B L. Improving image quality in poor visibility conditions using a physical model for contrast degradation [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1998, 7(2):167-170.
- [2] JOHANNES K, NEUBERT R, CHEN B. Deep photo: model-based photograph enhancement and viewing [C]//*Siggraph Asia*, Singapore; *ACM Transactions on Graphics*, 2008, 27(5):1-10.
- [3] NARASIMHAN S G, NAYAR S K. Removing weather effects from monochrome images [C]//*Proceedings of CVPR*, Kauai, Hawaii, IEEE Computer Society, 2001:186-193.
- [4] NARASIMHAN S G, NAYAR S K. Chromatic framework for vision in bad weather [C]//*Proceedings of IEEE CVPR*, South Carolina, IEEE Computer Society, 2000:598-605.
- [5] HE K M, SUN J, ZHOU X O. Single image haze removal using dark channel prior [C]//*Proceedings of IEEE CVPR*, Miami, FL, IEEE Computer Society, 2009:1956-1963.
- [6] FATTAL R. Single image dehazing [J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2008, 27(3):1-9.
- [7] SCHECHNER Y Y, KARPEL N. Clear underwater vision [C]//*Proceedings of the 2004 IEEE Computer Society Conference*, 2004:536-543.
- [8] SCHECHNER Y Y, NARASIMHAN S G, NAYAR S K. Instant dehazing of images using polarization [C]//*Proceedings of the 2001 IEEE Computer Society Conference*, 2001:325-332.
- [9] ZHU P, ZHU H, QIAN X M, et al. An image clearness method for fog [J]. *Journal of Image and Graphics*, 2004, 9(1):124-128.
- [10] GHOSHAL S, CHATTERJEE P, BISWAS B, et al. A novel method for automatic image registration based on wavelet and near fuzzy set [C]//*2013 Annual IEEE India Conference (INDICON)*, 2013:1-6.
- [11] JOGLEKAR J, GEDAM S, MOHAN B K. Image matching using SIFT features and relaxation labeling technique: a constraint initializing method for dense stereo matching [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2014, 52(9):5643-5652.
- [12] LEVIN A, LISCHINSKI D, WEISS Y. A closed form solution to natural image matting [J]. *Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2008, 30(2):228-242.
- (上接第11页)
- [3] YOON M G. Relative circular navigation guidance for three-dimensional impact angle control problem [J]. *Journal of Aerospace Engineering*, 2010, 23(4):300-308.
- [4] 朱战霞, 王建培. 一种攻击地面固定目标的变系数比例导引律 [J]. *飞行力学*, 2000, 18(4):46-49. (ZHU Z X, WANG J P. A gain variable proportional guidance law for stationary target [J]. *Flight Dynamics*, 2000, 18(4):46-49.)
- [5] RYOO C K, SHIN H S, TAHK M J. Energy optimal waypoint guidance synthesis for antiship missiles [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2010, 46(1):80-95.
- [6] SANG D, MIN B M, TAHK M J. Impact angle control guidance law using Lyapunov function and PSO method [C]//*SICE Annual Conference*, Kagawa University, Japan, 2007:2253-2257.
- [7] LEE J I, JEON I S, TAHK M J. Guidance law to control impact time and angle [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, 43(1):301-310.
- [8] YUN J, RYOO C K. Integrated guidance and control law with impact angle constraint [C]//*The 11th International Conference on Control, Automation and Systems*, Gyeonggi-do, 2011:1239-1243.
- [9] LEE Y, RYOO C, KIM E. Optimal guidance with constraints on impact angle and terminal acceleration [C]//*AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*, Austin, USA, 2003. doi:10.2514/6.2003-5795.
- [10] JEON I S, LEE J I, TAHK M J. Guidance law to control impact time and angle [C]//*International Conference on Control and Automation*, Budapest, Hungary, 2005, 2:852-857.
- [11] SIOURIS G M. *Missile guidance and control systems* [M]. New York: Springer, 2004:181-207.
- [12] 吴受章. *最优控制理论与应用* [M]. 北京:机械工业出版社, 2008:59-75. (WU S Z. *Optimal control theory and application* [M]. Beijing: China Machine Press, 2008:59-75.)