

多无人机编队异常检测的稀疏优化算法

王建宏¹, 许莺¹, 熊朝华¹, 徐波²

(1. 中国电子科技集团公司第二十八研究所国家重点实验室, 南京 210007;

2. 南京大学天文与空间科学院, 南京 210096)

摘要: 针对多无人机编队的异常检测问题, 为避免多假设检验及概率不等式的复杂性, 将异常检测问题转化为一个线性未知参数矢量的辨识过程。在有无异常检测个数的先验条件下, 分别构造极大似然辨识问题和非凸的稀疏优化问题, 利用最优必要条件求解最优估计值。采用松弛法将非凸稀疏优化规划成易于求解的凸优化问题。针对凸优化问题中的范数形式, 分别应用最优必要条件和快速梯度算法来近似估计最优值, 并分析快速梯度算法的收敛不等式。最后用仿真算例验证所提方法的有效性。

关键词: 多无人机编队; 异常检测; 稀疏优化; 快速梯度算法

中图分类号: V271.4; TP273 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-637X(2015)08-0001-07

Sparse Optimization Algorithm in Multi-UAV Formation Anomaly Detection

WANG Jian-hong¹, XU Ying¹, XIONG Zhao-hua¹, XU Bo²

(1. Science and Technology on Information System Engineering Laboratory, The 28th Research Institute, China Electronics Technology Group Corporation, Nanjing 210007, China;

2. College of Astronomy & Space Science, Nanjing University, Nanjing 210096, China)

Abstract: To avoid any multi-hypothesis test and the complexity of some probability inequalities, the anomaly detection problem can be converted to the identification of a linear unknown parameter vector. Under priori condition about the number of the anomaly detection, a maximum likelihood identification problem and a non-convex sparse optimization problem are constructed. Then the optimum necessary condition is applied to solve the optimum estimation, and a solvable convex optimization is obtained from the non-convex sparse optimization by adopting a relaxation method. For different norm forms in the convex optimization, the optimum necessary condition and the fast gradient algorithm are respectively used to estimate the optimum values, and some convergence inequalities of the fast gradient algorithm are analyzed. Finally, the effectiveness of the proposed method is verified by the simulation example results.

Key words: multi-UAV formation; anomaly detection; sparse optimization; fast gradient algorithm

0 引言

无人机是一种有效的侦察、打击、防御装置, 近年来在军事领域中表现出极大的优越性。为最大化地提升无人机的侦察、打击效率, 拓宽无人机的应用范围, 国内外已开展对多无人机编队的一系列研究。多无人机编队是指将多架无人机依据某种特定形式进行排列

组合, 保证其在整个执行任务飞行过程中的队形始终不变。

对多无人机编队的研究目前主要集中在编队控制、编队的气动耦合问题、编队的通信定位系统, 此三大类可具体细分, 如多无人机编队航迹规划、编队轨迹保持、编队轨迹控制, 但对多无人机编队中是否出现异常状态问题研究甚少。异常检测可描述为在一个大规模系统中, 如何去判断某几个子系统的行为或特征与其他绝大多数系统相异, 这几个少数子系统可作为异常系统, 整个判断异常系统的过程称为异常检测过程。异常检测来源于对某决策或假设的检验, 需要利用概

收稿日期: 2014-09-10

修回日期: 2014-10-13

基金项目: 部委级资助项目(“八六三”计划)(2013SYAB321)

作者简介: 王建宏(1980—), 男, 江西吉安人, 博士后, 副教授, 研究方向为系统辨识与凸优化。

率论中的贝叶斯公式和不等式来计算某个假设成立的概率值,通过比较各自对应的概率值水平来确定假设是否正确。文献[1]介绍各种常见的统计假设检验方法,如聚类法、分类法、最近邻法、信息熵法、谱分析法;文献[2]将聚类检验法应用于模式识别中的图像压缩感知现象;文献[3]考虑在高斯通信信道中使用最小方差控制的可信度,即采用信息熵法来确定该控制策略失效的概率值水平;文献[4]在增加丢包信息下的通信信道中,利用谱分析法来判断系统达到稳定性的假设检验概率;文献[5]在不可靠的通信联结中检验动态系统的最优控制策略问题,其指出假设的个数会随着系统个数而逐渐快速增长,此时只能通过求解近似解来确定最终的检验结果。由此可见,异常检测过程是采用概率意义下的多假设检验来判断某系统是否异常,其较多地出现在容错控制与故障诊断的故障识别和雷达信号处理中某假设的可信度决策。

考虑多无人机编队的异常检测问题,即选择 N 架无人机在空中构成编队形式飞行,选择的 N 架无人机在物理结构性能上完全一样,具有相同的动力学结构。通过地面测控站采集这 N 架无人机在空中飞行时的大量数据以达到监督的作用,提升编队的飞行安全性。在这 N 架无人机中,怀疑有 $k \ll N$ 架无人机出现异常,其表现出来的飞行动态行为与剩余的 $N - k$ 架无人机截然不同,因事先根本未知正常或异常的飞行质量行为,也未知是哪 k 架无人机出现异常状态。

本文研究多无人机编队异常检测问题的任务在于如何通过采集观测数据检测出 N 架无人机中哪 k 架无人机出现异常。由统计信号处理知识可知^[6]:该异常检测过程对应于一个多假设检验问题,需要做 C_N^k 次多假设检验,通过比较系统观测值与模型预测值,再施以统计检验运算来判断。本文避开传统的统计概率知识,从系统辨识角度来实现多无人机编队的异常状态检测。基于飞行动力学和非线性系统的线性逼近原则,建立编队中 N 架无人机的一种未知线性关系式。当选择一定的时间段来观测总个数时,可得到 N 组各架无人机对应的线性输入-输出关系式。此线性未知关系式可反映出无人机在控制飞行时的攻角、动压、质量变化、偏航角及滚转角间的关系。各架无人机的不同对应着线性未知关系式中的某一个未知参数值的不同。通过此转化可使得原来的异常检测问题转化为辨识 N 个未知参数值的问题。通常利用极大似然辨识可辨识出此 N 个未知参数值,当已知存在 k 架异常无人机时,可从这 N 个参数估计值中选择出偏离最大的 k 个值作为异常状态,而剩余的 $N - k$ 个估计值作为正常状态。此选择过程类似于数据聚类,即将已知 $N - k$ 个值聚合

在一类,其余 k 个值聚合在另一类。在精度要求不高的条件下,可采用极大似然辨识法来检测异常状态。为提高此 N 个未知参数值的辨识精度,突出体现仅 k 个异常状态,将原检测问题规划成一个非凸优化问题,根据约束优化问题求解的罚函数法,利用松弛法将非凸问题等价地转化为一个无约束的稀疏凸优化问题。在此稀疏凸优化问题中,分析在最为常见的 L_2 范数下如何利用最优必要条件求解此 N 个未知参数值。通过比较发现,稀疏优化过程下的最优解在极大似然辨识估计值的基础上增加校正项,此校正项的存在可减小辨识偏差。对于 L_p 范数下的稀疏优化问题,因 L_p 范数的复杂性,可采用文献[7]中的快速梯度算法来求解,并深入阐述快速梯度算法在无约束稀疏优化问题的详细求解过程,分析快速梯度算法的收敛性。

1 问题描述

假设有 N 架无人机在空中编队飞行,无人机在物理结构上是相同的。利用飞行控制系统的有关受力分析过程^[8],可建立此 N 架无人机的动力学非线性模型。利用泰勒级数可将非线性动力学方程在某时刻点处展开,当省略高阶项后可用一个线性关系式来近似表示。此线性关系式可反映出攻角、动压、质量变化、偏航角及滚转角间的联系,即观测量间存在线性未知关系式,即

$$y_i(t) = \varphi_i^T(t)\theta_i + e_i(t) \quad i=1,2,\dots,N \quad (1)$$

式中: t 为时间指标; i 为第 i 架无人机; $y_i(t) \in R$ 为第 i 架无人机在时刻 t 时观测输出量; $\varphi_i(t)$ 为 t 时刻的回归矢量; θ_i 为第 i 架无人机对应的未知模型参数; $e_i(t)$ 为观测噪声。对于每一架无人机 i , $\{y_i(t), \varphi_i(t)\}_{t=1}^M$ 为地面测控站在 t 时刻采集到的数据集, M 表示观测时刻总个数。设观测噪声 $e_i(t)$ 为独立同分布的零均值白噪声,其方差 σ 未知,对于任意 $i \neq j$ 都成立 $E[e_i(t)e_j(t)] = 0$ 。

对于 N 架无人机,当 $i=1,2,\dots,N$ 时,若所有 N 个模型参数都相等,即有

$$\theta_1 = \theta_2 = \dots = \theta_N = \theta_0 \quad (2)$$

式中:若 θ_0 表示一个标定参数值,则所有的 N 架无人机都处于正常状态;若某无人机对应关系式中的模型参数 θ_j 偏离于标定参数值 θ_0 ,可认为该第 j 架无人机是异常的。因事先未知是哪 k 架无人机异常,要从 N 架无人机中选择出 k 架,所有可能的选择方案总数为

$C_N^k = \frac{N!}{(N-k)!k!}$ 。观察式(1)和式(2)可知:若能计算出所有的模型参数值 $\theta_i, i=1,2,\dots,N$,则标定参数值 θ_0 可取这 N 个 θ_i 值的平均值,选择偏离标定参数值

θ_0 较远的那 k 个参数值对应的无人机为出现异常。

2 极大似然辨识

根据高斯噪声 $e_i(t)$ 的统计特性可知, $e_i(t)$ 的概率密度分布函数为 $p_{e_i(t)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left[-\frac{e_i^2(t)}{2\sigma}\right]$, 将线性未知关系式(1)代入至 $e_i(t)$ 的概率密度函数中, 可得在未知参数 θ_i 的条件下观测量 $y_i(t)$ 的条件概率密度函数为

$$p_{y_i(t)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left[-\frac{(y_i(t) - \varphi_i^T(t)\theta_i)^2}{2\sigma}\right] \quad (3)$$

联合所有的观测时间点 $t = 1, 2, \dots, M$, 可得条件概率密度函数为

$$p_{y_i(t)}(\theta_i) = \prod_{t=1}^M \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left[-\frac{(y_i(t) - \varphi_i^T(t)\theta_i)^2}{2\sigma}\right] \quad (4)$$

对式(4)左右两端同时取负对数运算可得似然函数为

$$l(\theta_i, \sigma) = \frac{M}{2} \ln \sigma + \frac{1}{2} \sum_{t=1}^M \frac{(y_i(t) - \varphi_i^T(t)\theta_i)^2}{\sigma}$$

未知参数值 θ_i 可通过最小化似然函数 $l(\theta_i, \sigma)$ 得

$$(\theta_i, \sigma) = \underset{(\theta_i, \sigma)}{\operatorname{argmin}} \left[\frac{M}{2} \ln \sigma + \frac{1}{2} \sum_{t=1}^M \frac{(y_i(t) - \varphi_i^T(t)\theta_i)^2}{\sigma} \right] \quad (5)$$

因白噪声 $e_i(t)$ 的方差 σ , 在式(5)中将 θ_i 和 σ 同时作为联合决策变量进行最小化运算。根据最优性必要条件可知: 式(5)中的似然函数要取到最小化, 其在最优点处的一阶偏导数必为零, 即满足条件

$$\frac{\partial l(\theta_i, \sigma)}{\partial \theta_i} = \frac{\partial l(\theta_i, \sigma)}{\partial \sigma} = 0 \quad (6)$$

将式(6)中的第一项展开得等式: $-\frac{1}{2\sigma} \sum_{t=1}^M [y_i(t) - \varphi_i^T(t)\theta_i] \varphi_i(t) = 0$ 。整理可得第 i 架无人机对应的模型参数估计值为

$$\hat{\theta}_i = \left[\sum_{t=1}^M \varphi_i^T(t) \varphi_i(t) \right]^{-1} \sum_{t=1}^M \varphi_i^T(t) y_i(t) \quad (7)$$

将式(6)中的第二项展开得等式: $M = \frac{1}{\sigma} \sum_{t=1}^M (y_i(t) - \varphi_i^T(t)\theta_i)^2$, 即未知方差估计值为

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{M} \sum_{t=1}^M (y_i(t) - \varphi_i^T(t)\theta_i)^2 \quad (8)$$

注意到式(8)方差估计值 $\hat{\sigma}$ 的等式右边出现了未知参数值 θ_i , 此时采用式(7)的参数估计值来代替

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{M} \sum_{t=1}^M (y_i(t) - \varphi_i^T(t)\hat{\theta}_i)^2 \quad (9)$$

对于每一架无人机的线性位置关系式, 利用输出量和回归矢量间的关系式(7), 可直接求解出其中的未知参数估计值。当所有的 N 个未知参数值都依据式(7)辨识后, 标定参数值 θ_0 可取为

$$\hat{\theta}_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{\theta}_i \quad (10)$$

对于每一个线性未知关系式都需做式(7)的辨识方程, 此过程共需求解 N 次以得到各模型参数估计值 $\{\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_N\}$, 再从该参数估计值集中选择偏离 $\hat{\theta}_0$ 较远的 k 个值, 即可作为出现异常状态的无人机模型参数, 此时所采取的辨识策略是分布式的极大似然辨识。虽然式(7)能够给出模型参数估计值的无偏估计, 但在此极大似然辨识过程中未考虑到仅 k 架无人机出现异常, 当考虑此先决条件时可将原异常检测的多假设检验问题转化为稀疏优化问题。

3 稀疏优化

由多假设检验可知^[9], 检验的目的是寻找 k 个线性关系式的数据观测值与剩余的 $N - k$ 个线性关系式的观测数据是不同的。因 $N - k$ 个模型参数值是相同的, 求解多假设检验问题的等价方法是最小化式(5)所示的似然函数, 同时增加 $N - k$ 个模型参数是相同的约束条件, 即将多假设检验问题描述成

$$\min_{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N, \theta_0} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^M \|y_i(t) - \varphi_i^T(t)\theta_i\|^2 \quad (11)$$

$$\text{s.t. } \left\| \left[\|\theta_1 - \theta_0\|_p \quad \|\theta_2 - \theta_0\|_p \quad \dots \quad \|\theta_N - \theta_0\|_p \right] \right\|_0 = k$$

式(11)中的 L_p 范数为欧几里德范数, L_0 范数定义为非零元素的个数。此时出现异常状态的 k 架无人机未知参数值可以从估计值 $\|\theta_i - \theta_0\|_p \neq 0$ 中被检测出来。式(11)表明异常、正常和标定模型参数都可从带有观测噪声 $\{e_i(t)\}_{i=1}^N$ 的给定数据集 $\{y_i(t), \varphi_i(t)\}_{i=1}^M, i = 1, 2, \dots, N$ 中辨识出来。根据最优性理论^[10], 利用约束优化问题求解的罚函数法, 式(11)等价于存在一个正的规范系数 λ 使得式(11)的约束优化问题等价地描述为无约束规范化问题, 即

$$\min_{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N, \theta_0} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^M \|y_i(t) - \varphi_i^T(t)\theta_i\|^2 + \lambda \left\| \left[\|\theta_1 - \theta_0\|_p \quad \|\theta_2 - \theta_0\|_p \quad \dots \quad \|\theta_N - \theta_0\|_p \right] \right\|_0 \quad (12)$$

通过对式(12)的求解可得到式(11)的未知参数估计值 $\{\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_N, \hat{\theta}_0\}$ 。对于式(12)中规范系数 λ 的合适选取, 可采用文献[11]中提出的凸分析理论, 推导出一个关键的规范系数值, 此值可作为规范系数寻找过程的一个初始点。根据凸优化问题的判别准则^[12]可知: 式(11)和式(12)都是非凸优化, 其中, 式(12)为非凸的原因在于增加的第二项规范项。为将式(12)所示的非凸优化转化为凸优化形式, 采用凸包运算来替换 L_0 范数, 或类似松弛法采用 L_1 范数来代

替 L_0 范数,得到如下的凸优化问题

$$\min_{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N, \theta_0} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^M \|y_i(t) - \boldsymbol{\varphi}_i^T(t) \theta_i\|^2 + \lambda \sum_{i=1}^N \|\theta_0 - \theta_i\|_p \quad (13)$$

式(13)已施加 L_1 范数, L_1 范数定义为各个元素的绝对值之和。记式(13)所有的未知参数构成矢量为

$$\mathbf{x} = (\theta_1 \ \theta_2 \ \dots \ \theta_N \ \theta_0)^T \in R^{(N+1)m} \quad (14)$$

将所有时刻的观测输出量和回归矢量记为

$$\begin{cases} \mathbf{Y}_i = (y_i(1) \ y_i(2) \ \dots \ y_i(M))^T \\ \boldsymbol{\phi}_i = (\boldsymbol{\varphi}_i(1) \ \boldsymbol{\varphi}_i(2) \ \dots \ \boldsymbol{\varphi}_i(M))^T \end{cases} \quad (15)$$

将式(14)和式(15)的矢量分别代入至凸优化的目标函数中得到

$$\min_{\mathbf{x}} G(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N G_i(\mathbf{x}) \quad (16)$$

式中, $G_i(\mathbf{x}) = \|\mathbf{Y}_i - \boldsymbol{\phi}_i \theta_i\|^2 + \lambda \|\theta_0 - \theta_i\|_p$ 。

因式(16)的 L_p 范数展开式中含有 p 次开方根,对于式(16)的稀疏凸优化问题的求解仍采用最优必要条件来求解。此时需要计算稀疏凸优化中目标函数的某些偏导数为

$$\begin{cases} \frac{\partial G_i(\mathbf{x})}{\partial \theta_j} = 0 & i \neq j \\ \frac{\partial G_i(\mathbf{x})}{\partial \theta_i} = -2\boldsymbol{\phi}_i^T(\mathbf{Y}_i - \boldsymbol{\phi}_i \theta_i) - \frac{\lambda}{p} [\|\theta_0 - \theta_i\|_p]^{1-p} \\ \frac{\partial G_i(\mathbf{x})}{\partial \theta_0} = \frac{\lambda}{p} [\|\theta_0 - \theta_i\|_p]^{1-p} \end{cases} \quad (17)$$

将式(17)中的三类偏导数分别代入至原稀疏凸优化的目标函数 $G(\mathbf{x})$ 中并令其各自都等于零,可得

$$\begin{cases} \frac{\partial G(\mathbf{x})}{\partial \theta_i} = \frac{\partial G_i(\mathbf{x})}{\partial \theta_i} = 0 \\ \frac{\partial G(\mathbf{x})}{\partial \theta_0} = \sum_{i=1}^N \frac{\lambda}{p} [\|\theta_0 - \theta_i\|_p]^{1-p} = 0 \end{cases} \quad (18)$$

将式(18)展开为

$$\begin{cases} 2\boldsymbol{\phi}_i^T(\mathbf{Y}_i - \boldsymbol{\phi}_i \theta_i) + \frac{\lambda}{p} [\|\theta_0 - \theta_i\|_p]^{1-p} = 0 & i = 1, 2, \dots, N \\ \sum_{i=1}^N \frac{\lambda}{p} [\|\theta_0 - \theta_i\|_p]^{1-p} = 0 \end{cases} \quad (19)$$

实际上通过式(19)即可求解出所有的未知参数矢量 \mathbf{x} , 因其含有 L_p 范数, 故所有的参数估计值必与 L_p 范数有关^[13]。如果取 L_p 范数为欧几里德 L_2 范数, 即当 $p=2$ 时, 上述展开式分别为: $G_i(\mathbf{x}) = \|\mathbf{Y}_i - \boldsymbol{\phi}_i \theta_i\|^2 + \lambda(\theta_0 - \theta_i)^T(\theta_0 - \theta_i)$, 此时对应的偏导数各自为

$$\begin{cases} \frac{\partial G_i(\mathbf{x})}{\partial \theta_j} = 0 & i \neq j \\ \frac{\partial G_i(\mathbf{x})}{\partial \theta_i} = -2\boldsymbol{\phi}_i^T(\mathbf{Y}_i - \boldsymbol{\phi}_i \theta_i) - 2\lambda(\theta_0 - \theta_i) \\ \frac{\partial G_i(\mathbf{x})}{\partial \theta_0} = 2\lambda(\theta_0 - \theta_i) \end{cases} \quad (20)$$

将式(20)代入至 $G(\mathbf{x})$ 的目标函数中, 并令其都等于零, 可得

$$\begin{cases} \frac{\partial G(\mathbf{x})}{\partial \theta_i} = \frac{\partial G_i(\mathbf{x})}{\partial \theta_i} = 2\boldsymbol{\phi}_i^T(\mathbf{Y}_i - \boldsymbol{\phi}_i \theta_i) + 2\lambda(\theta_0 - \theta_i) = 0 \\ \frac{\partial G(\mathbf{x})}{\partial \theta_0} = \sum_{i=1}^N 2\lambda(\theta_0 - \theta_i) = 0 \end{cases} \quad (21)$$

由式(21)的第2个子式可得标定值 θ_0 的估计值为

$$\hat{\theta}_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \theta_i \quad (22)$$

由式(21)的第1个子式可得未知参数估计值为: $\hat{\theta}_i = (\boldsymbol{\phi}_i^T \boldsymbol{\phi}_i + \lambda \mathbf{I})^{-1} (\boldsymbol{\phi}_i^T \mathbf{Y}_i + \lambda \hat{\theta}_0)$, 此式中需要利用到标定参数值 θ_0 , 可用其估计值来替换为

$$\hat{\theta}_i = (\boldsymbol{\phi}_i^T \boldsymbol{\phi}_i + \lambda \mathbf{I})^{-1} (\boldsymbol{\phi}_i^T \mathbf{Y}_i + \lambda \hat{\theta}_0) \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (23)$$

式(22)和式(23)相互迭代, 可得最终收敛的参数估计矢量 \mathbf{x} , 由式(22)、式(23)可见, 稀疏优化问题的标定参数估计值 $\hat{\theta}_0$ 应为所有估计值 $\theta_i, i = 1, 2, \dots, N$ 的平均值, 而每一个模型参数估计值 $\hat{\theta}_i$ 在极大似然辨识估计值式(7)的基础上有较大改变, 逆矩阵变成 $(\boldsymbol{\phi}_i^T \boldsymbol{\phi}_i + \lambda \mathbf{I})^{-1}$, 增加一项 $(\boldsymbol{\phi}_i^T \boldsymbol{\phi}_i + \lambda \mathbf{I})^{-1} \lambda \hat{\theta}_0$ 。此增加项虽存在增大偏差的现象^[14], 但其能体现已知仅 k 个模型参数不同的先决条件。

当利用最优必要条件求解出所有的未知参数矢量值 $\mathbf{x} = (\theta_1 \ \theta_2 \ \dots \ \theta_N \ \theta_0)^T$ 后, 再来比较 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N$ 与 θ_0 的接近程度, 选择偏离幅度较大的 k 个值所对应的系统状态即为异常状态, 或者选择一个可接受的容忍度 ε , 当存在估计值与标定值间的偏差小于 ε 时, 称为可接受的正常状态。若存在某 θ_j 使得有 $|\theta_j - \theta_0| \geq \varepsilon$, 则称系统 $y_j(t) = \boldsymbol{\varphi}_j^T(t) \theta_j + e_j(t)$ 为异常状态。

4 快速梯度算法

对于式(16)的凸优化问题, 因目标函数中含有 L_p 范数, 利用最优必要条件来求解仅限于理论上的推导分析^[15], 而在实际工程应用时常采用迭代算法来近似求解。为此可采用文献[16]中提出的快速梯度算法来迭代地求解式(16)中的凸优化过程。

首先计算式(16)凸优化目标函数 $G(\mathbf{x})$ 的一阶梯度矢量为

$$\frac{\partial G(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -2\boldsymbol{\phi}_1^T(\mathbf{Y}_1 - \boldsymbol{\phi}_1\boldsymbol{\theta}_1) - \frac{\lambda}{p}[\|\boldsymbol{\theta}_0 - \boldsymbol{\theta}_1\|_p]^{1-p} \\ -2\boldsymbol{\phi}_2^T(\mathbf{Y}_2 - \boldsymbol{\phi}_2\boldsymbol{\theta}_2) - \frac{\lambda}{p}[\|\boldsymbol{\theta}_0 - \boldsymbol{\theta}_2\|_p]^{1-p} \\ \vdots \\ -2\boldsymbol{\phi}_N^T(\mathbf{Y}_N - \boldsymbol{\phi}_N\boldsymbol{\theta}_N) - \frac{\lambda}{p}[\|\boldsymbol{\theta}_0 - \boldsymbol{\theta}_N\|_p]^{1-p} \\ \sum_{i=1}^N \frac{\lambda}{p}[\|\boldsymbol{\theta}_0 - \boldsymbol{\theta}_i\|_p]^{1-p} \end{bmatrix} \quad (24)$$

再计算对应的二阶海赛矩阵为

$$\frac{\partial^2 G(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^2} = \begin{pmatrix} 2\boldsymbol{\phi}_1^T\boldsymbol{\phi}_1 - \frac{\lambda}{p}(1-p)[\|\boldsymbol{\theta}_0 - \boldsymbol{\theta}_1\|_p]^{p-2} \frac{\partial \|\boldsymbol{\theta}_0 - \boldsymbol{\theta}_1\|_p}{\partial \boldsymbol{\theta}_1} \dots \frac{\lambda}{p} \frac{1}{1-p} [\|\boldsymbol{\theta}_0 - \boldsymbol{\theta}_1\|_p]^{p-2} \frac{\partial \|\boldsymbol{\theta}_0 - \boldsymbol{\theta}_1\|_p}{\partial \boldsymbol{\theta}_0} \\ \vdots \\ \frac{\lambda}{p}(1-p)[\|\boldsymbol{\theta}_0 - \boldsymbol{\theta}_1\|_p]^{p-2} \frac{\partial \|\boldsymbol{\theta}_0 - \boldsymbol{\theta}_1\|_p}{\partial \boldsymbol{\theta}_1} \dots \sum_{i=1}^N \frac{\lambda}{p}(1-p)[\|\boldsymbol{\theta}_0 - \boldsymbol{\theta}_i\|_p]^{p-2} \frac{\partial \|\boldsymbol{\theta}_0 - \boldsymbol{\theta}_i\|_p}{\partial \boldsymbol{\theta}_0} \end{pmatrix} \quad (25)$$

计算海赛矩阵的最大和最小特征值分别为: $\mu_1 =$

$$\lambda_{\max} \left[\frac{\partial^2 G(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^2} \right], \mu_2 = \lambda_{\min} \left[\frac{\partial^2 G(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^2} \right].$$

在此凸规划过程中, μ_1 为 $G(\mathbf{x})$ 的梯度矢量满足利普希兹连续条件时的常数, μ_2 为 $G(\mathbf{x})$ 的一个凸参数。定义凸函数 $G(\mathbf{x})$ 的一组估计序列为: $\{\psi_i\}_{i=0}^{\infty}, \{\gamma_i\}_{i=0}^{\infty}, \gamma_i \geq 0$, 使得当 $\gamma_i \rightarrow 0$ 时有: $\psi_i(\mathbf{x}) \leq (1 - \gamma_i)G(\mathbf{x}) + \gamma_i\psi_0(\mathbf{x}), \forall i \geq 0$ 。根据估计序列定义有: $G(x_i) \leq \psi_i^* = \min_{\mathbf{x}} \psi_i(\mathbf{x})$, 从而有 $G(x_i) - G^* \leq \gamma_i[\psi_0(\mathbf{x}^*) - G^*] \rightarrow 0$ 。其中, $G^* = \min_{\mathbf{x}} G(\mathbf{x}), \mathbf{x}^* = \operatorname{argmin}_{\mathbf{x}} \psi_i(\mathbf{x})$ 。对于估计序

列的构造可采用递推形式, 设 $\{\alpha_i\}_{i=0}^{\infty}, \alpha_i \in (0, 1), \sum_{i=0}^{\infty} \alpha_i = \infty, \gamma_0 = 1, \{h_i\}_{i=0}^{\infty}$ 为任一序列, 初始估计序列为: $\psi_0(\mathbf{x}) = G(x_0) + \frac{\eta_0}{2} \|\mathbf{x} - v_0\|^2$ 。估计序列过程为递推形式: $\psi_i(\mathbf{x}) = \psi_i^* + \frac{\eta_i}{2} \|\mathbf{x} - v_i\|^2$ 。其中序列 $\{\eta_i\}, \{v_i\}$ 和 $\{\psi_i^*\}$ 为: $\eta_{i+1} = (1 - \alpha_i)\eta_i + \alpha_i\mu_2; v_{i+1} = \frac{1}{\eta_{i+1}}[(1 - \alpha_i)\eta_i v_i + \alpha_i\mu_2 h_i - \alpha_i G'(h_i)]; \psi_{i+1}^* = (1 - \alpha_i)\psi_i^* + \alpha_i G(h_i) - \frac{\alpha_i^2}{2} \|G'(h_i)\|^2 + \frac{\alpha_i(1 - \alpha_i)\gamma_i}{\eta_{i+1}} \left(\frac{\mu_2}{2} \|h_i - v_i\|^2 + \langle G'(h_i), v_i - h_i \rangle \right)$ 。

估计序列的递推构造过程可用于对快速梯度算法的计算复杂度进行分析, 即第 t 次的迭代目标函数与最优估计下的目标函数间的误差上界可表示为估计序列的显式形式。整个快速梯度算法的具体实现过程如下所述。

1) 对于初始值 $x_0 \in R^{(N+1)m}$, 取 $\{h_i\}_{i=0}^{\infty}$ 中的初始序列为 $h_0 = x_0$, 设 $\{\alpha_i\}_{i=0}^{\infty}$ 中的初始值满足 $0 \leq \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}} \leq \alpha_0 < 1$ 。

2) 计算目标函数 $G(\mathbf{x})$ 的二阶海赛矩阵, 并求取其对应的最大和最小特征值 μ_1 和 μ_2 。

3) 计算 $x_{i+1} = \operatorname{argmin}_{\mathbf{x}} \left\| \mathbf{x} - h_i + \frac{1}{\mu_1} \nabla G(h_i) \right\|^2$ 。

4) 递推地计算 $\alpha_{i+1} \in (0, 1), \alpha_{i+1}^2 = (1 - \alpha_{i+1})\alpha_i^2 + \frac{\mu_2\alpha_{i+1}}{\mu_1}$ 。

5) 设 $\beta_i = \frac{\alpha_i(1 - \alpha_{i+1})}{\alpha_i^2 + \alpha_{i+1}}$ 。

6) 计算 $h_{i+1} = x_{i+1} + \beta_i(x_{i+1} - x_i)$ 。

7) 循环。对于快速梯度算法的收敛性有如下的不等式成立, 即利用快速梯度算法所得到的未知参数估计序列 $\{x_k\}_{k=0}^{\infty}$ 可保证有

$$G(x_k) - G^* \leq \lambda_k \left[G(x_0) - G^* + \frac{\gamma_0}{2} \|\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}^*\|^2 \right] \quad (26)$$

其中, $\lambda_0 = 1$ 及 $\lambda_k = \prod_{i=0}^{k-1} (1 - \alpha_i)$, 当选择 $\gamma_0 \geq \mu_2$ 时有

$$\lambda_k \leq \min \left\{ \left(1 - \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}} \right)^k, \frac{4\mu_1}{(2\sqrt{\mu_1} + k\sqrt{\gamma_0})^2} \right\} \quad (27)$$

当选择 $\gamma_0 = \mu_1$ 时有

$$G(x_k) - G^* \leq \min \left\{ \left(1 - \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}} \right)^k, \frac{4}{(2+k)^2} \right\} \|\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}^*\|^2. \quad (28)$$

当选择估计序列中的系数 $\alpha_0 \geq \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}}$ 时, 由快速梯度算法生成的估计序列成立

$$G(x_k) - G^* \leq \min \left\{ \left(1 - \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}} \right)^k, \frac{4\mu_1}{(2\sqrt{\mu_1} + k\sqrt{\gamma_0})^2} \right\} \times \left[G(x_0) - G^* + \frac{\gamma_0}{2} \|\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}^*\|^2 \right] \quad (29)$$

式中, $\gamma_0 = \frac{\alpha_0(\alpha_0\mu_1 - \mu_2)}{1 - \alpha_0}$ 。

5 仿真算例

考虑一个多无人机编队飞行过程, 每一架无人机的飞行性能数据都可由地面测控站采集构成数据集。利用采集到的历史飞行数据重构成一个编队中无人机飞行的线性未知关系式。整个测控数据处理系统的信息流过程如图 1 所示。

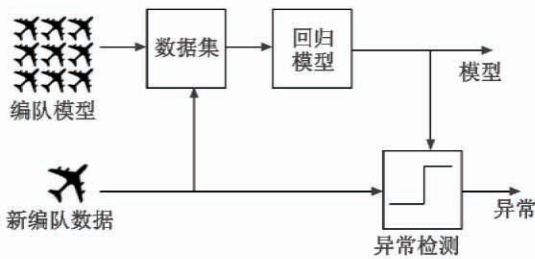


图1 编队中的信息处理过程

Fig. 1 The information process in formation

图1中,编队无人机飞行数据储存在数据集中,通过数据集来构造一个线性回归模型,此模型利用不同的未知参数来对应各自不同的无人机,基于此模型,采用稀疏优化问题及快速梯度算法来求解所有的未知参数值。

设编队中总共有9架无人机,其中已知有3架无人机可能出现异常状态,采集到的数据总个数为500,即在式(1)中有 $N=9, k=3, M=500$ 。对于第 i 架无人机,在时间 t 处的 $y_i(t)$ 表示攻角, $\varphi_i(t)$ 是由质量变化、动压、偏航角及滚转角构成的回归矢量,噪声 $e_i(t)$ 为零均值、方差为0.5的高斯白噪声。设正常飞行状态下无人机对应的标定参数值 θ_0 的均值和方差分别为

$$\bar{\theta}_0 = \begin{pmatrix} 0.8 \\ -3 \\ -0.6 \\ 0.5 \end{pmatrix}, \Sigma_0 = \begin{pmatrix} 0.04 & 0.12 & 0.02 & 0.02 \\ 0.12 & 0.08 & 0.08 & 0.01 \\ 0.02 & 0.09 & 0.03 & 0.1 \\ 0.02 & 0.2 & 0.1 & 0.05 \end{pmatrix}。$$

由此可知标定参数值 θ_0 是一个随机变量即: $\theta_0 \sim N(\bar{\theta}_0, \Sigma_0)$ 。回归向量 $\varphi_i(t)$ 的生成也构成一个随机向量为 $\varphi_i(t) \sim N(\bar{\varphi}, \Sigma_\varphi)$, $\bar{\varphi} = (0.9 \ -1.2 \ -2.8 \ 0.7)^T$,

$$\Sigma_\varphi = \begin{pmatrix} 0.25 & -0.02 & 0.12 & -0.04 \\ -0.02 & 0.45 & 0.03 & -0.05 \\ 0.12 & 0.03 & 0.9 & -1.2 \\ -0.04 & -0.52 & -1.2 & 3 \end{pmatrix}。$$

将上述数据代入多无人机编队异常检测的稀疏优化模型中,采用快速梯度算法来求解9个未知参数值和1个标定值。分别将9个参数估计值与标定参数均值 $\bar{\theta}_0$ 的偏离程度绘于图2中。

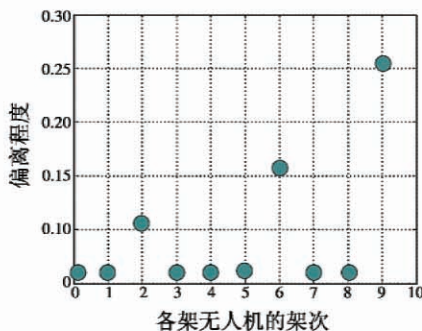


图2 未知参数值与标定值间的偏离程度

Fig. 2 The difference between unknown parameters and the nominal ones

由图2可见,第1,3,4,5,7,8个参数值与标定均值的偏离程度较小,且非常接近,故它们之间的偏差可忽略,即这几架无人机都可认为是处于正常状态;而第2,6,9个参数值与标定均值的偏差较大,从而体现出这3架无人机应是处于异常状态。

6 结语

将多无人机编队异常检测问题描述成一个未知参数矢量的辨识过程。在不考虑先验信息时,采用极大似然辨识法得到检验结果;在已知异常状态个数条件下,将多假设检验问题转化成稀疏优化问题。针对非凸稀疏优化求解,采用最优必要条件推导出范数限制下的解形式。利用松弛法将非凸稀疏优化规划成凸稀疏优化,采用快速梯度算法求解凸优化过程,并给出快速梯度算法的收敛不等式。如何将线性关系的检测问题推广至非线性的检测问题是下一步的研究主题。

参考文献

- [1] CHANDOLA V, BANERJEE A, KUMAR V. Anomaly detection: a survey [J]. ACM Computing Surveys, 2009, 41(15): 1-58.
- [2] DONOHO D L. Compressed sensing [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [3] FREUDENBERG J S, MIDDLETON R H, BRASLAVSKY J H. Minimum variance control over a Gaussian communication channel [C] // American Control Conference, 2008: 2625-2630.
- [4] GUPTA V, SPANOS D, HASSIBI B, et al. Optimal LQG control across a packet dropping link [J]. Systems and Control Letters, 2007, 56(6): 439-446.
- [5] IMER O C, YUKSEL S, BASAR T. Optimal control of dynamical systems over unreliable communication links [J]. Automatica, 2006, 42(9): 1429-1440.
- [6] YOU K Y, FU M Y, XIE L H. Mean square stability for Kalman filtering with Markovian packet losses [J]. Automatica, 2011, 47(12): 2647-2657.
- [7] 王建宏. 基于先进辨识的控制策略研究及其应用 [D]. 南京: 南京航空航天大学, 2011. (WANG J H. Research on control strategies based on advanced identification and their application [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2011.)
- [8] FELLER C, JOHANSEN T A, OLARU S. An improved algorithm for combinatorial multi-parametric quadratic programming [J]. Automatica, 2013, 49(5): 1370-1376.
- [9] SILVA E I, GOODWIN G C, QUEVEDO D E. Control system design subject to SNR constraints [J]. Automatica,

- 2010, 46(2):428-436.
- [10] POLYANSKIY Y, POOR H V, VERDU S. Channel coding rate in the finite blocklength regime [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2010, 56(5):2307-2359.
- [11] BERSTEKAS D P, TSITSIKLIS J N. Parallel and distributed computation; numerical methods [M]. Nashua: Athema Scientific, 1997.
- [12] BOYD S, VANDENBERGHE L. Convex optimization[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
- [13] BOYD S, PARIK N, CHU B, et al. Distributed optimization and statistical learning via the alternating direction method of multipliers [J]. Foundations and Trends in Machine Learning, 2011, 16(3):511-516.
- [14] CANDÈS E J, ROMBERG J, TAO T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information [J]. IEEE Transaction on Information Theory, 2006, 52(4):489-509.
- [15] PAUL M J, HOF V D, DANKERS A, et al. Identification of dynamic models in complex networks with prediction error methods [J]. Automatica, 2013, 49(10):2994-3006.
- [16] 王建宏. 故障估计下子空间预测控制的快速梯度算法 [J]. 上海交通大学学报, 2013, 47(7):1015-1021. (WANG J H. Fast gradient algorithm in subspace predictive control under fault estimation [J]. Journal of Shanghai Jiao Tong University, 2013, 47(7):1015-1021.)

《光学制造技术》(原著第二版)

【德】延斯·布利特纳(Jens Bliedtner), 京特·格雷费(Gunter Grafe)著

【美】鲁珀特·黑克托尔(Rupert Hector), 周海宪, 程云芳, 译

ISBN:978-7-122-21497-3, 定价 148 元, 400 页, 平装, 2015 年 1 月出版, 化学工业出版社

本书是根据多位专家多年实践经验和研究成果编撰而成。不仅介绍传统的加工方法,也阐述较为先进的制造技术(但并非实验室或研究所级制造工艺)。现代光学制造技术是研发和制造高质量光学组件的基本要求,本书完整地阐述了相关制造技术。前面章节首先介绍光学的基本原理,以及光学材料,例如矿物和有机玻璃、光纤和晶体材料的制造技术。第四章讨论研发和制造工艺的基本知识、制造类型和方法,以及相关技术数据。第五章阐述一次成型法,因为该方法被认为是对光学制造工程后续工艺有重要影响的前提条件。第六章重点是成型技术,诸如精密模压、纤维抽拉和凹模冲压方法。第七章是本书的重点内容,描述表面加工方法,除了介绍粗磨、精磨和抛光等传统方法外,还讨论了例如超高精度加工和激光光刻成形等最先进的加工技术,介绍传统制造技术以及诸如非球面和自由曲面等最现代制造技术的相关理论,并给出一些应用实例。第八章向读者介绍光学零件镀膜技术,并讨论现代镀膜法。连接技术是本书另一个重点,除了阐述现代制造工艺使用的大量连接技术外,本书还介绍重要的光学元件装配技术。最后,有选择性地展示几种棱镜和透镜的加工和装配工艺。

读者对象:本书适合光学工厂和车间技术人员及光电技术研究所和光电子仪器公司设计人员使用,还适合相关大学和相关专业学生作为参考书。

图书特点:内容完整,涵盖了光学制造技术的整个内容,既可以使读者了解光学制造技术的发展历史,又能够全面地懂得其发展现状;内容与时俱进,不仅介绍传统的加工方法,也阐述较为先进的制造技术,如超高精度加工和激光光刻成形等最先进的加工技术,以及诸如非球面和自由曲面等最现代化制造技术的相关理论及实例,但这些技术并非实验室或研究所级的制造工艺。易懂易学,既介绍了制造工艺,又给出了具体的制造实例。每章最后还为读者提出一些思考问题以强化这些重要的概念。提供了 400 余幅图片,可以指导读者一步步地学习各种光学制造技术,掌握光学设计。书中许多内容是同类书中所未曾涉及到的,也没有像教科书式过多地讲解理论,而是将原理、方法和公式等要点都讲述得详略得当。本书旨在启发那些希望在光学领域做出贡献的人们的思维方式和拓展光学制造工程的知识面。

主要内容:玻璃和光学零件制造技术的发展;光学基本原理;光学材料,包括有机玻璃、无机玻璃和晶体;制造工艺的基础知识;光学变形技术;切削技术,包括分割、粗磨、钻孔、精磨。抛光和对中心工艺;超精密加工、微结构制造技术和清洗技术;材料变性,例如退火、提高强度、延长使用寿命、变换颜色以及向光性;连接技术,包括光学元件的上盘、固紧和装配;根据不同的技术条件选择合适的制造技术。